



# Récupération d'énergie et contrôle vibratoire par éléments piézoélectriques suivant une approche non linéaire

Adrien Badel

## ► To cite this version:

Adrien Badel. Récupération d'énergie et contrôle vibratoire par éléments piézoélectriques suivant une approche non linéaire. Autre. Université de Savoie, 2005. Français. NNT : . tel-00303823v2

**HAL Id: tel-00303823**

**<https://theses.hal.science/tel-00303823v2>**

Submitted on 22 Jul 2008

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE  
*Présentée*  
devant l'UNIVERSITE DE SAVOIE  
*pour obtenir*  
le grade de DOCTEUR  
*Par*  
Adrien Badel

**Récupération d'énergie et contrôle  
vibratoire par éléments  
piézoélectriques suivant une  
approche non linéaire**

Formation Doctorale : Mécanique et Matériaux

Ecole Doctorale : Ecole Doctorale de l'Université de Savoie

Jury : MM. Frédéric Bouillault (Rapporteur)	Professeur à l'Université Paris Sud
Jean-Yves Cavaillé	Professeur à l'INSA de Lyon
Manuel Lagache (Directeur)	Maître de Conférence à l'Université de Savoie
Daniel Guyomar (Directeur)	Professeur à l'INSA de Lyon
Roger Ohayon	Professeur au CNAM de Paris
Daniel Royer (Rapporteur)	Professeur à l'Université Paris 7
Jean Paul Yonnet	Directeur de Recherche à l'INPG



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier chaleureusement mes deux directeurs de thèse, M. Manuel Lagache, Maître de Conférence au Laboratoire d'Optimisation de la Conception et Ingénierie de l'Environnement (LOCIE) de l'Université de Savoie, et M. Daniel Guyomar, Professeur au Laboratoire de Génie Electrique et Ferroélectricité (LGEF) de l'Institut National des Sciences Appliquées (INSA) de Lyon.

Je dois à M. Guyomar l'opportunité et l'envie d'avoir fait cette thèse. Il a toujours été présent pour me porter une oreille attentive et son esprit critique m'a poussé à approfondir mon travail. Je partage sa conception de ce que doit être une activité de recherche scientifique et j'ai essayé de travailler dans ce sens.

M. Manuel Lagache m'a accueilli à Chambéry et m'a fait profiter de ses compétences de mécanicien. Je lui suis reconnaissant de son soutien et de ses conseils.

Je remercie tout particulièrement Elie Lefeuvre, Maître de Conférence au LGEF, qui m'a donné de nombreux conseils avisés, et une aide plus que précieuse pour la réalisation des dispositifs expérimentaux.

Je remercie également Claude Richard, Professeur au LGEF, pour l'attention particulière qu'il a porté à mes travaux et pour le soutien dont il m'a témoigné.

J'adresse mes sincères remerciements à messieurs les Professeurs Daniel Royer et Frédéric Bouillault qui m'ont fait l'honneur de bien vouloir être rapporteurs de ce manuscrit.

Je remercie également messieurs les Professeurs Jean-Yves Cavaillé, Jean-Paul Yonnet et Roger Ohayon de s'être intéressés à mes travaux en acceptant de faire partie du jury de thèse.

Mes remerciements vont aussi à tous les membres du LGEF et du LOCIE, permanents et doctorants, qui, soit par leur aide, soit par leurs encouragements ou encore simplement par leur amitié ont rendu mon travail plus stimulant et plus agréable.

Je remercie enfin ma famille, mes amis, mes colocataires et surtout ma femme, Aurélie, qui m'a supporté (dans tous les sens du terme) pendant toute la durée de ma thèse et particulièrement pendant la rédaction du présent manuscrit.



# Sommaire

<b>Sommaire.....</b>	<b>5</b>
<b>Nomenclature .....</b>	<b>9</b>
<b>Introduction.....</b>	<b>13</b>
<b>Chapitre 1      Généralités sur la récupération d'énergie .....</b>	<b>15</b>
1.1 Motivation .....	15
1.2 Sources Potentielles.....	17
1.2.1. Sources Rayonnantes.....	18
1.2.2. Thermoélectricité .....	18
1.2.3. Vibrations.....	20
1.2.4. Energie du corps humain .....	25
1.3 Récupération d'énergie à l'aide d'éléments piézoélectriques.....	26
1.3.1. Types de conversions.....	26
1.3.2. Optimisation électromécanique.....	29
1.3.3. Optimisation électrique .....	31
1.4 Techniques de conversion piézoélectriques non linéaires .....	32
1.5 Enjeux et perspectives .....	33
<b>Chapitre 2      Les Techniques SSD Amortissement vibratoire semi passif .....</b>	<b>35</b>
2.1 Introduction aux techniques SSD .....	35
2.1.1. Contexte et acquis .....	35
2.1.2. Travail réalisé .....	37
2.2 Les techniques SSD semi passives.....	37
2.3 Analyse globale de la structure amortie .....	38
2.4 Modélisation par éléments finis.....	40
2.4.1. Modèle.....	40
2.4.2. Simulations réalisées.....	41
2.4.3. Résultats des simulations ANSYS.....	41
2.5 Modèle à constantes localisées.....	44
2.5.1. Modélisation.....	44
2.5.2. Intégration numérique des équations constitutives .....	51
2.6 Comparaison des deux modèles .....	54
2.7 Simplification du modèle à constantes localisées, exploitation analytique .....	55
2.7.1. Simplification du modèle.....	55
2.7.2. Analyse énergétique .....	56
2.7.3. Développement analytique .....	57
2.8 Conclusions sur la modélisation .....	62
2.9 Validation expérimentale .....	64

<b>Chapitre 3</b>	<b>Les Techniques SSD Amortissement vibratoire semi actif.....</b>	<b>65</b>
3.1	SSDV classique .....	66
3.1.1.	<i>Présentation de la technique</i> .....	66
3.1.2.	<i>Développement analytique</i> .....	66
3.2	SSDV amélioré (adapté).....	70
3.3	Résultats expérimentaux en régime sinusoïdal permanent .....	73
3.3.1.	<i>Dispositif expérimental</i> .....	73
3.3.2.	<i>Modélisation et identification des paramètres du modèle</i> .....	74
3.3.3.	<i>Résultats</i> .....	74
3.4	Résultats expérimentaux pour une sollicitation large bande.....	77
3.4.1.	<i>Dispositif expérimental</i> .....	77
3.4.2.	<i>Résultats</i> .....	78
3.5	Conclusion .....	79
<b>Chapitre 4</b>	<b>Récupération d'énergie en régime sinusoïdal entretenu.....</b>	<b>81</b>
4.1	Principe des techniques classiques et SSHI .....	82
4.1.1.	<i>Technique classique alternative</i> .....	82
4.1.2.	<i>Technique classique continue</i> .....	82
4.1.3.	<i>Technique SSHI alternative</i> .....	83
4.1.4.	<i>Technique SSHI continue</i> .....	84
4.2	Récupération d'énergie sans induction d'amortissement vibratoire .....	84
4.2.1.	<i>Technique classique alternative</i> .....	85
4.2.2.	<i>Technique classique continue</i> .....	86
4.2.3.	<i>Technique SSHI alternative</i> .....	88
4.2.4.	<i>Technique SSHI continu</i> .....	89
4.2.5.	<i>Comparaison théorique</i> .....	91
4.3	Prise en compte de l'effet d'amortissement.....	92
4.3.1.	<i>Technique classique alternative</i> .....	93
4.3.2.	<i>Technique classique continue</i> .....	96
4.3.3.	<i>Technique SSHI alternative</i> .....	99
4.3.4.	<i>Technique SSHI continue</i> .....	102
4.3.5.	<i>Comparaison théorique</i> .....	103
4.4	Effet d'un déphasage de l'instant de commutation.....	106
4.4.1.	<i>Cas de l'amortissement vibratoire SSD</i> .....	106
4.4.2.	<i>Avec la technique SSH alternative</i> .....	106
4.4.3.	<i>Avec la technique SSH continue</i> .....	108
4.5	Résultats expérimentaux.....	109
4.5.1.	<i>Dispositif expérimental</i> .....	109
4.5.2.	<i>Modélisation et identification des paramètres du modèle</i> .....	109
4.5.3.	<i>Mesures à amplitude de vibration constante</i> .....	110
4.5.4.	<i>Vérification des prédictions à la résonance, en fonction du coefficient de couplage</i> .....	111
4.6	Conclusion .....	112
<b>Chapitre 5</b>	<b>Récupération d'énergie en régime pulsé.....</b>	<b>113</b>
5.1	Etude théorique de la technique classique .....	114
5.2	Etude théorique de la technique SSHI .....	118
5.3	Comparaison théorique entre les deux techniques.....	122

5.4	Validation expérimentale .....	123
5.4.1.	<i>Dispositif expérimental et identification des paramètres du modèle</i> .....	123
5.4.2.	<i>Résultats expérimentaux</i> .....	123
5.5	Conclusion.....	126
<b>Chapitre 6</b>	<b>Autres dispositifs récupérateurs d'énergie</b> .....	<b>127</b>
6.1	Technique SSH série .....	127
6.1.1.	<i>Principe</i> .....	127
6.1.2.	<i>Etude théorique à amplitude de vibration constante</i> .....	128
6.1.3.	<i>Prise en compte de l'amortissement</i> .....	131
6.2	Technique SSD récupératif .....	134
6.2.1.	<i>Principe</i> .....	134
6.2.2.	<i>Etude théorique à amplitude de vibration constante</i> .....	134
6.2.3.	<i>Prise en compte de l'amortissement</i> .....	136
6.3	Validation expérimentale .....	140
6.3.1.	<i>Dispositif expérimental</i> .....	140
6.3.2.	<i>Technique SSH série</i> .....	141
6.3.3.	<i>Technique SSDS récupératif</i> .....	142
<b>Chapitre 7</b>	<b>Considérations sur la réalisation pratique d'un micro-générateur</b> .....	<b>145</b>
7.1	Structure considérée .....	145
7.2	Optimisation du couplage.....	146
7.3	Dimensionnement de la structure .....	149
7.3.1.	<i>Contrainte maximale dans les éléments piézoélectriques</i> .....	149
7.3.2.	<i>Énergie électromécanique maximale</i> .....	153
7.3.3.	<i>Validité</i> .....	154
7.4	Fonctions électroniques autoalimentées .....	155
7.4.1.	<i>Objectif</i> .....	155
7.4.2.	<i>Circuit électronique autoalimenté de commutation sur self</i> .....	156
7.4.3.	<i>Circuit électronique du convertisseur AC-DC</i> .....	158
7.5	Conclusion.....	159
<b>Chapitre 8</b>	<b>Généralisation aux signaux large bande</b> .....	<b>161</b>
8.1	Problématique.....	162
8.2	Modélisation.....	162
8.2.1.	<i>Modèle multimodal</i> .....	162
8.2.2.	<i>Analyse énergétique</i> .....	165
8.3	Différentes approches multimodales .....	166
8.3.1.	<i>Loi de contrôle par sélection de modes (LCSM)</i> .....	166
8.3.2.	<i>Loi de contrôle probabiliste (LCP)</i> .....	167
8.3.3.	<i>Loi de contrôle probabiliste en régime sinusoïdal</i> .....	170
8.4	Critères d'optimisation .....	170
8.4.1.	<i>Cas de l'amortissement vibratoire</i> .....	170
8.4.2.	<i>Cas de la récupération d'énergie</i> .....	171
8.5	Simulations.....	172
8.5.1.	<i>Modélisation d'une poutre</i> .....	172
8.5.2.	<i>Caractéristiques du modèle utilisé pour les simulations</i> .....	174
8.5.3.	<i>Cas de l'amortissement vibratoire</i> .....	175



8.5.4. Cas de la récupération d'énergie .....	183
8.5.5. Conclusion.....	188
<b>Conclusion .....</b>	<b>189</b>
<b>Références Bibliographiques.....</b>	<b>193</b>
<b>Liste des publications.....</b>	<b>199</b>
<b>Liste des Figures.....</b>	<b>201</b>
<b>Liste des Tableaux.....</b>	<b>209</b>
<b>Annexe A Conversion Directe .....</b>	<b>i</b>
A.1 Principe général.....	i
A.2 Cycles de conversion.....	ii
A.2.1. Cycle avec une phase d'extraction d'énergie.....	ii
A.2.2. Cycle avec deux phases d'extraction d'énergie.....	iv
<b>Annexe B Techniques SSD pour un système électromagnétique .....</b>	<b>v</b>
B.1 Modélisation.....	v
B.2 Application des techniques SSD.....	vii
B.3 Limites.....	viii

# Nomenclature

Grandeurs électromécaniques	
$V$	Tension piézoélectrique
$V_{cc}$	Tension continue pour la technique SSDV
$V_{DC}$	Tension redressée et filtrée
$V_C$	Tension sur le condensateur $C_R$ (régime pulsé)
$V_S$	Tension image de la déformation
$I$	Courant piézoélectrique
$I_S$	Courant dans le circuit de commutation
$I_P$	Courant absorbé par le pont redresseur
$T$	Contraintes
$S$	Déformations
$D$	Induction électrique
$E$	Champ électrique
$\Phi$	Potentiel électrique
$F$	Force extérieure
$u$	Déplacement
$r_j$	Coordonnée temporelle du déplacement
Grandeurs énergétiques	
$E_F, P_F$	Energie, puissance fournie
$E_M$	Energie mécanique
$E_{PP}$	Energie potentielle dans les éléments piézoélectriques
$E_S$	Energie extraite
$E_T$	Energie transférée
$E_I$	Energie perdue dans le dispositif de commutation
$E_C$	Energie cinétique
$E_P$	Energie potentielle
$E_E$	Energie électrostatique
$E_e$	Energie élastique
$E_D, P_D$	Energie, puissance perdue par pertes visqueuses
$E_U, P$	Energie, puissance récupérée
$\eta$	Rendement
$P_j$	$j^{\text{ème}}$ composante du vecteur de Poynting

Paramètres liés à l'inversion électriques et composants électriques	
$L_I$	Inductance d'inversion
$r$	Résistance équivalente aux pertes pendant l'inversion
$Q_I$	Facteur de qualité de l'inversion électrique
$\gamma$	Coefficient d'inversion
$t_i$	Durée de l'inversion
$R$	Résistance de charge
$C_R$	Condensateur de filtrage ou de stockage
Caractéristiques de la poutre	
$L$	Longueur
$b$	Largeur
$e_B$	Epaisseur
$\rho_B$	Masse volumique
$Y$	Module d'Young
$\nu$	Coefficient de Poisson
$c_B$	Raideur en déformation plane
$I_B$	Moment quadratique
$m_B$	Masse linéique
$\Omega_B$	Volume
Caractéristiques des éléments piézoélectriques	
$x_P$	Position
$L_P$	Longueur
$e_P$	Epaisseur
$\rho_P$	Masse volumique
$s^E$	Souplesse en court-circuit
$c^E$	Raideur en court-circuit
$\varepsilon^S$	Permittivité à déformation nulle
$\varepsilon^T$	Permittivité à contrainte nulle
$d$	Constante piézoélectrique
$e$	Constante piézoélectrique
$c_{PE}$	Raideur en court-circuit et en déformation plane
$c_{PD}$	Raideur en circuit ouvert et en déformation plane
$k_P^2$	Carré du coefficient de couplage du matériau piézoélectrique
$I_P$	Moment quadratique
$m_P$	Masse linéique
$\Omega_P$	Volume
Caractéristiques du système électromécanique	
$f_D, \omega_D$	Fréquence, pulsation de résonance en circuit ouvert
$f_E, \omega_E$	Fréquence, pulsation de résonance en court-circuit
$Q_m$	Facteur de qualité mécanique
$\tan\delta$	Angle de perte
$k^2$	Carré du coefficient de couplage de la structure
$\lambda$	Coefficient de proportionnalité déplacement tension
$\Omega_T$	Volume de la structure
$\phi$	Déformée

Modèle à constantes localisées	
$K_1, K_2, K_3$	Raideurs équivalentes de la poutre
$K_{PE}$	Raideur équivalente de l'élément piézoélectrique en court-circuit
$K_{PD}$	Raideur équivalente de l'élément piézoélectrique en circuit ouvert
$M$	Masse dynamique
$C$	Amortisseur
$\alpha_P$	Coefficient piézoélectrique, facteur de force
$C_{0P}$	Capacité des éléments piézoélectriques
Modèle simplifié à constantes localisées	
$\alpha$	Coefficient piézoélectrique global, facteur de force global
$C_0$	Capacité équivalente des éléments piézoélectriques
$K_E$	Raideur équivalente de la structure en court-circuit
$K_D$	Raideur équivalente de la structure en circuit ouvert
Autres	
$A$	Amortissement
$\nu$	Frottement sec
$\beta$	Coefficient de proportionnalité entre tension à vide et tension SSDV
$\beta_j$	$j^{\text{ème}}$ coefficient d'application de la force
$x$	Coefficient d'extraction d'énergie pour la technique SSDI récupératif
$h$	Fonction créneau
$P_{SW}$	Probabilité associée au niveau de tension
$v_{\min}$	Tension minimale à atteindre avant d'opérer la tension
$T_{es}$	Temps d'estimation



# Introduction

Ce travail de thèse concerne l'étude de techniques particulières de traitement de la tension générée par des éléments piézoélectriques. Ces techniques consistent à introduire des non linéarités fortes sur cette tension qui ont pour effet d'augmenter considérablement l'effet de conversion électromécanique des matériaux piézoélectriques. Le matériau piézoélectrique associé au circuit électronique permettant le contrôle non linéaire constitue un matériau intelligent dont les performances sont améliorées. Ce travail étudie les potentialités de ces techniques dans le cas de l'amortissement vibratoire et de la récupération d'énergie.

Les différentes techniques présentées dans ce manuscrit sont toutes dérivées des techniques d'amortissement vibratoire SSD (Synchronized Switch Damping) précédemment développées au LGEF. On distingue généralement deux types de contrôle vibratoire à l'aide d'éléments piézoélectriques : les techniques passives, qui consistent à connecter un réseau électrique passif (capacité, self, résistance) aux éléments piézoélectriques et les techniques actives qui utilisent un calculateur associé à une source d'énergie électrique pour s'opposer aux vibrations. Les techniques SSD sont qualifiées de semi passives parce qu'elles ne nécessitent pas de source d'énergie externe mais effectuent cependant un traitement 'intelligent' de la tension. Ces techniques se sont avérées beaucoup plus efficaces et adaptables que les techniques passives. Elles sont, en outre, beaucoup plus facile à implémenter que les techniques actives et présentent des performances comparables. Les techniques SSD permettent d'envisager l'amortissement de structures complexes sans les inconvénients des techniques actives en termes de coût et d'encombrement. Dans l'industrie automobile par exemple, l'utilisation des techniques SSD en remplacement des traditionnels matériaux viscoélastiques pourrait s'avérer très attractive, alors que les techniques actives sont inadaptées car trop coûteuses et nécessitant l'embarquement d'un ou plusieurs amplificateurs ainsi que d'un calculateur. Les travaux présentés dans ce manuscrit proposent une nouvelle approche pour appréhender les techniques SSD, ainsi que plusieurs développement de ces techniques, notamment en proposant une loi de contrôle permettant d'optimiser l'amortissement dans le cas de structures et de signaux complexes.

L'objectif premier de cette thèse est d'adapter les techniques d'amortissement vibratoire SSD à la récupération d'énergie. L'idée est d'utiliser l'énergie électrique convertie afin de constituer des micro-générateurs de très faible à faible puissance, c'est-à-dire de quelques  $\mu\text{W}$  à quelques centaines de  $\text{mW}$ . Ces micro-générateurs répondent à un besoin croissant lié à la prolifération des capteurs, micro-actionneurs et autres dispositifs électroniques embarqués. Le développement exponentiel des applications électroniques autonomes est lié à la baisse de la consommation des composants électroniques, qui rend possible l'alimentation de fonctions électroniques complexes à partir de micro-générateur exploitant l'énergie disponible dans leur environnement. Les applications visées vont de l'électronique nomade grand public aux réseaux

de capteurs autonomes, qui permettent de fiabiliser les systèmes en permettant un contrôle toujours plus précis de leur état. La récupération de l'énergie vibratoire ambiante au moyen d'éléments piézoélectriques permet de constituer des micro-générateurs autonomes, compacts et respectueux de l'environnement car exploitant une énergie renouvelable. Les techniques développées dans ce manuscrit permettent d'accroître drastiquement les performances de ce type de micro-générateurs, ce qui permet de diminuer la quantité de matériau piézoélectrique nécessaire et d'envisager des applications nouvelles plus gourmandes en énergie.

Ce manuscrit se compose de huit chapitres. Le premier chapitre dresse l'état de l'art concernant les micro-générateurs autonomes tirant leur énergie de leur environnement. Il s'agit de replacer la récupération d'énergie à partir de matériaux piézoélectriques dans son contexte et de présenter brièvement les principaux travaux réalisés à ce sujet.

Le deuxième chapitre s'intéresse aux techniques d'amortissement vibratoire SSD, mais ne se limite pas à rappeler les différents travaux précédemment effectués sur le sujet au LGEF. Il propose une nouvelle interprétation énergétique des techniques SSD basée sur l'étude du vecteur de Poynting, ainsi qu'un modèle électromécanique qui sera largement utilisé par la suite.

Le troisième chapitre propose une nouvelle version plus efficace des techniques SSD. Les techniques présentées dans ce chapitre sont qualifiées de semi actives, car contrairement aux techniques SSD initiales elles nécessitent une source de tension continue, mais contrairement aux techniques actives, elles ne nécessitent ni amplificateur de puissance, ni algorithme complexe.

Le quatrième chapitre présente l'adaptation des techniques SSD à la récupération d'énergie. Ces techniques sont étudiées en régime sinusoïdal permanent et sont comparées aux techniques de récupération d'énergie classiques.

Le cinquième chapitre s'intéresse à l'énergie récupérée en régime pulsé. Une étude spécifique est nécessaire car les techniques utilisées sont non linéaires. Il est ainsi impossible de prédire le comportement du micro-générateur en régime pulsé à partir de son comportement en régime harmonique.

Le sixième chapitre propose deux nouvelles techniques non linéaires de récupération d'énergie. Ces techniques ne sont pas fondamentalement différentes des techniques précédentes, mais elles peuvent s'avérer plus ou moins efficaces selon les applications envisagées.

Le septième chapitre s'intéresse à la réalisation pratique de micro-générateurs. Il s'agit de l'optimisation et du dimensionnement de la structure électromécanique ainsi que de la réalisation de fonctions électroniques autoalimentées assurant le traitement non linéaire de la tension piézoélectrique et le conditionnement de l'énergie récupérée.

Le huitième et dernier chapitre présente une loi de contrôle permettant d'optimiser les techniques non linéaires dans le cas de sollicitations large bande sur des structures multimodales. Cette loi de contrôle, basée sur une description probabiliste de la tension piézoélectrique, s'adresse aussi bien aux techniques d'amortissement vibratoire qu'aux techniques de récupération d'énergie.

# Chapitre 1

# Généralités sur la récupération d'énergie

Ce chapitre a pour but de replacer la récupération d'énergie à partir d'éléments piézoélectriques dans son contexte, en insistant sur les motivations qui incitent au développement de systèmes de récupération de l'énergie ambiante pour alimenter un dispositif électronique. Sont tout d'abord précisées les sources potentielles d'énergie récupérables ainsi que les moyens de récupération envisageables. L'état de l'art concernant la récupération d'énergie à partir d'éléments piézoélectriques est ensuite présenté plus spécifiquement. Les principaux travaux antérieurs visent généralement à optimiser la partie mécanique ou la partie électrique d'un générateur piézoélectrique. L'originalité de cette thèse est de proposer une approche globale permettant d'optimiser la conversion électromécanique au sein des matériaux piézoélectriques mis en œuvre.

## 1.1 Motivation

La diminution de la consommation des composants électroniques a permis l'essor d'applications mobiles sans fil. Les batteries, qui ont initialement favorisé le développement d'appareils électroniques portables, sont paradoxalement devenues un frein à cette progression, notamment à cause des problèmes de maintenance associés (recharge, remplacement). La **Figure 1-1** montre l'amélioration des performances des constituants des ordinateurs portables entre 1990 et 2003 sur une échelle logarithmique. Ce graphique montre très clairement que les performances des batteries évoluent plus lentement que toutes les autres caractéristiques. Non seulement la densité d'énergie n'est pas une évolution exponentielle du temps, mais elle semble même atteindre une certaine saturation. Cette tendance pose le problème des sources alternatives d'énergie. Les travaux de [Paradiso et Starner \[1\]](#) récapitulent les différentes sources d'énergies envisageables.



Ce paragraphe ainsi que le paragraphe suivant sont largement inspirés de ces travaux. Plusieurs solutions ont été envisagées qui restent sur le même concept que les batteries classiques, c'est-à-dire qui sont basées sur des réservoirs d'énergie. Il s'agit tout d'abord des piles à combustibles qui font actuellement l'objet d'importantes recherches. Ces piles restent cependant encore chères, difficiles à miniaturiser, et posent des problèmes pour le stockage de l'hydrogène. Une solution plus radicale consiste à utiliser des piles nucléaires, cf. [Figure 1-2](#), dont la densité énergétique est des milliers de fois plus élevée que celle des batteries chimiques Lithium-ion. [Lal et Blanchard \[2\]](#) ont développé des piles utilisant des radio-isotopes faiblement énergétiques dont le rayonnement ne pénètre pas plus de quelques dizaines de  $\mu\text{m}$  à travers la plupart des corps solides ou liquides. Ces piles sont donc parfaitement inoffensives puisque le rayonnement radioactif ne peut traverser un simple emballage plastique. Leur problème majeur concerne la collecte et le retraitement des piles usagées.

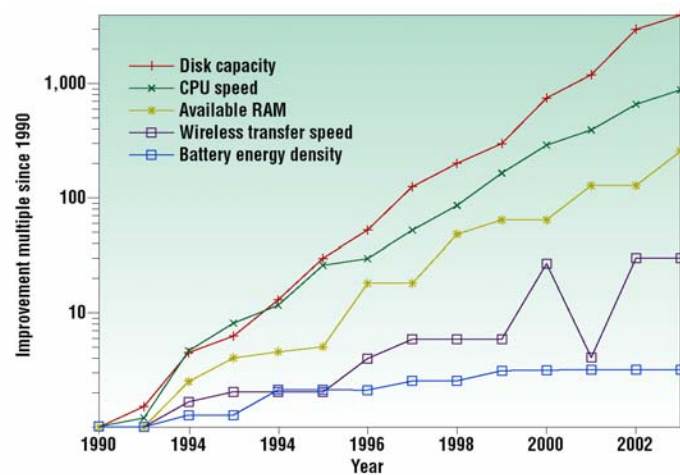


Figure 1-1 Amélioration des ordinateurs portables entre 1990 et 2003 [1]

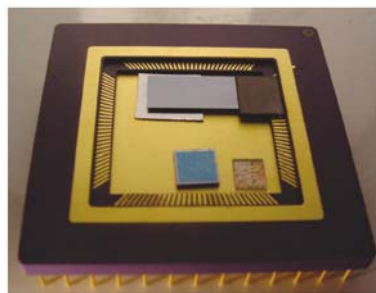


Figure 1-2 Un micro-générateur nucléaire [rectangle gris] alimente un calculateur [carré bleu] et une photodiode [plus petit carré]. Présenté sur une puce, ce capteur de lumière autoalimenté est utilisé pour des communications optiques [2]

En 1995, [Stork \[3\]](#) recensait les progrès des fonctions logiques et des fonctions mémoire depuis les années 1970. Ce travail montre comment les évolutions de la technologie MOS ont permis de diminuer la puissance consommée par les puces, tout en augmentant le débit des fonctions logiques et la capacité des fonctions mémoires.

Le concept de réseau de capteurs sans fil permettant la surveillance à distance et le traitement de données concernant des environnements complexes et distribués a pu se développer grâce à ces progrès techniques. Ce concept est également connu sous le nom de ‘poussière intelligente’, c’est-à-dire [Smart Dust](#) [4] dans la littérature anglo-saxonne. [Ragunathan et al](#) [5] ont résumé les progrès effectués afin de limiter la consommation électrique de tels réseaux. Ces évolutions concernent aussi bien la physique même des composants utilisés que la stratégie de sollicitation des nœuds au sein de l’architecture globale du réseau.

[Rabaey](#) [6] et [Starner](#) [7] constatent que les progrès actuels sur la consommation d’énergie des dispositifs embarqués permettent de considérer d’autres sources d’alimentation issues de l’exploitation de l’énergie ambiante, ce qui permet de se débarrasser du problème des batteries qui sont la principale limite de vie des réseaux de capteurs sans fil. En effet, dans le cas de réseaux constitués d’un très grand nombre de nœuds, un remplacement de toutes les batteries est difficilement envisageable. La [Figure 1-3](#) est issue de la thèse de [Roundy](#) [8] qui porte sur l’alimentation d’un nœud de réseau de capteurs sans fil à partir de l’énergie vibratoire environnante. Elle montre l’évolution de la densité de puissance en fonction de la durée de vie pour des batteries et pour des sources solaires et vibratoires. Les densités de puissance sont données en  $\mu\text{W}/\text{cm}^3$ , sauf dans le cas de l’énergie solaire où elle est donnée en  $\mu\text{W}/\text{cm}^2$ . Les densités d’énergies solaires et vibratoires sont respectivement représentées par un rectangle gris clair et gris foncé. Elles ne sont pas fonctions du temps, contrairement à la densité d’énergie des batteries. Dans le cas de l’énergie solaire, le bas du rectangle correspond au rayonnement dans une pièce éclairée et le haut au rayonnement direct du soleil. Dans le cas de l’énergie vibratoire, le rectangle correspond à des niveaux de vibrations courants, allant de la marche d’un être humain aux vibrations engendrées par une machine tournante par exemple.

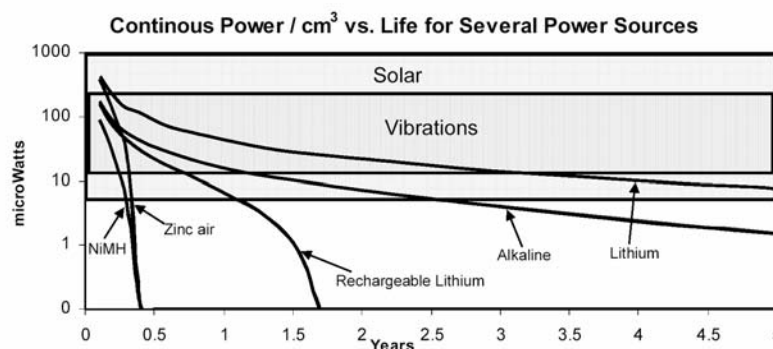


Figure 1-3 Densité de puissance en fonction de la durée de vie, pour des batteries, des cellules solaires et des dispositifs de récupération de l’énergie vibratoire ambiante [8]

## 1.2 Sources Potentielles

Plusieurs sources d’énergie ambiante ont été envisagées pour rendre autonome des dispositifs électroniques. Ces différentes sources sont détaillées ci-après.

### 1.2.1. Sources Rayonnantes

#### Source Radiofréquence

La prolifération d'émetteurs radio dans le paysage urbain actuel permet d'envisager des solutions où les signaux radiofréquences ambiants servent de réservoir d'énergie pour des applications mobiles. Les systèmes de récupération de l'énergie RF ambiante sont toutefois très limités en puissance et nécessitent soit une grande surface réceptrice, soit d'être très près de la source émettrice. La densité de puissance  $p$  reçue par  $\text{cm}^2$  est reliée au champ électrique  $E$  et à la résistance de radiation de l'espace libre  $Z_0=377\Omega$  par (1.1). Yeatman [9] rappelle ainsi qu'un champ électrique de  $1\text{V/m}$ , ne permet pas de récupérer plus de  $0.26\mu\text{W}/\text{m}^2$  alors que le champ maximum près d'une source ne dépasse généralement pas quelques Volts par mètre.

$$p = \frac{E^2}{Z_0} \quad (1.1)$$

#### Rayonnement lumineux

L'exploitation de l'énergie lumineuse a suscité de nombreux travaux scientifiques. D'important progrès ont été réalisés, comme le résume Hamakawa [10] dans un papier retraçant l'évolution des cellules photovoltaïques ces trente dernières années. L'apport énergétique du rayonnement lumineux est très variable suivant le type d'éclairement, ce qui conditionne bien évidemment le type d'applications envisagées. Ainsi, si le rayonnement lumineux est de l'ordre de  $10$  à  $100\text{mW}/\text{cm}^2$  pour un éclairage solaire direct, il n'est que de  $10$  à  $100\mu\text{W}/\text{cm}^2$  pour une lumière artificielle standard. Les applications des cellules photovoltaïques couvrent une très large échelle de puissance, allant de quelques microwatts pour des applications miniatures tels que les calculatrices solaires à plusieurs kilowatts dans le cas des centrales électriques solaires. Si le rendement des cellules photovoltaïques reste généralement en dessous de  $20\%$  pour les produits commerciaux courants, des modèles encore au stade de la recherche atteignent d'ors et déjà près de  $35\%$  d'efficacité. La principale limitation des systèmes de récupération de l'énergie lumineuse est bien entendue relative à la très forte sensibilité de ce type de dispositif aux conditions d'éclairement.

### 1.2.2. Thermoélectricité

La différence de température entre deux points peut être utilisée pour récupérer de l'énergie par transfert de chaleur. Le cycle de Carnot permet de calculer le rendement théorique maximal d'un tel dispositif. Ce rendement est donné par (1.2), où  $T_H$  est la température haute et  $T_B$  la température basse. Cette expression montre bien que le rendement est très faible dans le cas de faibles écarts de température (en degré Kelvin). Par exemple, entre un corps humain à  $37^\circ\text{C}$  et une pièce à  $20^\circ\text{C}$ , on ne peut pas espérer obtenir un rendement supérieur à  $5.5\%$ .

$$\eta = \frac{T_H - T_B}{T_H} \quad (1.2)$$

Des micro-générateurs ont néanmoins été développés, leur rendement est généralement inférieur à  $10\%$  pour des transferts de chaleur de  $200^\circ\text{C}$  à  $20^\circ\text{C}$  et inférieur à  $1\%$  pour des transferts de chaleur de  $40^\circ\text{C}$  à  $20^\circ\text{C}$ . La Figure 1-4 représente ainsi une micro-pile réalisée par Toriyama et al [11] capable de délivrer quelques  $\mu\text{W}$ . Des applications plus coûteuses en énergie ont même

été alimentées avec succès par un générateur thermoélectrique. Ainsi, Douseki et al [12] ont développé un système de communication sans fil autonome tirant son énergie de la différence de température entre l'environnement ambiant et le corps humain ou de l'eau froide. Pour cette application, la puissance de sortie du générateur thermoélectrique était de 1.6mW.

Quelques applications industrielles utilisent des générateurs thermoélectriques. Parmi elles la montre bracelet Seiko Thermic représenté sur la Figure 1-5. Celle-ci utilise 10 modules thermoélectriques qui génèrent suffisamment de microwatts pour entretenir le mouvement mécanique de la montre à partir du gradient thermique entre l'air ambiant et le corps humain.

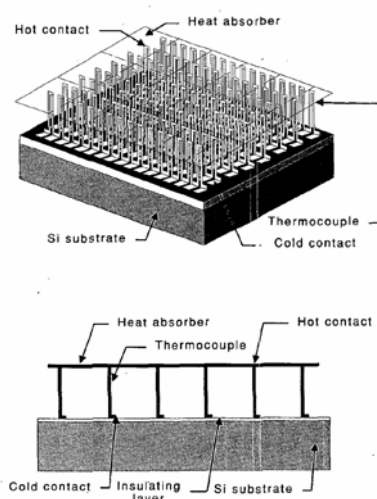


Figure 1-4 Thermopile développée par Toriyama et al [11]

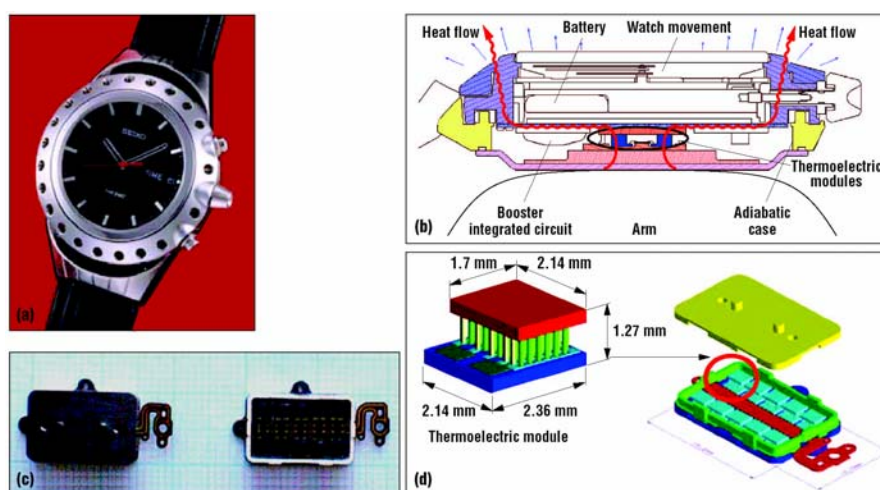


Figure 1-5 Montre Thermique Seiko : (a) le produit ; (b) coupe transversale ; (c) modules thermoélectriques ; (d) schéma d'un module thermoélectrique. Copyright Seiko Instruments [1]

### 1.2.3. Vibrations

Les vibrations mécaniques sont communes dans beaucoup d'environnements. Elles vont des faibles vibrations des murs et du sol à proximité de machines tournantes aux très fortes sollicitations des pièces mécaniques en contact avec un moteur d'avion. Elles sont sujettes à de grandes variations de fréquence et d'amplitude. Le premier dispositif connu permettant de récupérer ce type d'énergie est la montre d'Abraham-Louis Perrelet en 1770 dont le mécanisme se remonte automatiquement lors des mouvements de son porteur.

La plupart des applications des réseaux de capteurs sans fil concerne des environnements riches en vibrations mécaniques (milieu industriel, transports). L'exploitation de l'énergie vibratoire ambiante apparaît donc comme un excellent moyen de remplacer l'usage des batteries qui limite la durée de vie de ces réseaux. Dans ce but, plusieurs types de micro-générateurs ont été développés qui convertissent l'énergie mécanique en énergie électrique.

#### Conversion électromagnétique

Beaucoup de systèmes de récupération d'énergie vibratoire sont basés sur le mouvement d'un aimant permanent à l'intérieur d'une bobine. Ce mouvement crée un courant dans la bobine proportionnel à la variation du flux magnétique dans la bobine, donc proportionnel à la vitesse de l'aimant, au champ magnétique moyen généré par l'aimant dans la bobine et à la surface des spires. Une des applications les plus simples de ce principe est la lampe torche représentée sur la **Figure 1-6**. Lorsque l'on secoue la lampe, un aimant se déplace à l'intérieur de la bobine. Le courant électrique ainsi créé vient recharger un condensateur qui permet l'éclairage d'une diode, la puissance générée par la bobine est de 300mW environ. Ce dispositif n'est cependant pas à proprement parler un système récupérateur d'énergie mais plutôt un système générateur d'énergie, puisqu'il nécessite un mouvement volontaire n'ayant pas d'autre but que de recharger le condensateur.



Figure 1-6 Lampe torche utilisant un générateur électromagnétique [1]

Un autre exemple de dispositif électromagnétique générateur d'énergie est le système proposé par [Suzuki et al \[13\]](#), qui permet de recharger les batteries d'un pacemaker sans intervention chirurgicale. Dans ce cas, le champ magnétique excitateur n'est pas généré par le mouvement d'un aimant mais par deux bobines situées à l'extérieur du corps humain. Ces deux bobines permettent de générer un champ tournant basse fréquence inoffensif pour l'homme. A l'intérieur du corps humain, un premier rotor constitué par un aimant permanent est entraîné en rotation par le champ magnétique tournant. Un mécanisme à engrenage permet d'entraîner un deuxième aimant permanent à une vitesse 100 fois plus rapide. La variation du flux du champ magnétique

créé par ce deuxième aimant dans une bobine permet alors d'obtenir une tension suffisamment élevée pour recharger une batterie.

Les dispositifs électromagnétiques récupérateurs d'énergie permettent de récupérer l'énergie vibratoire sans intervention spécifique d'un utilisateur. Ces micro-générateurs présentent généralement une fréquence de résonance mécanique choisie pour maximiser le couplage avec les vibrations ambiantes. En 1996, [Williams et al \[14\]](#) ont été parmi les premiers à montrer la faisabilité de tels dispositifs. [Shearwood et Yates \[15\]](#) ont ensuite réalisé un prototype de 50mm<sup>3</sup> environ, capable de générer 0.3μW.

Un grand nombre de travaux ont été réalisés sur ce sujet. Certaines réalisations concernent des puissances comprises entre 1μW et 100μW et correspondent à l'échelle des microsystèmes électromécaniques (micro-electromechanical system ou MEMS dans la littérature anglo-saxonne). D'autres réalisations, utilisant des structures plus grandes, atteignent des puissances de quelques centaines de μW. [Amirtharajah et al \[16\]](#) ont par exemple développé un micro-générateur capable d'alimenter un DSP (digital signal processor) en fournissant une puissance de 400μW environ.

Le dispositif développé par [Li et al \[17\]](#), permet d'alimenter un émetteur infrarouge. Il occupe un espace de 1cm<sup>3</sup> environ et permet de fournir 70μW. Comme la puissance nécessaire pour émettre est de 3mW pendant 140ms, l'énergie est tout d'abord accumulée sur un condensateur jusqu'à ce qu'elle soit suffisante pour une émission. Ces travaux ont été poursuivis par [Lee et al \[18\]](#) qui ont réalisé un micro-générateur intégré dans le volume d'une pile AA et utilisé pour l'alimentation d'un émetteur FM et pour l'alimentation d'un capteur de température associé à un émetteur RF pour transmettre la mesure. La puissance générée par le micro-générateur (640μW) n'étant pas suffisante pour alimenter en continu ces éléments, l'énergie est tout d'abord stockée sur un condensateur et les systèmes alimentés ne sont utilisés qu'avec un très faible rapport cyclique.

Des systèmes fournissant des puissances supérieures au mW ont également été réalisés, ainsi le dispositif de [El-Hami et al \[19\]](#), qui permet de générer un peu plus de 1mW pour un volume de 240mm<sup>3</sup> ou celui de [James et al \[20\]](#), dont la puissance de sortie atteint 3mW.

### Conversion électrostatique

Les micro-générateurs électrostatiques sont constitués par un condensateur chargé dont les électrodes peuvent bouger. Contrairement aux systèmes électromagnétiques et piézoélectriques, les générateurs électrostatiques nécessitent d'être préchargés avant de pouvoir produire de la puissance. [Meninger et al \[21\]](#) rappelle le principe de fonctionnement de ces dispositifs. L'idée générale est de placer une certaine quantité d'énergie sur le condensateur du micro-générateur et d'utiliser l'énergie vibratoire ambiante pour diminuer la capacité du micro-générateur en augmentant l'écartement entre les électrodes (ce qui nécessite un travail mécanique). Deux cas peuvent être envisagés, soit on diminue la capacité à tension constante, dans ce cas des charges électriques sont générées, soit à charge constante, et dans ce cas la tension augmente ainsi que l'énergie électrostatique sur la capacité. Dans les deux cas, le travail mécanique nécessaire à l'écartement des électrodes est converti en énergie électrique. La [Figure 1-7](#) représente la capacité compressible d'un micro-générateur électrostatique développé à l'Imperial College.



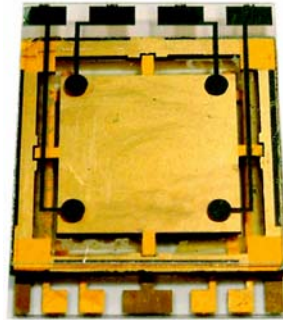


Figure 1-7 Générateur électrostatique de 2cm<sup>2</sup> [1]

La plupart des générateurs électrostatiques sont de très faible puissance, de quelques dizaines à quelques centaines de microwatts. Ces niveaux de puissance sont cependant suffisants pour alimenter des dispositifs évolués. Les travaux d'[Amirtharajah et Chandrakasan \[22\]](#) montrent par exemple que dans le cas d'algorithmes simples, la consommation d'un DSP peut se limiter à quelques  $\mu\text{W}$ . Cette gamme de puissance correspond parfaitement au domaine d'application des MEMS, dont [Najafi \[23\]](#) précise les applications et enjeux. [Roundy et al \[24\]](#), ainsi que [Sterken et al \[25\]](#) ont étudié plusieurs structures de micro-générateurs électrostatiques et abouti à des densités de puissance de l'ordre de  $100\mu\text{W}/\text{cm}^3$ .

[Mitcheson et al \[26\], \[27\]](#) ont comparé les avantages et inconvénients respectifs d'un générateur électromagnétique résonant, un générateur électrostatique résonant et un générateur électrostatique non résonant en fonction du type de sollicitations. Ces travaux confirment l'intérêt des micro-générateurs résonants dans le cas de sollicitations dont le spectre est étroit. Dans ce cas, les performances sont bien sûr maximales lorsque la fréquence de résonance du micro-générateur correspond à la fréquence centrale de la sollicitation et sont comparables pour le système électrostatique et pour le système électromagnétique. Dans le cas de sollicitations large bande ou pour des sollicitations dont la fréquence centrale varie en fonction du temps, le micro-générateur électrostatique non résonant donne les meilleures performances.

Bien que la plupart des micro-générateurs électrostatiques soient de très faible puissance, quelques applications font exceptions, comme par exemple la chaussure électrostatique représentée sur la [Figure 1-8](#). Cette chaussure a été développée par le SRI<sup>1</sup> (un institut de recherche international indépendant). Elle est capable de produire une puissance de 800mW pour un rythme de marche de deux pas par seconde. La capacité de ce générateur est réalisée à partir d'un élastomère diélectrique compressible. La marche de l'utilisateur actionne un soufflet qui exerce une pression sur l'élastomère entraînant sa compression et donc la variation de capacité du générateur nécessaire à la conversion mécano-électrique.

---

<sup>1</sup> SRI international, Innovative R&D Solutions for government and business, <http://www.sri.com/>

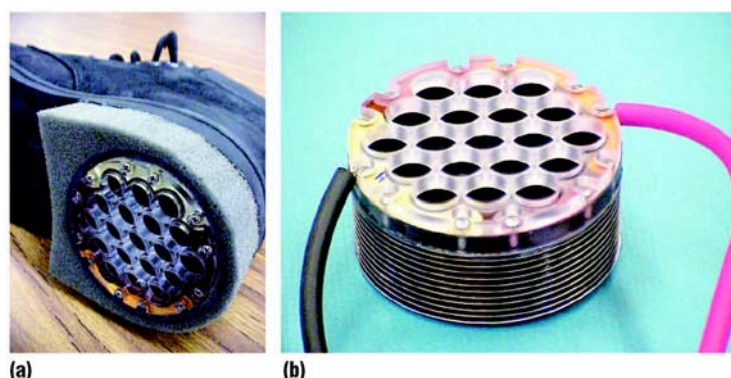


Figure 1-8 Chaussure dotée d'un générateur électrostatique : (a) prototype implémenté dans une chaussure, (b) détail du générateur montrant le soufflet (dessous) et le cadre maintenant le diélectrique (dessus) [1]

### Conversion piézoélectrique

Les micro-générateurs piézoélectriques sont basés sur l'effet direct de la piézoélectricité, à savoir que l'application d'une contrainte sur un matériau piézoélectrique électrodé entraîne l'apparition d'une tension entre les électrodes. Les micro-générateurs piézoélectriques peuvent être constitués d'un système mécanique présentant une fréquence de résonance qui couple le micro-générateur aux vibrations ambiantes ou bien les éléments piézoélectriques peuvent être directement sollicités. La Figure 1-9 illustre ces deux types de générateurs.

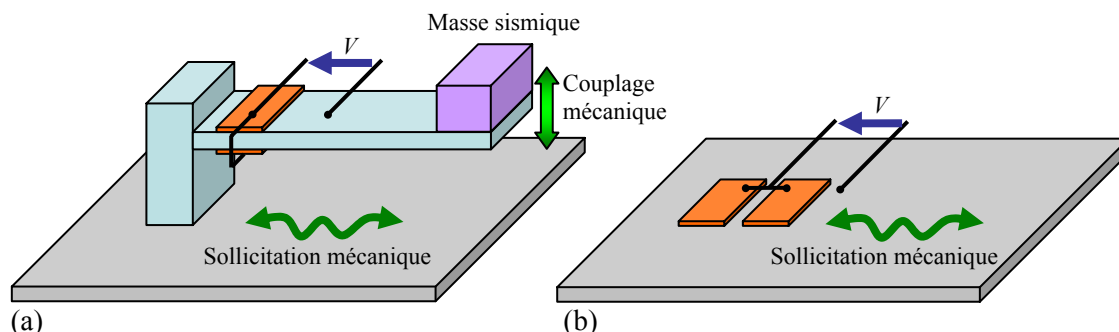


Figure 1-9 Générateurs piézoélectriques : (a) conversion par l'intermédiaire d'un oscillateur mécanique, (b) conversion directe

Il s'agit dans les deux cas de convertir l'énergie vibratoire de la structure vibrante représentée en gris. Dans le premier cas (a) l'énergie de la structure est transmise au système oscillant constitué par une poutre sur laquelle sont collés des inserts piézoélectriques assurant la conversion mécano-électrique et éventuellement une masse sismique permettant d'ajuster la fréquence de résonance. Dans le deuxième cas (b), les inserts piézoélectriques sont directement collés sur la structure. La différence théorique entre ces deux systèmes n'est pas franche, puisque le cas (b) peut être vue comme un agrandissement du cas (a) si la structure sur laquelle sont collés les inserts présente des résonances mécaniques. D'un point de vue pratique cependant, le cas (b) montre que l'on peut réaliser simplement un micro-générateur susceptible d'alimenter un capteur en collant des éléments piézoélectriques sur une structure vibrante. Ceci



constitue un avantage incontestable par rapport aux générateurs électromagnétiques ou électrostatiques qui sont nécessairement constitués de pièces mécaniques ayant des mouvements relatifs (déplacement d'un aimant par rapport à une bobine pour les générateurs électromagnétiques ou modification de la distance entre les électrodes pour les générateurs électrostatiques).

Roundy et al [28] ont effectué une comparaison entre micro-générateurs piézoélectriques et électrostatiques. Pour une fréquence de vibration de 120Hz et une accélération de  $2.5\text{ms}^{-2}$ , la densité de puissance des générateurs piézoélectriques a été évaluée à  $250\mu\text{W}/\text{cm}^3$  contre  $50\mu\text{W}/\text{cm}^3$  pour les générateurs électrostatiques. Ces travaux confirment l'intérêt des générateurs piézoélectriques qui, en outre, ne nécessitent pas de source de tension additionnelle.

Une comparaison entre générateurs piézoélectriques et générateurs électromagnétiques a été menée par Poulin et al [29], cette étude montre la dualité entre ces deux types de générateurs et précise leurs domaines d'applications respectifs. Les générateurs électromagnétiques sont particulièrement bien adaptés à des structures présentant des déplacements ou vitesses importants et correspondent ainsi généralement à des applications d'échelle moyenne. Les générateurs piézoélectriques ne nécessitent pas de grandes amplitudes de mouvement mais des niveaux de contraintes élevés. Leur densité de puissance élevée est particulièrement appréciable pour l'alimentation de microsystemes. Roundy et al [30], [31] ont par exemple réalisé un micro-générateur piézoélectrique de  $1\text{cm}^3$  permettant d'alimenter un émetteur RF. Ce générateur est du même type que celui représenté sur la Figure 1-9 (a). Lorsqu'il est excité à sa fréquence de résonance, il fournit une puissance de  $190\mu\text{W}$ . L'énergie fournie par ce micro-générateur est accumulée sur un dispositif de stockage, ce qui permet l'alimentation d'un émetteur de  $12\text{mW}$  avec un rapport cyclique de 1.6%.

Elvin et al [32], [33] ont développé un capteur de déformation sans fil pour le contrôle de santé de structures dans le domaine du génie civil. Ces capteurs sont insérés dans la structure à contrôler. Lors d'un contrôle de santé, la structure est mise en vibration par une excitation externe. Des inserts piézoélectriques, liés à la structure, permettent de mesurer la déformation et d'alimenter un émetteur RF permettant de transmettre l'information à un récepteur distant. Si la structure présente un défaut dans la région proche d'un des capteurs, la déformation mesurée est modifiée, ce qui permet de diagnostiquer l'état de santé de la structure. Le micro-générateur utilisé dans ce dispositif est du type de celui représenté sur la Figure 1-9 (b). Lorsque la structure est sollicitée, il peut générer une puissance de l'ordre de  $100\mu\text{W}$ . L'énergie produite est stockée sur un condensateur jusqu'à ce qu'elle soit en quantité suffisante pour la mesure et la transmission.

Platt et al [34] propose l'implémentation d'un micro-générateur piézoélectrique à l'intérieur d'une prothèse du genou. Le prototype expérimental fournit une puissance utile supérieure à  $250\mu\text{W}$  lors d'une sollicitation correspondant à la marche d'un individu. Cette puissance est suffisante pour alimenter en continu un microcontrôleur qui permettrait de surveiller l'état de santé de la prothèse.

### 1.2.4. Energie du corps humain

Le corps humain stocke, dissipe et développe une énergie considérable par rapport à la consommation de la plupart des dispositifs électroniques portables. Il semble donc envisageable de récupérer une partie de cette énergie pour alimenter des appareils de puissance modérée. [Starner \[35\]](#) et [Turri et Poulin \[36\]](#) détaillent les sources potentielles d'énergie du corps humain. La puissance mécanique développée lors d'activités musculaires simples tels que marcher (67W), tourner une manivelle (21W), serrer avec la main (6W), etc. est comparée à la consommation de quelques appareils électriques portables courants, comme une petite radio FM (30mW), un Walkman (60mW) ou un téléphone portable (35mW en communication). Cette comparaison justifie l'idée de créer des dispositifs générateurs d'énergie qui permettent de créer de l'énergie électrique à partir d'un mouvement volontaire et spécifique de l'utilisateur. Plusieurs exemples de réalisations pratiques sont cités. Ces appareils sont généralement conçus sur le principe de la dynamo, un levier ou une manivelle permettant de mettre en mouvement une génératrice à courant continu. Les puissances générées peuvent atteindre quelques Watts ce qui rend possible l'alimentation de la plupart des systèmes électroniques portables.

Il existe également des dispositifs permettant de récupérer de l'énergie lors de mouvements naturels. [Niu et al \[37\]](#) détaillent l'énergie pouvant être récupérée de cette façon. Il s'agit de l'énergie associée au mouvement des talons, à la torsion des articulations ou au déplacement du centre d'inertie du corps. [González et al \[38\]](#) précisent la quantité d'énergie maximale disponible en utilisant des dispositifs piézoélectriques classiques à partir de mouvements dont la fonction première n'est pas de générer de l'énergie. Ces résultats sont résumés dans le [Tableau 1-1](#). La puissance utile prend en compte les pertes mécaniques dans le dispositif de mise en contrainte des éléments piézoélectriques, le rendement de la conversion mécano-électrique et les pertes électriques dans le convertisseur permettant d'adapter la tension alternative générée sur les éléments piézoélectriques au dispositif à alimenter.

	Puissance mécanique récupérable	Pertes mécaniques	Rendement mécano-électrique	Pertes électriques	Puissance utile
Taper sur un clavier	7mW	10%	50%	10%	2.8mW
Mouvements des bras	3W	50%	11%	10%	150mW
Souffle	0.83W	10%	11%	10%	74mW
Marche	67W	75%	50%	10%	7.5W

Tableau 1-1 Puissance électrique maximale disponible en utilisant un générateur piézoélectrique permettant de récupérer une partie de l'énergie de mouvements humains [\[38\]](#)

Les résultats présentés dans le [Tableau 1-1](#) sont très optimistes. En effet, les travaux réalisés au MIT par [Kymissis et al \[39\]](#) et [Shenck et Paradiso \[40, 41\]](#) sur les chaussures piézoélectriques n'atteignent pas ces performances. Le prototype, représenté [Figure 1-10](#), a été réalisé en deux versions. La première version utilise des polymères piézoélectriques (PVDF) stratifiés placés sous la plante du pied et génère 1.1mW. La deuxième version utilise un bimorphe réalisé avec des céramiques de PZT et génère 8.4mW.

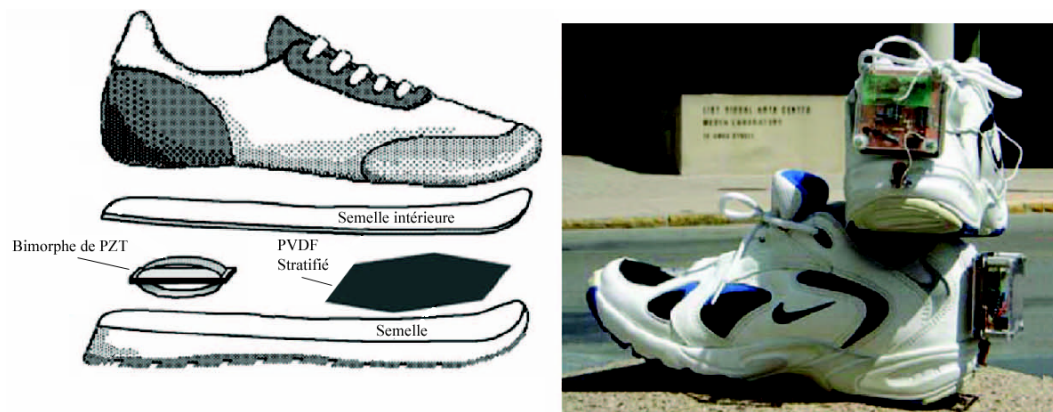


Figure 1-10 Chaussures piézoélectriques développées au MIT, utilisant soit du PVDF stratifié placé sous la plante du pied, soit un bimorphe réalisé à partir de céramiques piézoélectriques (PZT) placé sous le talon [1]

La même équipe a également réalisé une paire de chaussure utilisant un micro-générateur électromagnétique. Ce dispositif est constitué d'un levier actionné à chaque fois que l'utilisateur pose le talon au sol, d'un système d'engrenage permettant d'accélérer le mouvement de rotation généré par le levier et d'une génératrice continue pour la conversion mécano-électrique. La puissance récupérée, 250mW, est nettement plus importante que pour les chaussures piézoélectriques mais le dispositif est très complexe, fragile, cher et le levier représente une gêne pour l'utilisateur.

### 1.3 Récupération d'énergie à l'aide d'éléments piézoélectriques

Les matériaux piézoélectriques semblent particulièrement bien adaptés à la récupération d'énergie mécanique. Leur densité de puissance est élevée, ils sont compacts et solides et ne nécessitent pas d'entretien. Les générateurs piézoélectriques peuvent potentiellement alimenter des dispositifs électroniques allant de quelques  $\mu\text{W}$  à quelques centaines de mW.

#### 1.3.1. Types de conversions

##### Conversion directe

Ce type de conversion correspond aux dispositifs de récupération d'énergie de type briquet ou allume-gaz, où on applique directement ou via un mécanisme de levier une contrainte sur un matériau piézoélectrique, comme illustré sur la Figure 1-11 (a). Dans cette première approche on considère le cas d'une conversion mécano-électrique directe, c'est-à-dire sans stockage intermédiaire d'énergie sous forme mécanique (le stockage intermédiaire en question pourrait être, par exemple, une masse en mouvement ou une structure vibrante). On définit le taux de conversion électromécanique comme le rapport de l'énergie électrique récupérée sur l'énergie mécanique fournie. Cette grandeur ne correspond pas à proprement parler à un rendement, car l'élément piézoélectrique restitue de l'énergie lorsque la contrainte est supprimée. Cependant, si l'on considère que l'énergie restituée est perdue ou inutilisable, ce qui est généralement le cas

pour les micro-générateurs à conversion directe, alors le taux de conversion peut être assimilé au rendement de la conversion.

Les travaux de [Xu et al \[42\]](#) et de [Keawboonchuay et Engel \[43\]](#) distinguent et comparent deux cas de figures : Soit la contrainte est appliquée de façon quasi-statique et la tension générée sur l'élément piézoélectrique est bidirectionnelle, soit la contrainte est appliquée de façon dynamique (choc) et dans ce cas la tension est unidirectionnelle. Ces deux modes de sollicitations sont représentés sur la [Figure 1-11 \(b\) et \(c\)](#).

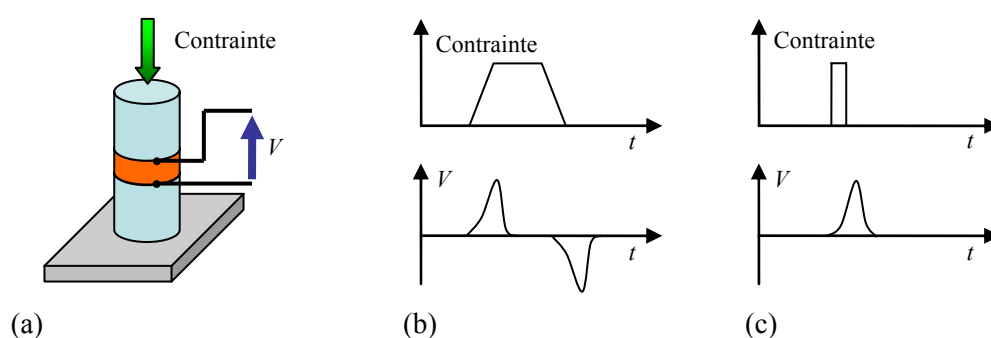


Figure 1-11 Conversion directe : (a) principe, (b) sollicitation quasi-statique, (c) sollicitation dynamique

Alors que les travaux de [Xu et al \[42\]](#) indiquent que le taux de conversion électromécanique sous sollicitation quasi-statique est meilleur que dans le cas dynamique, les travaux de [Keawboonchuay et Engel \[43\]](#) affirment le contraire. On peut de toute façon certifier que ce rendement ne peut pas excéder le carré du coefficient de couplage du matériau piézoélectrique utilisé, cf. Annexe A. Le [Tableau 1-2](#) résume les ordres de grandeurs des rendements maximums en fonction du type de matériaux piézoélectriques.

Matériaux	Taux de conversion max
polyfluorures de vinylidène (PVDF)	1-5%
Céramiques de PZT	35-50%
Monocristaux	70-90%

Tableau 1-2 Taux de conversion maximal en conversion directe pour différents types de matériaux piézoélectriques

En pratique, la puissance récupérée par ce genre de dispositif est très faible. La mise en contrainte des matériaux piézoélectriques est en effet difficile à mettre en œuvre, et cette difficulté augmente d'autant que la quantité de matériaux piézoélectriques utilisée est importante. Ainsi, dans le cas de la chaussure piézoélectrique développée au MIT, la faible puissance récupérée (8mW) par rapport à l'énergie mécanique disponible (67W) est principalement due à la difficulté de contraindre les éléments piézoélectriques à partir du mouvement du pied. Les matériaux piézoélectriques fonctionnent en effet sous forte contrainte et faible déformation, alors que le mouvement du pied a plutôt tendance à générer de fortes déformations mais une force relativement faible.

Cet exemple illustre bien le fait que le rendement global de micro-générateurs à conversion directe est généralement plus limité par les pertes mécaniques du dispositif de mise en contrainte que par le rendement de la conversion mécano-électrique au sein du matériau piézoélectrique.

### Conversion indirecte, système vibrants

Une utilisation plus rationnelle des matériaux piézoélectriques consiste à convertir l'énergie mécanique en énergie électrique au moyen de plusieurs cycles de compression - décompression successifs. Le bouton poussoir développé par [Paradiso et Feldmeier \[44\]](#) fonctionne sur ce principe. Dans ce dispositif, un élément piézoélectrique est excité sur son mode de résonance propre lors d'une action sur un bouton poussoir. L'énergie vibratoire fournie est ensuite récupérée sur plusieurs cycles d'oscillation en reliant l'élément piézoélectrique à une capacité de stockage via un pont de diode. L'énergie électrique récupérée lors d'une action sur le bouton est de l'ordre de 2mJ, ce qui est suffisant pour transmettre un code de 12 bits à l'aide d'un émetteur RF.

Plutôt que d'exciter un élément piézoélectrique sur un de ses modes propres, un moyen plus simple consiste à coller des éléments piézoélectriques sur une structure vibrante. Le dispositif de ce type le plus simple est représenté sur la [Figure 1-12](#). Il s'agit d'une poutre sur laquelle sont collés des éléments piézoélectriques. Une des extrémités de la poutre est encastrée dans un bâti fixe, l'autre extrémité est libre. Le système est excité par une force extérieure. L'énergie convertie est dissipée dans une résistance de charge. Le rendement de ce dispositif est le rapport de l'énergie dissipée dans la charge sur l'énergie fournie à la poutre.

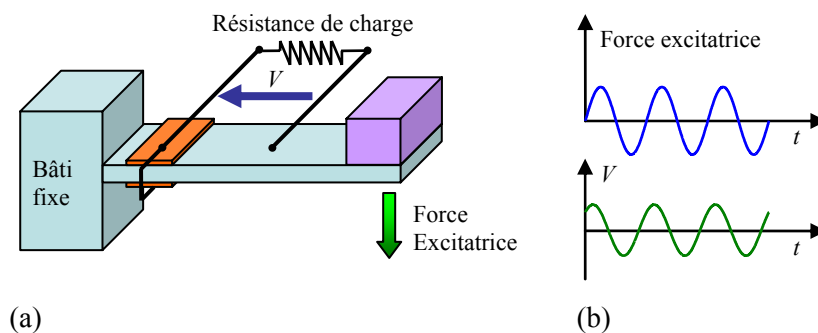


Figure 1-12 Dispositif d'étude classique : (a) schéma du dispositif, (b) sollicitation sinusoïdale

[Lu et al \[45\]](#) ont étudié la puissance et le rendement de ce type de générateur en fonction de la charge lorsque la poutre chargée est excitée à sa fréquence de résonance et lorsque l'amplitude du déplacement en bout de poutre est imposée (l'amplitude de la force excitatrice n'est donc pas constante). Ces travaux montrent qu'il existe une valeur optimale de la résistance de charge pour laquelle la puissance et le rendement atteignent simultanément une valeur maximale. Soulignons dès à présent que dans le cas d'une sollicitation à force d'amplitude constante, ce résultat n'est pas toujours vrai, comme nous le verrons au Chapitre 4.

[Richards et al \[46\]](#) se sont intéressés au rendement de ce dispositif lorsqu'il est excité à sa résonance par une force d'amplitude constante. Ces travaux confirment l'existence d'une valeur

de résistance qui maximise le rendement. Le rendement maximum est exprimé en fonction du coefficient de couplage global  $k$  du micro-générateur et de son facteur de qualité mécanique  $Q$ . Cette expression est donnée dans (1.3). On peut constater que le rendement augmente logiquement avec le couplage et le facteur qualité mécanique. En utilisant des structures suffisamment surtendues ( $Q$  élevé), on peut obtenir des rendements très importants même pour des coefficients de couplage électromécanique faibles. Ainsi, pour  $Q=150$  et  $k^2=5\%$ , on obtient un rendement de 80%. Si le dispositif est sollicité en régime quasi-statique, on rejoint le cas du générateur à conversion direct (non résonant) dont le taux de conversion est inférieur au carré du coefficient de couplage électromécanique, soit 5% dans ce cas.

$$\eta = \frac{1}{1 + \frac{2}{k^2 Q}} \quad (1.3)$$

La puissance maximale que peut produire ce type de générateur est limitée par la sollicitation maximale que l'on peut appliquer sur le dispositif avant rupture mécanique ou dépolarisation des matériaux piézoélectriques. Cette limite est fonction de la taille, de la géométrie et des matériaux utilisés dans le générateur. A titre d'exemple, le micro-générateur réalisé par [Glynn-Jones et al \[47\]](#) est composé d'une poutre en acier de 20mm de long, 10mm de large et 0.1mm d'épaisseur sur laquelle est déposée une couche mince de matériaux piézoélectrique épaisse de 0.02mm. Il peut produire une puissance maximale de  $3\mu W$ . La puissance de ce micro-générateur est limitée par sa taille extrêmement réduite, sa puissance volumique est de  $150\mu W/cm^3$  environ.

### 1.3.2. Optimisation électromécanique

L'optimisation d'un générateur piézoélectrique passe par l'optimisation de ses caractéristiques électromécaniques, c'est-à-dire l'optimisation de sa réponse électrique à une sollicitation mécanique. En d'autre terme, l'objectif est de maximiser le coefficient de couplage du micro-générateur pour le mode de sollicitation utilisé<sup>2</sup>.

D'une manière générale, le carré du coefficient de couplage électromécanique d'une structure peut être défini, en circuit ouvert, comme le rapport de l'énergie électrique  $W_E$  sur l'énergie élastique totale  $W_M$ . Soit  $W_{MP}$  l'énergie élastique dans les éléments piézoélectriques et  $k_P$  le coefficient de couplage du matériau piézoélectrique utilisé, le carré du coefficient de couplage global  $k$  du micro-générateur est alors donné par (1.4). Il apparaît alors clairement que pour un matériau piézoélectrique donné, la maximisation du coefficient de couplage global revient logiquement à maximiser le rapport de l'énergie élastique dans le matériau piézoélectrique sur l'énergie élastique totale.

$$k^2 = \frac{W_E}{W_M} = \frac{W_E}{W_{MP}} \frac{W_{MP}}{W_M} = k_P^2 \frac{W_{MP}}{W_M} \quad (1.4)$$

Afin de présenter le problème sur un exemple simple, considérons un micro-générateur du même type que celui représenté [Figure 1-12](#). Supposons que l'on cherche à maximiser le

---

<sup>2</sup> Le couplage électromécanique d'une structure vibrante est fonction du mode de résonance sollicité. On peut généralement définir un coefficient de couplage par modes ainsi qu'un coefficient de couplage statique.

couplage de cette structure lorsqu'elle est excitée sur son premier mode de flexion. On suppose également que le choix des matériaux utilisés est déjà défini, ainsi que la position et la longueur des inserts piézoélectriques. Le seul paramètre qui n'est pas fixé est l'épaisseur des inserts, que l'on cherche à optimiser afin de maximiser le couplage.

On voit bien sur cet exemple simple que l'optimisation électromécanique est un problème complexe. Si l'épaisseur des inserts piézoélectriques est trop petite, il est évident que le rapport de l'énergie élastique dans le matériau piézoélectrique sur l'énergie élastique totale est faible, mais si cette épaisseur est trop grande, une rigidité trop importante de la structure au niveau des inserts peut fortement diminuer la déformation dans le matériau piézoélectrique et donc engendrer une diminution de l'énergie élastique dans les inserts. Il existe en réalité une épaisseur optimale pour laquelle le coefficient de couplage est maximisé. L'énergie élastique dans la structure est représentée sur la **Figure 1-13** pour trois épaisseurs croissantes correspondant (1) à une épaisseur trop faible, (2) à l'épaisseur optimale et (3) à une épaisseur trop importante.

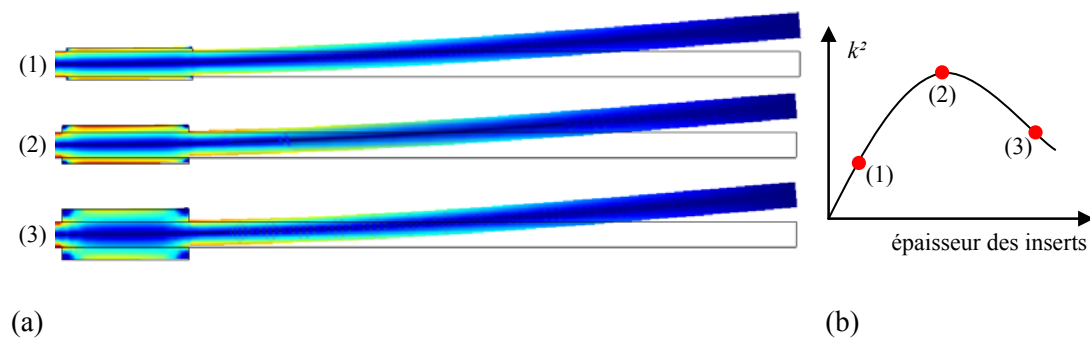


Figure 1-13 coefficient de couplage en fonction de l'épaisseur des inserts : (a) énergie élastique dans la structure pour trois épaisseur différente, (b) évolution typique du coefficient de couplage

Nous verrons au paragraphe 7.2 du Chapitre 7 comment le coefficient de couplage de ce type de structure électromécanique peut être optimisé analytiquement à partir d'un modèle à constantes localisées.

De nombreux travaux scientifiques ont été réalisés sur le sujet de la modélisation et de l'optimisation de structures piézoélectriques. La [thèse de Eggborn \[48\]](#), par exemple étudie la réponse électrique de structure de type poutres ou plaques excitées par une force extérieure. Celle de [Kim \[49\]](#), s'intéresse à l'optimisation d'unimorphes et de bimorphes piézoélectriques, linéaires ou circulaires, polarisés parallèlement ou perpendiculairement à la déformation principale.

La modélisation de micro-générateurs piézoélectriques permet l'optimisation de leur géométrie avant la réalisation du prototype. Les travaux de [Danak et al \[50\]](#) et [Kang et al \[51\]](#) illustrent bien cette logique : Définition de la forme générale du système en fonction de l'application envisagée, modélisation théorique, optimisation du système à partir du modèle, réalisation du prototype optimisé.



### 1.3.3. Optimisation électrique

Les caractéristiques électriques des générateurs piézoélectriques ne sont généralement pas très favorables : tension élevée et alternative, faible courant, impédance de sortie capacitive. L'énergie produite par ces générateurs piézoélectriques n'est ainsi généralement pas utilisable directement pour l'alimentation de dispositifs électroniques classiques qui nécessitent une alimentation basse tension continue.

On utilise en règle générale un pont redresseur suivi d'une capacité de filtrage pour convertir la tension alternative délivrée par les inserts piézoélectriques en tension continue. Considérons une charge résistive alimentée par ce type de dispositif, cf. **Figure 1-14 (a)**. Dans le cas d'une sollicitation mécanique sinusoïdale d'amplitude constante, on peut montrer qu'il existe une résistance de charge optimale pour laquelle la puissance délivrée par les inserts piézoélectriques est maximale, ceci sera amplement discuté dans le Chapitre 4.

Un convertisseur DC-DC est souvent intercalé entre la tension redressée et la charge à alimenter, cf. **Figure 1-14 (b)**. Ce convertisseur peut avoir plusieurs rôles : Soit imposer une tension constante sur la charge (régulation de tension), soit imposer un rapport  $V_{rect}/I_{rect}$  égal à la résistance optimale de façon à optimiser la puissance fournie par le micro-générateur (adaptation d'impédance).

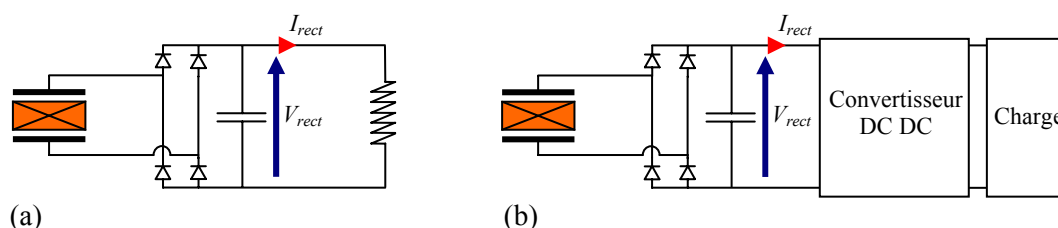


Figure 1-14 Mise en forme de la tension générée par les inserts piézoélectriques : (a) alimentation d'un charge résistive, (b) alimentation d'une charge quelconque via un convertisseur DC-DC

Des travaux menés à l'université de Floride ont exploité ces deux types de convertisseur DC-DC : Le convertisseur utilisé par [Horowitz et al \[52\]](#) est un régulateur linéaire délivrant une tension continue de 5V, alors que celui utilisé par [Kasyap et al \[53\]](#) est un hacheur de type flyback permettant de maximiser la puissance fournie par le micro-générateur en jouant sur le rapport cyclique de commutation.

A l'université de Pennsylvanie, [Ottman et al \[54\]](#) ont utilisé un hacheur abaisseur de tension dont le rapport cyclique de commutation est automatiquement adapté de façon à maximiser la puissance de sortie. Dans le cas où la charge est une batterie, les résultats ont montré que l'énergie récupérée pouvait être augmenté de 400% par rapport à une charge directe sans convertisseur. Ce dispositif complexe d'adaptation du rapport cyclique de commutation présente l'inconvénient de ne pas pouvoir être autoalimenté. Constatant que pour des niveaux de sollicitations suffisamment élevés le rapport cyclique optimal varie très peu, [Ottman et al \[55\]](#) ont développé un hacheur abaisseur de tension autoalimenté dont le rapport cyclique de



commutation reste constant. Les résultats pour la charge d'une batterie en utilisant ce système indiquent une amélioration de 325% par rapport à une charge directe.

La tension générée par des inserts piézoélectriques est généralement élevée, et l'utilisation de ponts redresseurs à diode ne pose alors pas de problème. Le micro-générateur utilisé par [Han et al \[56\]](#) fournit une tension en circuit ouvert de quelques dixièmes de volt. Pour cette application particulière, l'utilisation d'un redresseur à diode n'est pas envisageable, il a donc été remplacé par un redresseur synchrone suivi d'un système de pompe de charge pour augmenter la tension.

## 1.4 Techniques de conversion piézoélectriques non linéaires

La plupart des travaux scientifiques à propos des micro-générateurs piézoélectriques concernent soit l'optimisation du couplage électromécanique soit le développement de convertisseur DC-DC permettant de maximiser le transfert de puissance par adaptation d'impédance.

Nous proposons une approche différente, qui consiste à ne pas considérer séparément la structure électromécanique et le dispositif électrique de mise en forme de la tension. Les techniques non linéaires proposées permettent d'élargir les cycles énergétiques de conversion mécano-électrique, c'est-à-dire la façon dont est extraite l'énergie mécanique de la structure et dont elle est convertie en énergie électrique.

Le seul exemple de générateur piézoélectrique utilisant une technique non linéaire correspond aux travaux de [Taylor et al \[57\]](#). Ce générateur est appelé anguille récupératrice d'énergie (Energy Harvesting Eel), il est représenté [Figure 1-15](#). Il s'agit d'un dispositif utilisant des polymères piézoélectriques pour convertir l'énergie mécanique disponible dans les océans ou dans des rivières. Ces générateurs sont excités par les vortex créés par le courant marin derrière un obstacle. Le mouvement du générateur ressemble alors à celui d'une anguille. Un générateur de ce type, long de 1.3m et large de 15cm environ produit 200mW environ. Ce générateur utilise un traitement non linéaire permettant à la fois de maximiser l'énergie extraite et d'abaisser le niveau de tension. Cette technique sera détaillée dans le paragraphe 6.1 du Chapitre 6.

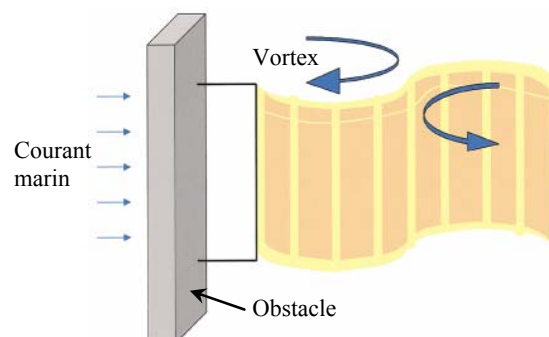


Figure 1-15 Anguille récupératrice d'énergie [\[57\]](#)

## 1.5 Enjeux et perspectives

La récupération d'énergie est actuellement un domaine porteur, il suffit pour s'en convaincre d'observer l'explosion récente du nombre de publications et de brevets sur ce thème. La réalisation de micro-générateurs autonomes correspond à un réel besoin, que ce soit pour l'alimentation de dispositifs électroniques portables d'usage courant, ou dans le cadre des réseaux de capteurs sans fil. Ce développement a été rendu possible par la diminution de la consommation des composants électroniques. Il correspond à des considérations d'ordre pratique, écologique et économique. Pratique, car le remplacement des batteries est gênant, voire impossible dans le cas de réseaux de capteurs comportant un très grand nombre de nœuds. Ecologique, puisque ces générateurs utilisent de l'énergie renouvelable. Economique d'une part car les entreprises sont taxées pour participer au frais de retraitement des batteries usagées et d'autre part car l'utilisation d'un réseau de capteur pour le contrôle de santé permet de baisser les coûts de maintenance. En effet, le contrôle de santé à l'aide de capteurs autonomes dédiés permet d'augmenter la sûreté de fonctionnement d'un système tout en supprimant ou en diminuant fortement la fréquence des contrôle systématiques qui peuvent nécessiter l'arrêt du système et/ou une intervention humaine.

Le programme de grande ampleur mené aux Etats-Unis par le département recherche et développement du ministère de la défense<sup>3</sup> au sujet de la récupération d'énergie traduit bien l'intérêt actuel pour ce genre de dispositif. Ce programme a soutenu de nombreux travaux de recherches cités dans ce chapitre, notamment la chaussure piézoélectrique de [Shenck et Paradiso \[40, 41\]](#), le bouton poussoir de [Paradiso et Feldmeier \[44\]](#), ou l'anguille récupératrice d'énergie de [Taylor et al \[57\]](#).

---

<sup>3</sup> DARPA : Defense Advanced Research Project Agency, <http://www.darpa.mil/dso/trans/energy/>



## Chapitre 2

# Les Techniques SSD

# Amortissement vibratoire semi passif

Les techniques non linéaires de récupération d'énergie sont dérivées de techniques semi passives d'amortissement vibratoire précédemment développées au LGEF. Ce chapitre présente une analyse de ces techniques d'amortissement sous un angle nouveau, notamment à partir de l'étude du vecteur de Poynting qui traduit les flux énergétiques dans un système électromécanique.

Beaucoup de développements présentés dans ce chapitre, notamment la modélisation électromécanique seront utilisés par la suite dans les travaux concernant la récupération d'énergie.

## 2.1 Introduction aux techniques SSD

### 2.1.1. Contexte et acquis

La réduction du bruit et des vibrations est un sujet de recherche prioritaire dans de nombreux secteurs industriels, tels que l'automobile, l'aérospatiale, l'équipement sportif, la mesure, etc. Afin de répondre à ces préoccupations, de nombreuses méthodes d'amortissement vibratoire utilisant des matériaux piézoélectriques ont été développées. Ces matériaux, collés sur la structure à amortir, sont comprimés ou étirés lorsque la structure vibre et convertissent une part

de l'énergie mécanique de la structure en énergie électrique. En transférant ou en dégradant cette énergie, on réduit l'énergie mécanique dans la structure et donc on amortit les vibrations.

On distingue plusieurs types de contrôle vibratoire à base de matériaux piézoélectriques. Les techniques dites actives utilisent un système complexe comprenant des capteurs permettant de mesurer la vibration, un calculateur permettant de déduire la tension à appliquer sur les actionneurs piézoélectriques pour contrôler la vibration, et enfin des générateurs de tension et des amplis pour alimenter ces actionneurs.

Les techniques passives consistent à connecter aux éléments piézoélectriques un réseau électrique passif dissipatif. La méthode la plus efficace consiste à connecter une inductance en série avec une résistance, en parallèle avec la capacité propre des éléments piézoélectriques. L'amortissement optimal est obtenu lorsque la fréquence de résonance électrique du circuit oscillant ainsi constitué est accordée à la fréquence de résonance de la structure. Dans ces conditions, cette méthode s'avère très efficace et beaucoup plus simple que les techniques actives. Cependant, cette technique passive présente quelques inconvénients majeurs. Pour des fréquences de résonances basses, la valeur optimale de l'inductance devient très grande et nécessite l'utilisation de circuits actifs spécifiques (girateurs). De plus, cette technique est très sensible aux variations environnementales, tels que la température, les conditions aux limites, la charge acoustique, qui modifient les fréquences de résonances et donc dégradent l'accord avec la fréquence de résonance du circuit électrique, ce qui entraîne une baisse importante des performances. Enfin, l'amortissement de plusieurs modes de vibration simultanés nécessite l'utilisation de réseaux électriques complexes d'autant plus sensibles aux variations environnementales.

Une alternative novatrice a été développée au LGEF. Il s'agit d'une technique dite semi passive, qui peut être totalement autonome mais réalise un traitement actif de la tension générée par les éléments piézoélectriques [58, 59]. Cette technique, baptisée SSD pour Synchronized Switch Damping, est implémentée en utilisant un interrupteur électronique commandé pendant de brefs instants de façon synchrone avec la vibration. Cet interrupteur connecte brièvement les éléments piézoélectriques à un circuit électrique qui peut être soit un simple court-circuit (SSDS), soit une petite inductance (SSDI). Dans le cas du SSDS, la tension est brièvement ramenée à zéro, et dans le cas du SSDI elle est inversée. Dans les deux cas, le traitement non linéaire de la tension se traduit par la création d'une force mécanique en créneau dont le signe est toujours opposé à celui de la vitesse de la vibration. Cela signifie que du point de vue de la structure le traitement non linéaire introduit un mécanisme dissipatif de type frottement sec. L'inversion de tension effectuée dans la technique SSDI permet d'augmenter l'amplitude des créneaux et donc l'efficacité du dispositif. Contrairement aux pertes visqueuses, les pertes par frottement sec sont indépendantes de la fréquence, ce qui implique que cette approche fonctionne également pour les très basses fréquences. Par ailleurs, les techniques SSD ne nécessitent aucune information précise sur les modes de résonances de la structure et sont donc très adaptables et peu sensibles aux conditions aux limites.

### 2.1.2. Travail réalisé

Un modèle simple à constantes localisées est proposé pour modéliser le comportement d'une poutre en vibration sur laquelle sont collés des inserts piézoélectriques. Ce modèle est comparé à une modélisation par éléments finis et donne des résultats équivalents pour un temps de calcul au moins 100 fois plus court. L'exploitation théorique du modèle ainsi que l'étude du flux du vecteur de Poynting dans la structure permet de mettre en évidence l'augmentation des cycles d'extraction de l'énergie mécanique due au traitement SSD et de prédire analytiquement l'amortissement induit par chacune des techniques. Ce travail est l'objet d'une publication [60] soumise en avril 2005.

## 2.2 Les techniques SSD semi passives

L'implémentation des techniques SSD consiste à ajouter un dispositif de commutation en parallèle avec les éléments piézoélectriques. Dans le cas de la technique SSDS ce dispositif est un simple interrupteur électronique, dans le cas de la technique SSDI, l'interrupteur est en série avec une bobine d'inductance  $L_I$ . L'interrupteur est pratiquement toujours ouvert, sauf quand un extremum de déplacement est détecté. Dans le cas de sollicitation simple (sinusoïdale par exemple), les extrema de déplacement de la structure correspondent à des extrema de déformation dans les éléments piézoélectriques et donc à des extrema de tension. Quand un extremum est détecté, l'interrupteur est fermé. Dans le cas de la technique SSDS, la tension est alors brièvement ramenée à zéro. Dans le cas de la technique SSDI, La capacité propre  $C_0$  des éléments piézoélectriques et l'inductance  $L_I$  forment un circuit oscillant. L'interrupteur est maintenu fermé jusqu'à ce que la tension sur les éléments piézoélectriques soit inversée, c'est-à-dire au bout d'un temps  $t_i$  correspondant à une demi pseudo période du circuit oscillant, cf. Eq. (2.1). Plus l'inductance est petite et plus le temps d'inversion est faible. Ainsi cette technique ne nécessite pas de grosses valeurs d'inductance, contrairement aux techniques passives classiques. D'un point de vue pratique, l'inductance est choisie de façon à ce que  $t_i$  soit entre 20 et 50 fois plus petit que la période de vibration mécanique. Lorsque l'interrupteur est ouvert, le courant sortant des éléments piézoélectriques est nul et la tension évolue comme le déplacement. Les dispositifs de commutation correspondant aux techniques SSD ainsi que les formes d'ondes associées sont représentés sur la Figure 2-1.

$$t_i = \pi \sqrt{C_0 L_I} \quad (2.1)$$

L'inversion à travers l'inductance n'est pas parfaite parce qu'une part de l'énergie électrique sur les électrodes des éléments piézoélectriques avant l'inversion est perdue dans le dispositif de commutation, en particulier dans le circuit magnétique de l'inductance. Ces pertes sont modélisées par un facteur de qualité électrique  $Q_I$ . L'expression de la tension après inversion en fonction de la tension avant l'inversion et de  $Q_I$  est donnée dans (2.2). La technique SSDS peut être vue comme un cas particulier de la technique SSDI lorsque  $Q_I=0$ .

$$V_{(après)} = -\gamma V_{(avant)} = -V_{(avant)} e^{\frac{-\pi}{2Q_I}} \quad (2.2)$$

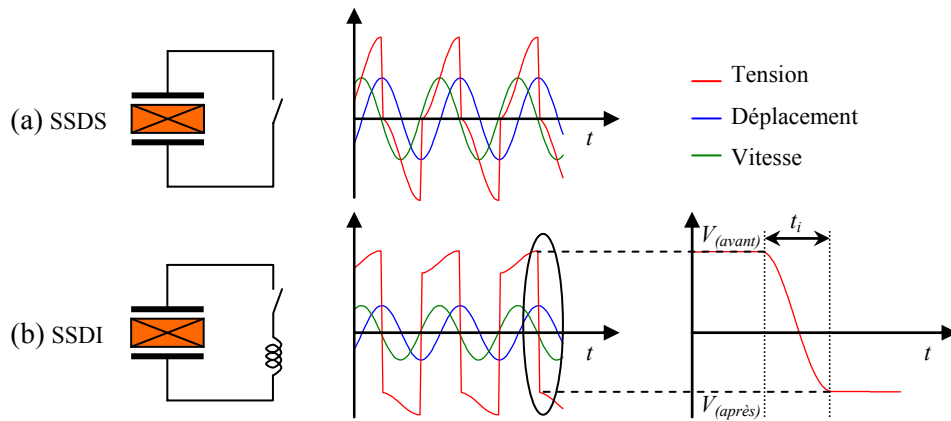


Figure 2-1 Techniques SSD, dispositifs de commutation et formes d'ondes typiques associées : (a) SSDS, (b) SSDI

## 2.3 Analyse globale de la structure amortie

On considère une poutre vibrante amortie par l'action d'éléments piézoélectriques. Cette poutre est représentée Figure 2-2. Une de ses extrémités est encastree dans une structure rigide, l'autre est libre. Des éléments piézoélectriques sont collés de part et d'autre de la poutre, près de l'encastrement, là où la déformation est la plus importante. Dans le cas considéré ici, les éléments piézoélectriques sont constitués de céramiques massives polarisées perpendiculairement à la poutre. C'est donc le couplage latérale  $k_{31}$  qui est prépondérant. Cette approche peut cependant être généralisée aux composites piézoélectriques dont la polarisation peut être parallèle à la poutre. Les deux éléments piézoélectriques sont connectés en parallèle. La masse électrique est constituée par les électrodes en contact avec la poutre.

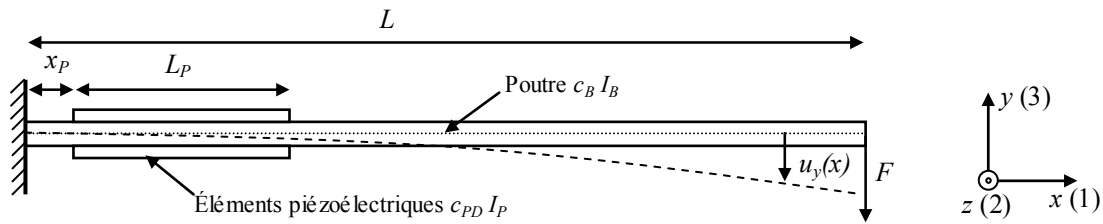


Figure 2-2 Poutre vibrante comportant des éléments piézoélectriques

Le vecteur de Poynting qui décrit les flux d'énergie dans une structure piézoélectrique est donné par (2.3), où  $T$  est le tenseur des contraintes,  $u$  le vecteur des déplacements,  $\Phi$  le potentiel électrique et  $D$  le vecteur des déplacements électriques.

$$P_j = -T_{ij}\dot{u}_i + \Phi\dot{D}_j \quad i, j = 1..3 \quad (2.3)$$

Le flux du vecteur de Poynting entrant dans une surface fermée  $\partial\Omega$  est égal à la dérivée temporelle de l'énergie potentielle  $E_P$  et de l'énergie cinétique  $E_C$  dans le volume délimité par cette surface plus les pertes intrinsèques  $P_D$  dans le volume. Ceci est résumé dans (2.4).

L'énergie potentielle est égale à la somme de l'énergie électrostatique  $E_E$  et de l'énergie élastique  $E_e$ . Dans cette analyse, les pertes intrinsèques sont assimilées à des pertes visqueuses.

$$\oint_{\partial\Omega} \bar{P} d\bar{S} = \frac{d}{dt}(E_C + E_P) + P_D \quad (2.4)$$

Une force excitatrice  $F$  est appliquée à l'extrémité libre de la poutre et un circuit électrique est connecté aux éléments piézoélectriques.  $I$  est le courant absorbé par le circuit,  $V$  est la tension aux bornes des éléments piézoélectriques et  $u_{yL}$  est le déplacement à l'extrémité libre de la poutre. Le flux du vecteur de Poynting entrant dans la surface externe totale  $\partial\Omega_T$  de la structure constituée par la poutre et les éléments piézoélectriques est donné par (2.5). Le bilan énergétique global de la structure peut être dérivé de (2.4) et (2.5) ; il est donné dans (2.6). Ce bilan montre que la dérivée temporelle de l'énergie potentielle et cinétique de la structure est égale à la puissance fournie par la source d'excitation mécanique, moins les pertes visqueuses et la puissance électrique consommée par le circuit électrique. La puissance électrique peut ainsi être considérée comme des pertes si le produit  $V \cdot I$  est positif, c'est-à-dire si le circuit électrique se comporte comme un récepteur. Dans le cas de l'amortissement vibratoire, le circuit électrique connecté aux éléments piézoélectriques doit donc être conçu pour maximiser sa propre consommation.

$$\oint_{\partial\Omega_T} \bar{P} d\bar{S} = -VI + F\dot{u}_{yL} \quad (2.5)$$

$$\frac{d}{dt}(E_C + E_P) = F\dot{u} - P_D - VI \quad (2.6)$$

On considère maintenant le flux entrant du vecteur de Poynting à travers la surface extérieure des éléments piézoélectriques  $\partial\Omega_p$ . On suppose que les hypothèses d'Euler-Bernouilli pour les poutres en flexion sont vérifiées. Les contraintes perpendiculaires à la poutre sont donc nulles et seuls sont considérés les déplacements dans le plan. Le vecteur de Poynting à travers la surface  $S_{PB}$  commune aux éléments piézoélectriques<sup>4</sup> et à la poutre résulte ainsi uniquement de la contrainte de cisaillement  $T_{xy}$  puisque sur cette surface le potentiel électrique est nul. Sur la surface libre des éléments piézoélectriques, les contraintes sont nulles et le vecteur de Poynting est uniquement fonction du potentiel électrique. Le flux entrant du vecteur de Poynting à travers  $\partial\Omega_p$  est donné par (2.7).

$$\oint_{\partial\Omega_p} \bar{P} d\bar{S} = -VI + \iint_{S_{PB}} T_{xy} \dot{u}_x dS \quad (2.7)$$

En régime permanent, le flux entrant du vecteur de Poynting à travers  $\partial\Omega_p$  pendant une période  $T$  est égal aux pertes dans les éléments piézoélectriques (pertes diélectriques, pertes visqueuses). On considère que ces pertes sont négligeables devant la puissance qui transite à travers les éléments piézoélectriques, ce qui est une hypothèse tout à fait valable dans le cas de l'amortissement vibratoire où l'on cherche à extraire un maximum d'énergie à travers les éléments piézoélectriques. Sur une période, le travail mécanique fourni aux éléments

---

<sup>4</sup> Cette surface est constituée de deux zones séparées correspondant aux deux éléments piézoélectriques.



piézoélectriques par la poutre à travers la surface  $S_{PB}$  est environ égal à l'énergie électrique consommée par le circuit électrique, comme le montre (2.8).

$$\int_T VI dt \approx \int_T \left( \iint_{S_{PB}} T_{xy} \dot{u}_x dS \right) dt \quad (2.8)$$

Les techniques d'amortissement vibratoire à partir d'éléments piézoélectriques peuvent ainsi être interprétées comme un moyen de maximiser le travail mécanique échangé entre la poutre et les éléments piézoélectriques.

## 2.4 Modélisation par éléments finis

### 2.4.1. Modèle

La structure étudiée est constituée d'une poutre en acier de section rectangulaire dont les caractéristiques sont données dans le [Tableau 2-1](#). Deux patchs piézoélectriques polarisés verticalement sont placés de part et d'autre de la poutre. Les propriétés physiques principales et la géométrie de ces patchs sont résumées dans le [Tableau 2-2](#). Les simulations par éléments finis ont été réalisées à l'aide du logiciel ANSYS® (version 8.0). Les coefficients d'amortissement bêta correspondent à la commande MPDAMP de ANSYS®. Ils permettent de simuler des pertes visqueuses dans un matériau et ont été fixés de façon à ce que le facteur de qualité mécanique  $Q_m$  de la structure soit de 180 pour le premier mode de flexion, ce qui est une valeur représentative de cas expérimentaux étudiés.

On a choisi une modélisation bidimensionnelle pour ne pas avoir de temps de calcul prohibitif, parce qu'il n'existe pas d'élément piézoélectrique de type coque sous ANSYS®. La structure est maillée à l'aide d'éléments quadratiques plans à huit nœuds configurés en déformation plane. Le matériau piézoélectrique est maillé avec des éléments PLANE223 dont les degrés de libertés sont les déplacements suivant  $x$  et  $y$  et le potentiel électrique. Des éléments PLANE180 dont les degrés de liberté sont les déplacements suivant  $x$  et  $y$  sont utilisés pour l'acier. La structure complète est maillée à l'aide de 185 éléments, avec deux couches d'éléments dans l'épaisseur des patchs et trois dans l'épaisseur de la poutre en acier, comme représenté sur la [Figure 2-3](#). L'encastrement de la poutre à l'une de ses extrémités est réalisé en forçant les deux composantes du déplacement à zéro pour les nœuds correspondant.

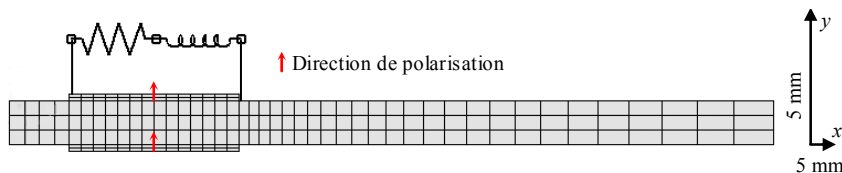


Figure 2-3 Maillage de la structure

Le potentiel électrique des nœuds de l'interface entre les patchs et la poutre est fixé à zéro pour simuler la masse électrique. Le potentiel électrique est configuré pour être commun à tous les nœuds des faces libres des patchs pour simuler l'électrodage et la mise en parallèle des patchs.

Deux éléments CIRCU94 additionnels sont utilisés pour modéliser une résistance et une inductance connectées aux électrodes des patches.

Longueur $L$	180mm
Largeur $b$	90mm
Epaisseur	2.05mm
Module d'Young $Y$	210GPa
Coefficient de Poisson $\nu$	0.3
Densité $\rho_B$	7.5
Coefficient d'amortissement bêta	13.3 $\mu$ s

Tableau 2-1 Caractéristiques de la poutre

Longueur $L_P$	40mm
Largeur $b$	90mm
Epaisseur $e_P$	300 $\mu$ m
position $x_P$	14mm
Soupleses en circuit fermé $s_{xx}^E$ $s_{xy}^E$ $s_{xz}^E$ $s_{yy}^E$	10.66 -4.52 -3.34 13.25 ( $10^{-12}$ Pa $^{-1}$ )
Coefficient piézoélectrique $d_{xy}$	-108pC.N $^{-1}$
Permittivité à déformation constante $\epsilon_{yy}^S$	5.50nF.m $^{-1}$
Permittivité à contrainte constante $\epsilon_{yy}^T$	10.17nF.m $^{-1}$
Densité $\rho_P$	8.1
Coefficient d'amortissement bêta	13.3 $\mu$ s

Tableau 2-2 Caractéristiques des éléments piézoélectriques (P189)

## 2.4.2. Simulations réalisées

La réponse dynamique de la structure est étudiée dans trois cas : en circuit ouvert, lorsqu'une résistance adaptée est connectée aux patches et lorsqu'on utilise la technique SSDI. Dans les trois cas, on cherche à étudier le régime permanent de la structure sollicitée à sa fréquence de résonance par une force sinusoïdale appliquée à l'extrémité libre de la poutre. Une analyse harmonique serait suffisante dans les deux premiers cas, mais pour la technique SSDI qui est non linéaire, il est nécessaire d'effectuer une étude temporelle jusqu'à ce que le régime permanent soit atteint. Pour des raisons de comparaison, toutes les simulations ont été effectuées en temporel. Ses simulations sont détaillées dans le paragraphe suivant et les principaux résultats sont résumés dans le [Tableau 2-3](#).

## 2.4.3. Résultats des simulations ANSYS

### En circuit ouvert

Dans ce cas, aucun élément n'est connecté aux patches. La fréquence de résonance  $f_D$  de la structure en circuit ouvert est obtenue à partir d'une analyse modale, elle est de 63.23Hz. L'amplitude de la force appliquée est de 0.12N et sa fréquence est  $f_D$ . L'analyse temporelle est menée jusqu'à ce que le régime permanent soit atteint. Le calcul a été réalisé pour 200 périodes avec 50 pas de calcul par périodes.

La **Figure 2-7 (a)** confirme qu'en circuit ouvert, la tension et le déplacement de l'extrémité libre de la poutre sont en phase. La **Figure 2-8 (a)** montre l'évolution temporelle de l'énergie dans la structure. Sont représentés l'énergie fournie  $E_F$ , l'énergie mécanique globale  $E_M$  somme de l'énergie élastique et cinétique, l'énergie potentielle dans les patchs  $E_{PP}$  somme de l'énergie électrique et élastique dans le matériau piézoélectrique et l'énergie extraite<sup>5</sup>  $E_S$ , qui dans ce cas est uniquement due aux pertes visqueuses. En régime permanent, l'énergie mécanique moyenne dans la structure est de 21.5mJ et l'énergie extraite pendant une période ne représente que 3.2% de cette quantité.

La contrainte  $T_{xx}$  et la déformation  $S_{xx}$  au centre du patch supérieur sont représentées sur la **Figure 2-9 (a)**, de même que le cycle normalisé  $T(S)$  représentant l'énergie extraite des patchs pendant une période. Cette énergie est très faible et correspond uniquement aux pertes visqueuses dans les patchs. Le flux du vecteur de Poynting à travers la surface  $S_{BP}$  est tracé sur la **Figure 2-10 (a)**, sa valeur moyenne est logiquement très proche de zéro.

### Résistance adaptée connectée aux éléments piézoélectriques

La résistance  $R_a$  qui maximise l'amortissement vibratoire est donnée par (2.9), où  $f_a$  est la fréquence de résonance de la structure quand la résistance  $R_a$  est connectée.  $f_a$  s'exprime en fonction de  $f_D$  et  $f_E$  la fréquence de résonance de la structure en circuit fermé, qui est déterminée par une analyse modale. L'expression de  $f_a$  est donnée par (2.10).

$$R_a = \frac{1}{2\pi f_a C_0} \quad (2.9)$$

$$f_a = \sqrt{f_D f_E} \quad (2.10)$$

Un élément CIRCU94 est connecté aux patchs pour simuler la résistance  $R_a$ . L'analyse temporelle est effectuée en appliquant une force sinusoïdale de fréquence  $f_a$  et d'amplitude 0.12N. Du fait de l'amortissement induit par la résistance, le régime permanent est atteint plus rapidement qu'en circuit ouvert. L'analyse est effectuée pour 100 périodes, toujours avec 50 pas de calcul par période.

La **Figure 2-11 (a)** montre qu'un déphasage de  $\pi/4$  apparaît entre la tension et le déplacement. Pour la même amplitude de sollicitation, l'amplitude du déplacement est 3.6 fois plus faible qu'en circuit ouvert. La **Figure 2-12 (a)** montre que l'énergie mécanique dans la structure en régime permanent est de 1.6mJ, ce qui est environ 13 fois moins qu'en circuit ouvert. L'énergie extraite est principalement due aux pertes Joule dans la résistance  $R_a$  et dans une moindre mesure aux pertes visqueuses dans la structure. L'énergie extraite pendant une période représente cette fois 13.2% de l'énergie mécanique globale.

L'énergie extraite des patchs est représentée par le cycle  $T(S)$  de la **Figure 2-13 (a)**. La résistance  $R_a$  induit un déphasage entre la contrainte et la déformation similaire à une augmentation des pertes visqueuses dans le matériau piézoélectriques. Le flux du vecteur de

<sup>5</sup> L'utilisation du terme énergie extraite peut paraître surprenante. En circuit ouvert, il ne s'agit effectivement que d'énergie dissipée dans la structure. Cette énergie peut cependant être vue comme de l'énergie extraite sous forme de chaleur. Lorsque l'on connecte un circuit électrique aux bornes des patchs, l'énergie est véritablement extraite de la structure avant d'être dissipée dans le circuit électrique (ou récupérée dans le cadre de la récupération d'énergie).

Poynting à travers  $S_{PB}$ , représenté sur la **Figure 2-14 (a)** conserve une forme sinusoïdale, mais qui présente une composante continue, ce qui montre que le travail moyen de la poutre sur les patchs n'est pas nul. Ce travail est cependant essentiellement réactif, puisque la majorité de l'énergie fournie aux patchs est ensuite restituée à la poutre.

### Utilisation de la technique SSDI

Un dipôle constitué d'une inductance  $L_I$  et d'une résistance  $r$  est connecté aux patchs.  $r$  et  $L_I$  sont modélisés par des éléments CIRCU94. La valeur de  $r$  est modifiée pendant la simulation pour modéliser le comportement du commutateur : Pour le commutateur ouvert, on utilise une grande valeur de  $r$ , et lorsque le commutateur est fermé,  $r$  est choisit de façon à prendre en compte le facteur de qualité de l'inversion électrique  $Q_I$ , comme le montre (2.11).

En réalité, le fait que l'inversion ne soit pas parfaite est majoritairement dû aux pertes hystérétiques et aux pertes fer dans le circuit magnétique de l'inductance et dans une moindre mesure aux pertes résistives dans le bobinage et aux pertes dans l'interrupteur électronique (Transistor MOS). Ces pertes sont ici modélisées par des pertes Joules dans la résistance  $r$ .  $L_I$  est choisi de façon à ce que le temps d'inversion  $t_i$  soit environ 40 fois plus petit que la période de vibration et  $r$  de façon à ce que  $Q_I=5.3$ , ce qui correspond à un cas expérimental représentatif. La sollicitation est la même que dans le cas du circuit ouvert.

$$r = \frac{1}{Q_I} \sqrt{\frac{L_I}{C_0}} \quad (2.11)$$

Le régime permanent est atteint beaucoup plus rapidement que dans les configurations précédentes. Seules 40 périodes sont simulées. Le pas de calcul est le même que pour les simulations précédentes exceptés pendant les phases d'inversion où il est divisé par 20.

Le traitement non linéaire de la tension sur les patchs piézoélectriques est clairement visible sur la **Figure 2-15 (a)**. Le déplacement de l'extrémité libre de la poutre est 40 fois plus faible qu'en circuit ouvert. La **Figure 2-16 (a)** montre que l'énergie mécanique dans la structure est d'environ 0.011mJ ce qui est 1800 fois moins qu'en circuit ouvert. L'extraction d'énergie est grandement améliorée par le traitement non linéaire, qui augment la capacité de conversion des patchs piézoélectriques. La quantité d'énergie extraite pendant une période représente 147% de l'énergie mécanique moyenne dans la structure.

Comme on peut le voir sur la **Figure 2-17 (a)**, la technique SSDI induit des sauts de contraintes et de déformations opposés, ce qui a pour effet d'agrandir drastiquement le cycle  $T(S)$  et donc l'énergie extraite des patchs piézoélectriques. Ce point est confirmé par le flux du vecteur de Poynting à travers la surface  $S_{PB}$  représenté sur la **Figure 2-18 (a)**. On peut remarquer que ce flux n'est plus sinusoïdal et qu'il est toujours positif, ce qui signifie que l'énergie flue toujours de la poutre vers les patchs pour être ensuite dissipée dans le dispositif électrique de commutation. Cette fois-ci, le travail mécanique de la poutre sur les patchs est éminemment actif, puisque l'énergie fournie aux patchs par la poutre n'est pas restituée mais intégralement dissipée dans la résistance  $r$ .

La technique SSDI, comme toutes les techniques d'amortissement vibratoire est un moyen d'augmenter le rapport  $\kappa_E$  de l'énergie extraite en une période sur l'énergie mécanique. La très

importante augmentation de  $\kappa_E$  est due au traitement particulier de la tension sur les éléments piézoélectriques qui a pour effet d'agrandir les cycles d'énergie extraite. Un angle de perte visqueuse équivalent peut être déduit de  $\kappa_E$ , son expression est donnée dans (2.12).

$$\tan \delta_{SSDI} = \frac{\kappa_E}{2\pi} \quad (2.12)$$

	Circuit ouvert	Résistance	SSDI
Déplacement maximum de la poutre (mm)	2.12	0.587	0.0458
Ratio du déplacement par rapport au circuit ouvert	1	1/3.6	1/46
Energie mécanique (mJ)	21.5	1.6	0.011
Rapport de l'énergie extraite sur l'énergie mécanique	3.2%	13.2%	147%

Tableau 2-3 Principaux résultats des simulations ANSYS®

## 2.5 Modèle à constantes localisées

L'objectif de ce paragraphe est de proposer et de valider un modèle permettant de s'affranchir des simulations aux éléments finis coûteuses en temps et inexploitable analytiquement. Ce modèle dérive de l'analyse énergétique de la structure.

### 2.5.1. Modélisation

Afin d'obtenir un modèle simple de la poutre les hypothèses simplificatrices suivantes sont adoptées :

- (i) Les déformations suivant  $z$  sont nulles (déformation plane)
- (ii) Les hypothèses d'Euler-Bernouilli pour les poutres en flexion sont respectées
- (iii) La déformée de la poutre correspondant au premier mode de flexion est quasiment identique à la déformée de la poutre quand une force statique est appliquée à son extrémité libre<sup>6</sup>

#### Calcul des raideurs de la structure

La première étape de la modélisation consiste à déterminer les raideurs en déformations planes de la poutre et des patchs piézoélectriques. Les contraintes et les déformations dans la structure sont par hypothèse essentiellement longitudinales.

Dans la poutre, la contrainte et la déformation longitudinale sont reliées par (2.13) où  $Y$  est le module d'Young de la poutre et  $\nu$  son coefficient de Poisson.  $c_B$  est défini comme la raideur de la poutre en déformation plane.

$$T_x = \frac{Y}{1-\nu^2} S_x = c_B S_x \quad (2.13)$$

<sup>6</sup> L'hypothèse de la déformée statique permet d'aboutir à des expressions analytiques simples des paramètres du modèle. Cette étude peut être menée de façon plus rigoureuse en utilisant la déformée de la structure obtenue à partir d'une analyse modale par éléments finis ou en utilisant les résultats classiques des poutres en flexion et en considérant que la structure est homogène. Cependant, en utilisant ce type d'analyses, l'expression analytique des paramètres du modèle est complexe voir impossible.

Le champ électrique est identique dans tout le matériau piézoélectrique. Il est orienté suivant l'axe  $y$  et relié à la tension  $V$  entre les électrodes par (2.14).

$$E_y = \frac{V}{e_p} \quad (2.14)$$

L'expression générale de la déformation suivant l'axe  $x$  et l'axe  $z$  dans les matériaux piézoélectriques est donnée dans (2.15), où  $s^E$  est le tenseur de souplesse du matériau piézoélectrique court-circuité,  $d_{xy}$  la constante piézoélectrique en mode latéral et  $E_y$  le champ électrique suivant l'axe  $y$ .

$$\begin{cases} S_x = s_{xx}^E T_x + s_{xy}^E T_y + s_{xz}^E T_z + d_{xy} E_y \\ S_z = s_{zy}^E T_x + s_{yz}^E T_y + s_{zz}^E T_z + d_{zy} E_y \end{cases} \quad (2.15)$$

L'expression du déplacement électrique est donnée par (2.16), où  $\varepsilon_{yy}^T$  est la permittivité du matériau piézoélectrique à contrainte constante et  $d_{yy}$  la constante piézoélectrique en mode longitudinal.

$$D_y = \varepsilon_{yy}^T E_y + d_{xy} T_x + d_{yz} T_z + d_{yy} T_y \quad (2.16)$$

Suivant les hypothèses d'Euler-Bernouilli,  $S_z$  et  $T_y$  sont nuls. Les équations (2.15) peuvent être simplifiées et conduisent à (2.17) qui relie la déformation longitudinale à la contrainte longitudinale et au champ électrique.

$$S_x = \left( s_{xx}^E - \frac{s_{xz}^E s_{zx}^E}{s_{zz}^E} \right) T_x + d_{xy} \left( 1 - \frac{s_{xz}^E s_{zx}^E}{s_{zz}^E} \right) E_y \quad (2.17)$$

Lorsque les éléments piézoélectriques sont court-circuités, le champ électrique  $E_y$  est nul et la contrainte longitudinale est reliée à la déformation longitudinale par (2.18).  $c_{PE}$  est défini comme la raideur en déformation plane du matériau piézoélectrique court-circuité.

$$T_x = \left( s_{xx}^E - \frac{s_{xz}^E s_{zx}^E}{s_{zz}^E} \right)^{-1} S_x = c_{PE} S_x \quad (2.18)$$

En circuit ouvert, le déplacement électrique  $D_y$  est nul et (2.16) peut être simplifié pour donner (2.19), qui insérée dans (2.17) mène à (2.20) où  $c_{PD}$  est défini comme la raideur en déformation plane du matériau piézoélectrique en circuit ouvert.

$$E_y = - \frac{d_{xy} \left( 1 - \frac{s_{xz}^E s_{zx}^E}{s_{zz}^E} \right)}{\varepsilon_{yy}^T - \frac{d_{xy}^2}{s_{xx}^E}} T_x \quad (2.19)$$

$$T_x = \left( s_{xx}^E - \frac{s_{xz}^E s_{zx}^E}{s_{zz}^E} - \frac{d_{xy}^2 \left( 1 - \frac{s_{xz}^E s_{zx}^E}{s_{zz}^E} \right)^2}{\varepsilon_{yy}^T - \frac{d_{xy}^2}{s_{xx}^E}} \right)^{-1} S_x = c_{PD} S_x \quad (2.20)$$

### Déformée de la structure

La seconde étape de l'analyse consiste à déterminer la déformée de la structure pour son premier mode de flexion lorsque les patches piézoélectriques sont en circuit ouvert. On suppose par hypothèse que cette déformée est très proche de celle obtenue en appliquant une force statique  $F_S$  à l'extrémité libre de la poutre. Dans ce cas, l'équilibre de la structure conduit à (2.21) où  $I_B$  et  $I_P$  sont respectivement les moments d'inertie par rapport à la fibre neutre de la poutre et des patches.

$$\frac{d^2 u_y}{dx^2} = \frac{F_S(L-x)}{c_x I_x} \text{ avec } \begin{cases} c_x I_x = c_B I_B & \text{pour } x \in [0, x_P[ \cup ]x_P + L_P, L] \\ c_x I_x = c_B I_B + c_{PD} I_P & \text{pour } x \in [x_P, x_P + L_P] \end{cases} \quad (2.21)$$

L'intégration de (2.21) en respectant les conditions aux limites conduit aux équations (2.22) dont les constantes A, B, C et D sont précisés par (2.23). La déformée calculée de cette façon est comparée sur la Figure 2-4 avec la déformée obtenue par une analyse modale sous ANSYS®. Elles sont très similaires, et nous verrons par la suite que l'accord est suffisamment bon pour obtenir un excellent accord entre le modèle à constantes localisées et le modèle éléments finis.

$$\begin{aligned} u_y(x) &= \frac{F_S x^2 (3L-x)}{6c_B I_B} & \text{pour } x \in [0, x_P[ \\ u_y(x) &= \frac{F_S x^2 (3L-x)}{6(c_B I_B + c_{PD} I_P)} + Ax + B & \text{pour } x \in [x_P, x_P + L_P] \\ u_y(x) &= \frac{F_S x^2 (3L-x)}{6c_B I_B} + Cx + D & \text{pour } x \in ]x_P + L_P, L] \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\begin{aligned} A &= \left( \frac{1}{c_B I_B} - \frac{1}{c_B I_B + c_{PD} I_P} \right) \frac{F_S x_P (2L - x_P)}{2} \\ B &= \left( \frac{1}{c_B I_B} - \frac{1}{c_B I_B + c_{PD} I_P} \right) \frac{F_S x_P^2 (2x_P - 3L)}{6} \\ C &= \left( \frac{1}{c_B I_B} - \frac{1}{c_B I_B + c_{PD} I_P} \right) \frac{F_S x_P (2L - x_P) - F_S (x_P + L_P) (2L - x_P - L_P)}{2} \\ D &= \left( \frac{1}{c_B I_B} - \frac{1}{c_B I_B + c_{PD} I_P} \right) \frac{F_S x_P^2 (2x_P - 3L) - F_S (x_P + L_P)^2 (2x_P - 2L_P - 3L)}{6} \end{aligned} \quad (2.23)$$

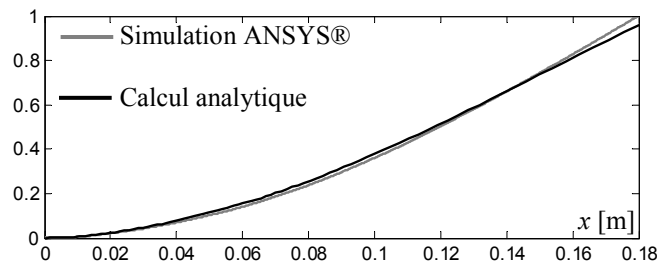


Figure 2-4 Comparaison des déformées statiques (calcul analytique) et dynamiques (simulations ANSYS®)

### Calcul des paramètres du modèle

On suppose que la structure peut être modélisée par le modèle à constantes localisées représenté sur la **Figure 2-5**.  $M$  est la masse dynamique équivalente de la structure.  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  sont les raideurs équivalentes des tronçons de la poutre respectivement numérotés de 1 à 3 sur la **Figure 2-6**. L'élément piézoélectrique équivalent correspond aux patches piézoélectriques, c'est pourquoi il est placé en parallèle avec  $K_2$ .  $C$  est l'amortisseur équivalent de la structure. Le déplacement  $u_3$  de la masse  $M$  correspond au déplacement  $u_{yL}$  de l'extrémité libre de la poutre.

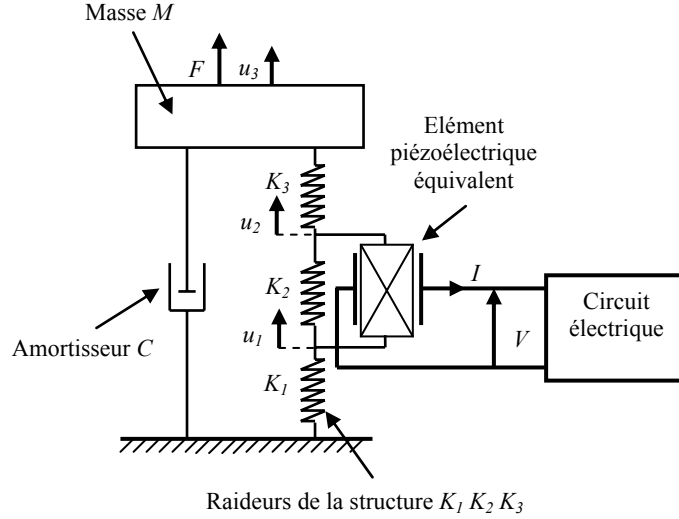


Figure 2-5 Modèle à constantes localisées

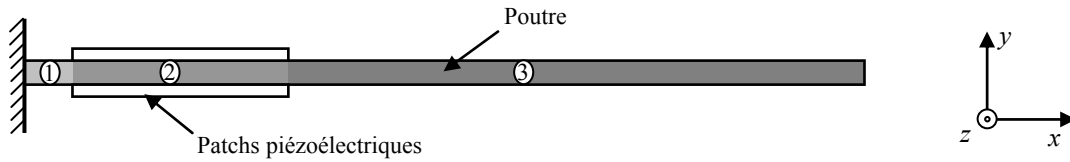


Figure 2-6 Numérotation des tronçons de la poutre

Les différents paramètres du modèle sont déterminés à partir de considérations énergétiques. Ainsi,  $M$  est déterminé en considérant que l'énergie cinétique du modèle doit être égale à l'énergie cinétique de la structure quand  $u_3 = u_{yL}$ , ce qui conduit à (2.24). Dans cette équation,  $m_x$  est la masse linéique de la structure. Son expression en fonction de  $x$  est donnée par (2.25). On peut ainsi calculer analytiquement<sup>7</sup>  $M$  à partir de (2.24) et (2.22).

$$M = \frac{\int_0^L m_x u_y^2 dx}{u_{yL}^2} \quad (2.24)$$

$$\begin{cases} m_x = b e_B \rho_B & \text{pour } x \in [0, x_P[ \cup ]x_P + L_P, L] \\ m_x = b(e_B \rho_B + 2e_P \rho_P) & \text{pour } x \in [x_P, x_P + L_P] \end{cases} \quad (2.25)$$

<sup>7</sup> Le calcul de l'expression analytique de la masse  $M$  est lourd mais sans difficulté, il n'est pas détaillé ici.



On considère à présent l'énergie élastique stockée dans la structure lorsqu'une force statique  $F_S$  est appliquée à l'extrémité libre de la poutre. On suppose que la répartition de l'énergie élastique dans la structure est la même pour un chargement statique que pour une sollicitation dynamique sur le premier mode de résonance. Cette hypothèse est équivalente à l'hypothèse selon laquelle les déformées sont identiques dans ces deux cas. La déformation longitudinale dans la structure est donnée par (2.26). L'énergie élastique stockée dans un volume  $\Omega$  est alors donné par (2.27).

$$S_x = y \frac{d^2 u_y}{dx^2} = \frac{y F_S (L - x)}{c_x I_x} \quad (2.26)$$

$$W_\Omega = \frac{1}{2} c_x \iiint_\Omega S_x^2 d\Omega \quad (2.27)$$

Les énergies élastiques  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $W_3$ , respectivement stockée dans les tronçons 1, 2 et 3 de la poutre et l'énergie électromécanique  $W_{PD}$  stockée dans les patchs piézoélectriques lorsqu'ils sont en circuit ouvert peuvent être calculées en utilisant (2.26) et (2.27). Ces énergies peuvent également être calculées à partir du modèle à constantes localisées, ce qui conduit aux égalités (2.28) à (2.31), où  $K_{PD}$  est la raideur de l'élément piézoélectrique équivalent en circuit ouvert.

$$W_1 = \frac{F_S^2 \left( L^3 - (L - x_P)^3 \right)}{6 c_B I_B} = \frac{1}{2} \frac{F_S^2}{K_1} \quad (2.28)$$

$$W_2 = \frac{F_S^2 c_S I_S \left( (L - x_P)^3 - (L - L_P - x_P)^3 \right)}{6 (c_B I_B + c_{PD} I_P)^2} = \frac{1}{2} \frac{K_2 F_S^2}{(K_2 + K_{PD})^2} \quad (2.29)$$

$$W_3 = \frac{F_S^2 (L - L_P - x_P)^3}{6 c_B I_B} = \frac{1}{2} \frac{F_S^2}{K_3} \quad (2.30)$$

$$W_{PD} = \frac{F_S^2 c_{PD} I_P \left( (L - x_P)^3 - (L - L_P - x_P)^3 \right)}{6 (c_B I_B + c_{PD} I_P)^2} = \frac{1}{2} \frac{K_{PD} F_S^2}{(K_2 + K_{PD})^2} \quad (2.31)$$

Les équations (2.32) à (2.35) sont déduites des égalités précédentes. Elles donnent les raideurs  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$  et  $K_{PD}$  en fonction de la géométrie et des caractéristiques des matériaux.

$$K_1 = \frac{3 c_B I_B}{L^3 - (L - x_P)^3} \quad (2.32)$$

$$K_2 = \frac{3 c_B I_B}{(L - x_P)^3 - (L - L_P - x_P)^3} \quad (2.33)$$

$$K_3 = \frac{3 c_B I_B}{(L - L_P - x_P)^3} \quad (2.34)$$

$$K_{PD} = \frac{3 c_{PD} I_P}{(L - x_P)^3 - (L - L_P - x_P)^3} \quad (2.35)$$

En réalisant la même analyse que précédemment lorsque les patchs sont court-circuités on aboutit à l'expression de la raideur  $K_{PE}$  de l'élément piézoélectrique équivalent en court-circuit, donnée dans (2.36). Que l'on considère les patchs en court-circuit ou en circuit ouvert, les expressions de  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$  restent logiquement inchangées. Notons que les raideurs  $K_1$ ,  $K_2$  et  $K_3$  associées à la poutre ne sont fonction que des propriétés physiques de la poutre alors que les raideurs  $K_{PD}$  et  $K_{PE}$  associées aux patchs ne sont fonction que des propriétés physiques du matériau piézoélectrique. Toutes les raideurs sont par contre fonction de la géométrie de la structure.

$$K_{PE} = \frac{3c_{PE}I_P}{(L - x_P)^3 - (L - L_P - x_P)^3} \quad (2.36)$$

La capacité de l'élément piézoélectrique équivalent à déformation constante  $C_{0P}$  correspond à celle des patchs piézoélectriques. Son expression est donnée dans (2.37).

$$C_{0P} = 2 \frac{\varepsilon_{yy}^S L_P b}{e_P} \quad (2.37)$$

Les équations constitutives de l'élément piézoélectrique équivalent sont données par (2.38).  $F_P$  est la force appliquée sur l'élément piézoélectrique,  $u_2 - u_1$  correspond à son élongation et  $\alpha_P$  est le facteur de force, c'est-à-dire le ratio entre la force  $F_P$  et la tension  $V$  à déformation nulle. Ces équations sont dérivées des équations piézoélectriques standard (2.39) qui relient la contrainte  $T_3$ , la déformation  $S_3$  le champ électrique  $E_3$  et le déplacement électrique  $D_3$  d'un disque piézoélectrique polarisé dans la direction 3.

$$\begin{cases} F_P = K_{PE}(u_2 - u_1) + \alpha_P V \\ I = \alpha_P (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) - C_{0P} \dot{V} \end{cases} \quad (2.38)$$

$$\begin{cases} T_3 = c_{33}^E S_3 - e_{33} E_3 \\ D_3 = e_{33} S_3 + \varepsilon_{33}^S E_3 \end{cases} \quad (2.39)$$

Par analogie avec un disque piézoélectrique, le coefficient de couplage  $k_P$  de l'élément piézoélectrique équivalent peut être calculé en fonction de  $\alpha_P$ ,  $K_{PD}$ , et  $C_{0P}$  ou en fonction de  $K_{PE}$  et  $K_{PD}$ , comme le montre (2.40).  $\alpha_P$  peut alors être exprimé par (2.41) en fonction de  $C_{0P}$ ,  $K_{PE}$  et  $K_{PD}$ , c'est-à-dire en fonction de paramètres qui sont eux-mêmes uniquement fonction de la géométrie de la structure et des propriétés des matériaux utilisés.

$$k_P^2 = \frac{\alpha_P^2}{K_{PD} C_{0P}} = 1 - \frac{K_{PE}}{K_{PD}} \quad (2.40)$$

$$\alpha_P = \sqrt{C_{0P}(K_{PD} - K_{PE})} \quad (2.41)$$

Quand l'élément piézoélectrique équivalent est en circuit ouvert, la raideur équivalente  $K_D$  du modèle est donnée par (2.42). La fréquence de résonance du modèle en circuit ouvert est alors donnée par (2.43).

L'amortisseur  $C$  est déterminé de façon à ce que le facteur de qualité mécanique du modèle corresponde à  $Q_m$ , le facteur de qualité mécanique de la structure en circuit ouvert, ce qui conduit à (2.44). Dans cette analyse, on suppose que  $Q_m$  est connu a priori, ce qui revient à dire

que l'on connaît a priori l'angle de perte globale  $\tan \delta$  de la structure à sa fréquence de résonance en circuit ouvert.

$$K_D = \frac{K_1(K_2 + K_{PD})K_3}{K_1(K_2 + K_{PD}) + (K_2 + K_{PD})K_3 + K_1K_3} \quad (2.42)$$

$$f_D = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_D}{M}} \quad (2.43)$$

$$C = \frac{\sqrt{MK_D}}{Q_m} = \sqrt{MK_D} \tan \delta \quad (2.44)$$

La raideur équivalente  $K_E$  du modèle en circuit fermé est donnée par (2.45) et la fréquence de résonance en court-circuit par (2.46). Le coefficient de couplage électromécanique global de la structure  $k$  est donné par (2.47) en fonction de  $K_D$  et  $K_E$  ou des fréquences de résonance en circuit ouvert et en court-circuit.

$$K_E = \frac{K_1(K_2 + K_{PE})K_3}{K_1(K_2 + K_{PE}) + (K_2 + K_{PE})K_3 + K_1K_3} \quad (2.45)$$

$$f_E = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{K_E}{M}} \quad (2.46)$$

$$k^2 = 1 - \frac{K_E}{K_D} = \frac{f_D^2 - f_E^2}{f_D^2} \quad (2.47)$$

### Optimisation du coefficient de couplage

L'équation (2.47) permet d'exprimer le coefficient de couplage de la structure en fonction de la géométrie et des propriétés des matériaux. Ceci peut être très utile pour optimiser la réponse électromécanique d'une structure. Dans le cas classique présenté au Chapitre 1 sur la Figure 1-13 où on étudie le couplage d'une structure en fonction de l'épaisseur des patches piézoélectriques, il est possible en utilisant cette équation de trouver l'épaisseur optimale qui maximise le couplage. Ceci ne sera pas détaillé ici.

### Equations constitutives du modèle

Les équations constitutives du modèles à constantes localisées sont données par (2.48) à (2.51). Les équations (2.48) à (2.50) traduisent l'équilibre dynamique du système et l'équation (2.51) correspond à l'équilibre électrique. La réponse du modèle à une sollicitation quelconque  $F$  peut être calculée par intégration numérique des équations constitutives.

$$F = M\ddot{u}_3 + K_3(u_3 - u_2) + C\dot{u}_3 \quad (2.48)$$

$$K_3(u_3 - u_2) = (K_2 + K_{PE})(u_2 - u_1) + \alpha_P V \quad (2.49)$$

$$(K_2 + K_{PE})(u_2 - u_1) + \alpha_P V = K_1 u_1 \quad (2.50)$$

$$I = \alpha_P(\dot{u}_2 - \dot{u}_1) - C_{0P}\dot{V} \quad (2.51)$$

Les valeurs des paramètres du modèle correspondant à la structure considérée sont données dans le Tableau 2-4.

Les fréquences de résonance en circuit ouvert et en court-circuit sont directement déductibles des paramètres du modèle, tout comme le coefficient de couplage de la structure. Ces valeurs sont comparées dans le **Tableau 2-5** à celles obtenues grâce à des simulations ANSYS®.

$M$ (g)	57.1
$K_1$ (Nm <sup>-1</sup> )	35567
$K_2$ (Nm <sup>-1</sup> )	17379
$K_3$ (Nm <sup>-1</sup> )	22362
$K_{PE}$ (Nm <sup>-1</sup> )	9088
$\alpha_P$ (N/V)	0.0189
$C_{0P}$ (nF)	134
$C$ (Nm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )	0.128

Tableau 2-4 Valeur des paramètres du modèle à constantes localisées

	ANSYS®	Modèle CL	Ecart
Fréquence résonance en circuit ouvert (Hz)	63.234	64.348	1.7%
Fréquence résonance en circuit fermé (Hz)	62.128	63.331	1.9%
Coefficient de couplage $k$ (%)	18.6	17.7	4.8%

Tableau 2-5 Comparaison des fréquences de résonances et du coefficient de couplage pour le modèle ANSYS® et le modèle à constantes localisées

### 2.5.2. Intégration numérique des équations constitutives

Les simulations utilisant le modèle à constantes localisées sont réalisées en intégrant numériquement les équations (2.48) à (2.51). Suivant le circuit électrique connecté aux patches piézoélectriques, (2.51) devient (2.52) en circuit ouvert, (2.53) dans le cas où la résistance  $R_a$  est connectée et (2.54) en SSDI, quand le commutateur est fermé.

$$I = 0 \Rightarrow \alpha_P (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = C_{0P} \dot{V} \quad (2.52)$$

$$V = R_a I \Rightarrow \alpha_P R_a (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = V + R_a C_{0P} \dot{V} \quad (2.53)$$

$$V = L_I \dot{I} + rI \Rightarrow \alpha_P L_I (\ddot{u}_2 - \ddot{u}_1) + \alpha_P r (\dot{u}_2 - \dot{u}_1) = V + L_I C_{0P} \ddot{V} + r C_{0P} \dot{V} \quad (2.54)$$

Les calculs sont réalisés en utilisant un algorithme d'intégration numérique de type Runge Kutta à l'ordre quatre avec un pas d'intégration constant. Les mêmes simulations que celles réalisées avec ANSYS® sont effectuées. La même force d'amplitude 0.12N est appliquée à la fréquence de résonance correspondant aux différentes configurations. La résolution est réalisée pour 200 périodes avec 375 points par période en circuit ouvert, pour 100 périodes avec le même pas de calcul lorsque  $R_a$  est connecté et pour 40 périodes avec un pas de calcul 20 fois plus court en SSDI.

Les résultats de ces simulations en régime permanent sont représentés de la **Figure 2-7 (b)** à la **Figure 2-18 (b)** et peuvent être comparés aux résultats issus des simulations ANSYS® figurant en regard, de la **Figure 2-7 (a)** à la **Figure 2-18 (a)**. Les expressions des énergies tracées sur ces figures ainsi que celle du flux du vecteur de Poynting sont données dans le **Tableau 2-6**.

Les figures correspondant aux évolutions de la contrainte et de la déformation dans l'élément piézoélectrique équivalent ont été tracées en considérant que ces deux grandeurs étaient respectivement proportionnelles à  $K_{PE}(u_2 - u_1) + \alpha_P V$  et à  $u_2 - u_1$ .

Energie fournie $E_F$	$\int F \dot{u}_3 dt$
Energie mécanique $E_M$	$\frac{1}{2} \left( K_1 u_1^2 + (K_2 + K_{PE})(u_2 - u_1)^2 + K_3 (u_3 - u_2)^2 + M \dot{u}_3^2 \right)$
Energie potentielle dans les piezos $E_{PP}$	$\frac{1}{2} \left( K_{PE} (u_2 - u_1)^2 + C_{0P} V^2 \right)$
Energie extraite $E_S$	$\int C \dot{u}_3^2 dt + \int V I dt$
Flux du vecteur de Poynting $\phi_P$	$(K_{PE} (u_2 - u_1) + \alpha_P V)(\dot{u}_2 - \dot{u}_1)$

Tableau 2-6 Expression des énergies en fonction des paramètres du modèle

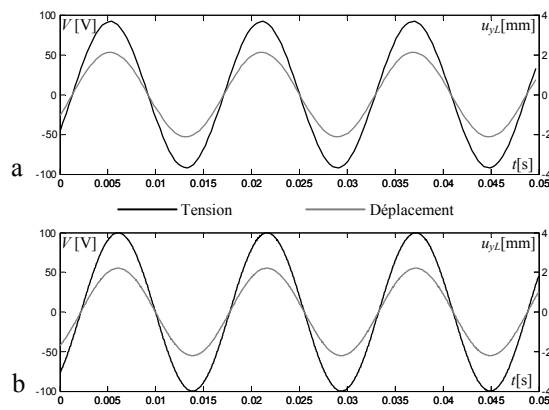


Figure 2-7 Circuit ouvert – Tension et déplacement\*

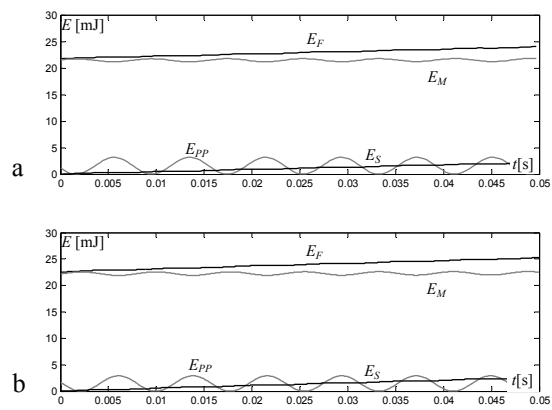


Figure 2-8 Circuit ouvert – Evolution des énergies\*

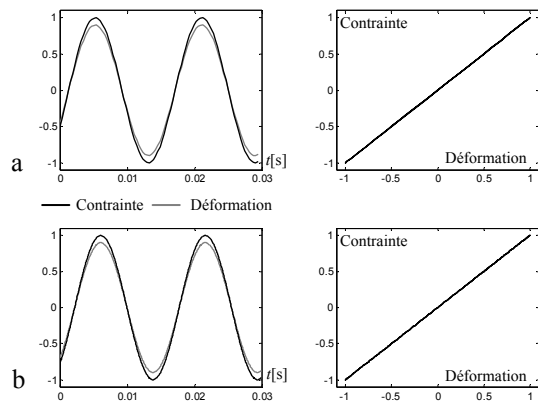


Figure 2-9 Circuit ouvert – Contraintes et déformations – cycles énergétiques\*

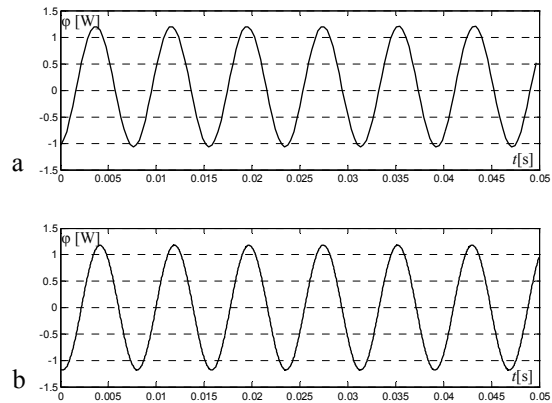


Figure 2-10 Circuit ouvert – Flux du vecteur de Poynting\*

\* (a) Modélisation par éléments finis, (b) Modèle à constantes localisées

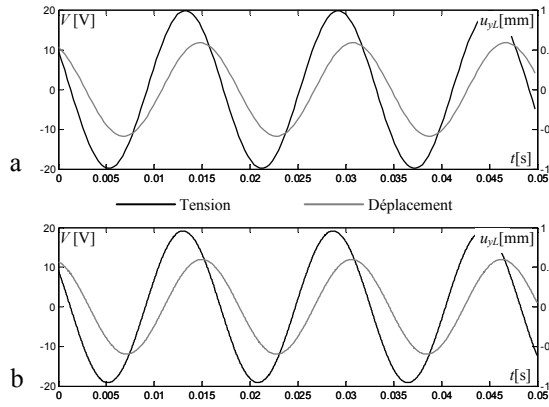


Figure 2-11 Résistance adaptée – Tension et déplacement\*

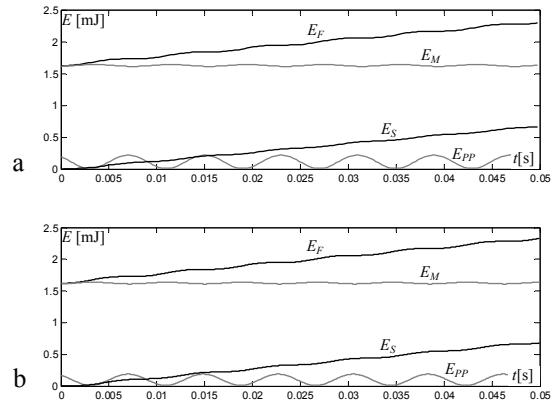


Figure 2-12 Résistance adaptée – Evolution des énergies\*

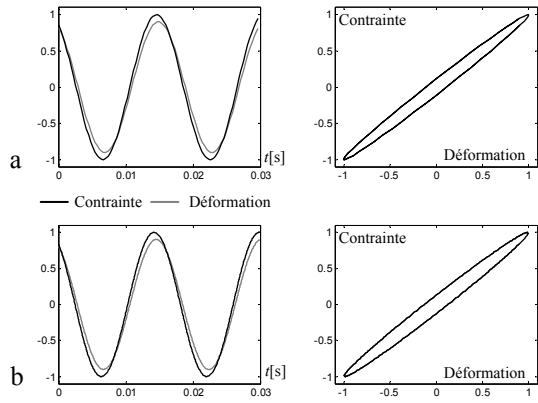


Figure 2-13 Résistance adaptée – Contraintes et déformations – cycles énergétiques\*

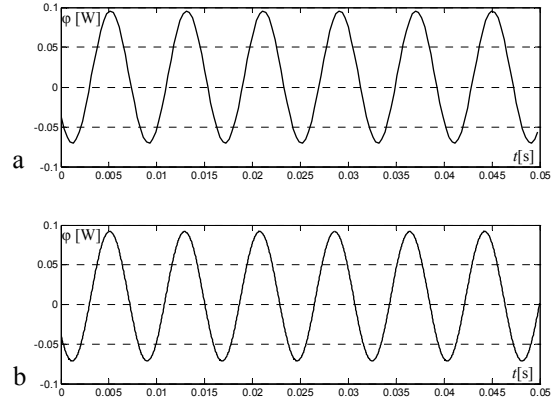


Figure 2-14 Résistance adaptée – Flux du vecteur de Poynting\*

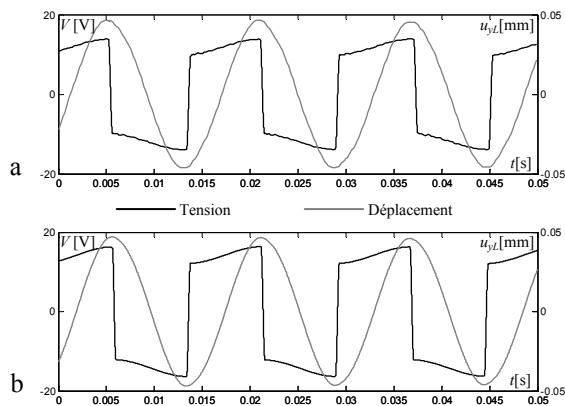


Figure 2-15 SSDI – Tension et déplacement\*

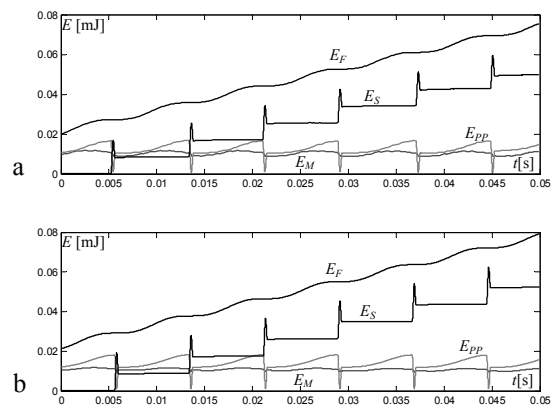


Figure 2-16 SSDI – Evolution des énergies\*

\* (a) Modélisation par éléments finis, (b) Modèle à constantes localisées

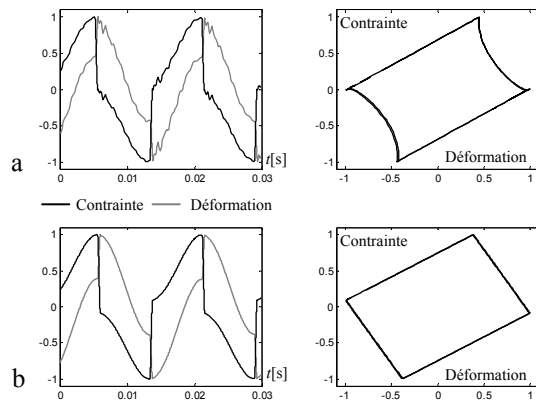


Figure 2-17 SSDI – Contraintes et déformations – cycles énergétiques\*

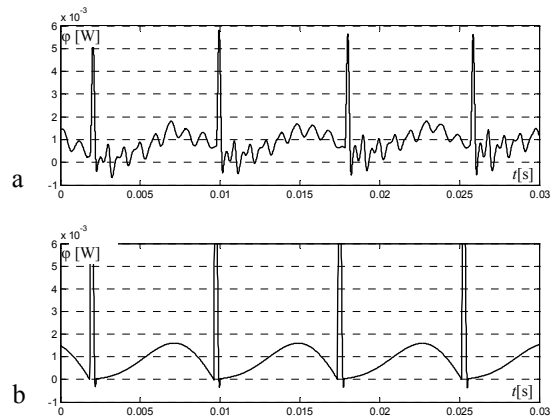


Figure 2-18 SSDI – Flux du vecteur de Poynting\*

## 2.6 Comparaison des deux modèles

Les résultats de simulation, représentés de la [Figure 2-7](#) à la [Figure 2-18](#) montrent un excellent accord entre les deux types de modélisation. Cependant, quelques différences peuvent être notées :

En circuit ouvert, le flux moyen du vecteur de Poynting entre la poutre et les patches n'est pas exactement nul pour la simulation ANSYS®, alors qu'il l'est avec le modèle à constantes localisées. Ceci est dû au fait que les éléments piézoélectriques ont des pertes intrinsèques dans le modèle ANSYS® mais pas dans le modèle à constantes localisées où toutes les pertes visqueuses sont prises en compte par l'amortisseur  $C$  global à la structure complète.

Le modèle à constantes localisées est purement monomodal, alors que le modèle ANSYS® correspond à la structure réelle multimodale. Ceci n'a pas d'effet sur les simulations en circuit ouvert et avec la résistance  $R_a$ , puisque dans ces deux cas toutes les grandeurs sont sinusoïdales, mais induit quelques variations en SSDI. L'allure du flux du vecteur de Poynting est altérée, mais on peut constater que son intégrale reste pratiquement inchangée, puisque les évolutions des énergies sont en très bon accord. La [Figure 2-19](#) montre le spectre de l'extrémité libre de la poutre en SSDI pour les deux types de modélisation. Les harmoniques dus aux fronts raides de la tension piézoélectrique sont présents dans les deux spectres, mais le 2<sup>ème</sup> et le 3<sup>ème</sup> mode de flexion n'apparaissent que dans le spectre correspondant à la simulation ANSYS®. Dans les deux cas, le premier mode de flexion présente une amplitude supérieure d'au moins 25dB par rapport aux autres modes de flexion et aux harmoniques induits par le traitement non linéaire.

Le modèle à constantes localisées donne de très bons résultats, même pour la technique SSDI. Les sauts de déformation et de contrainte sont particulièrement bien modélisés, de même que les transferts d'énergie entre la poutre et les patches piézoélectriques. Les simulations utilisant le

\* (a) Modélisation par éléments finis, (b) Modèle à constantes localisées

modèle à constantes localisées sont beaucoup plus rapides que les simulations ANSYS®. Alors que le temps de calcul typique en utilisant ANSYS® est de quelques heures, les simulations à partir du modèle à constantes localisées prennent généralement moins d'une minute. Le temps de calcul est ainsi plus de 100 fois plus rapide.

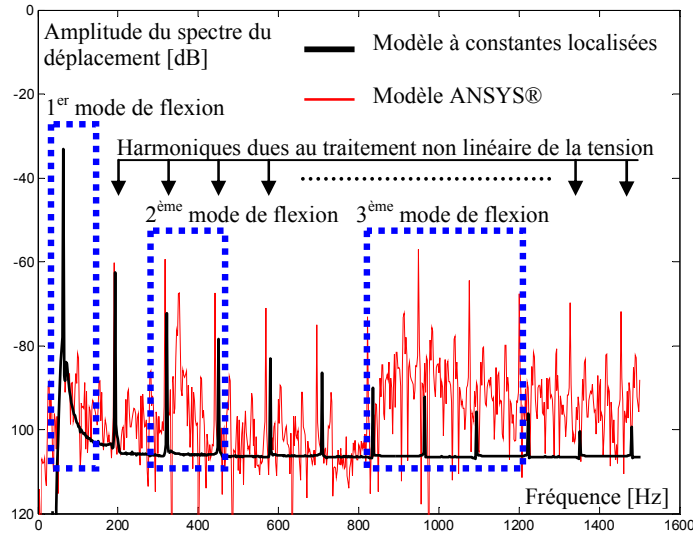


Figure 2-19 Spectre du déplacement de l'extrémité libre de la poutre en SSDI – comparaison entre le modèle ANSYS® et le modèle à constantes localisées

## 2.7 Simplification du modèle à constantes localisées, exploitation analytique

### 2.7.1. Simplification du modèle

A partir de considérations mathématiques simples, on peut simplifier les équations (2.48) à (2.51) pour obtenir (2.55) et (2.56). La première équation traduit l'équilibre dynamique du système et la deuxième son équilibre électrique. Ces équations ne dépendent plus ni de  $u_1$  ni de  $u_2$ , mais elles font intervenir deux nouveaux paramètres  $\alpha$  et  $C_0$  dont les expressions sont respectivement données par (2.57) et (2.58).  $\alpha$  est le facteur de force global de la structure. Il traduit le couplage électromécanique.  $C_0$  est la capacité propre des patchs piézoélectriques.  $C_0$  correspond exactement à la capacité des patchs piézoélectriques pour un déplacement nul de l'extrémité libre de la poutre alors que  $C_{0P}$  est la capacité des patchs piézoélectriques à déformation nulle. En pratique,  $C_0$  et  $C_{0P}$  sont généralement très proches.

$$F = M\ddot{u}_3 + K_E u_3 + C\dot{u}_3 + \alpha V \quad (2.55)$$

$$I = \alpha \dot{u}_3 - C_0 \dot{V} \quad (2.56)$$

$$\alpha = \frac{\alpha_P K_1 K_3}{K_1 (K_2 + K_{PE}) + (K_2 + K_{PE}) K_3 + K_1 K_3} \quad (2.57)$$

$$C_0 = C_{0P} + \frac{\alpha_P^2 (K_1 + K_3)}{K_1 (K_2 + K_{PE}) + (K_2 + K_{PE}) K_3 + K_1 K_3} \quad (2.58)$$



Les équations (2.55) et (2.56) peuvent être vues comme les équations constitutives du modèle simplifié représenté sur la Figure 2-20. Ce modèle est strictement équivalent au modèle précédent. Il est constitué d'un disque piézoélectrique équivalent qui représente la raideur de la poutre et des patches ainsi que le couplage électromécanique, d'une masse correspondant à la masse dynamique de la structure et d'un amortisseur qui modélise les pertes visqueuses dans la structure. Ce modèle n'a que deux degrés de liberté : le déplacement de la masse  $M$  et la tension sur le disque piézoélectrique et cinq paramètres :  $M$ ,  $K_E$ ,  $C$ ,  $\alpha$  et  $C_0$ , dont les valeurs numériques sont résumées dans le Tableau 2-7. Les paramètres de  $K_E$ ,  $M$  et  $C$  sont les mêmes que pour le modèle précédent, leurs expressions sont données dans le paragraphe 2.5.1.

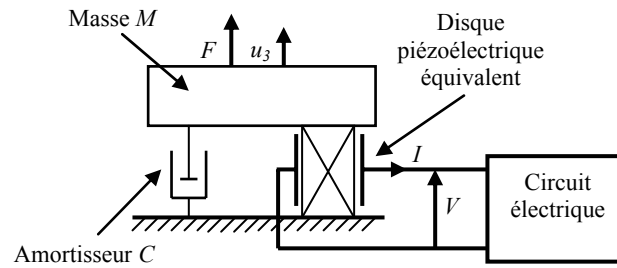


Figure 2-20 Modèle à constantes localisées simplifié

$M$ (g)	57.1
$K_E$ (Nm <sup>-1</sup> )	9040
$C$ (Nm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )	0.128
$\alpha$ (N/V)	$6.46 \cdot 10^{-3}$
$C_0$ (nF)	142

Tableau 2-7 Valeur des paramètres du modèle simplifié

Le coefficient de couplage du modèle simplifié est égal au coefficient de couplage du disque piézoélectrique équivalent donné par (2.59). Il est bien entendu égal à celui du modèle précédent.

$$k^2 = 1 - \frac{K_E}{K_D} = \frac{\alpha^2}{K_D C_0} \quad (2.59)$$

### 2.7.2. Analyse énergétique

L'équation énergétique (2.60) est obtenue en multipliant chaque membre de (2.55) par la vitesse de la masse et en intégrant par rapport à la variable temporelle. L'énergie fournie  $E_F$  se répartit en énergie cinétique  $E_C$ , en énergie potentielle élastique  $E_e$ , en pertes visqueuses  $E_D$  et en énergie transférée  $E_T$ . Tous ces termes sont identifiés dans le Tableau 2-8. L'énergie transférée est la part d'énergie mécanique convertie en énergie électrique. En effet, comme le montre (2.61), elle est égale à la somme de l'énergie électrostatique stockée sur les éléments piézoélectriques et de l'énergie absorbée par le circuit électrique connecté aux inserts.

$$\int F \dot{u}_3 dt = \frac{1}{2} M \dot{u}_3^2 + \frac{1}{2} K_E u_3^2 + \int C \dot{u}_3^2 dt + \int \alpha V \dot{u}_3 dt \quad (2.60)$$

$$\int \alpha V \dot{u}_3 dt = \frac{1}{2} C_0 V^2 + \int V I dt \quad (2.61)$$

Energie fournie $E_F$	$\int F \dot{u}_3 dt$
Energie cinétique $E_C$	$\frac{1}{2} M \dot{u}_3^2$
Energie potentielle élastique $E_e$	$\frac{1}{2} K_E u_3^2$
Pertes visqueuses $E_D$	$\int C \dot{u}_3^2 dt$
Energie transférée $E_T$	$\int \alpha V \dot{u}_3 dt$

Tableau 2-8 Termes énergétiques

Dans le cadre de l'amortissement vibratoire, il est clair que maximiser l'énergie transférée  $E_T$  revient à minimiser l'énergie mécanique (élastique + cinétique). En régime permanent périodique, la variation d'énergie cinétique, élastique, et électrostatique est nulle sur une période  $T$ . Le bilan énergétique peut alors être simplifié par (2.62).

$$\int_T F \dot{u}_3 dt = \int_T C \dot{u}_3^2 dt + \int_T V I dt \quad (2.62)$$

### 2.7.3. Développement analytique

#### En circuit ouvert

Aucun circuit électrique n'est connecté au disque piézoélectrique. L'énergie transférée sur une période est donc nulle. Le courant piézoélectrique  $I$  est nul, ainsi (2.56) écrite dans le domaine fréquentielle donne (2.63). En insérant (2.63) dans l'équation mécanique (2.55) écrite dans le domaine fréquentielle on obtient la fonction de transfert (2.64) qui lie le déplacement à la force excitatrice.

$$\tilde{V} = \frac{\alpha}{C_0} \tilde{u}_3 \quad (2.63)$$

$$\frac{\tilde{u}_3}{\tilde{F}} = \frac{1}{\left( K_E + \frac{\alpha^2}{C_0} - M\omega^2 + jC\omega \right)} \quad (2.64)$$

On suppose qu'à la résonance la force et la vitesse sont en phase (ce qui est une bonne approximation dans le cas des structures dont les pertes visqueuses sont faibles). La pulsation de résonance est alors donnée par (2.65) et l'amplitude du déplacement  $u_{3M}$  par (2.66), où  $F_M$  est l'amplitude de la force appliquée. L'angle de perte à la résonance est donné par (2.67).

$$\omega_D = \sqrt{\frac{K_E + \frac{\alpha^2}{C_0}}{M}} = \sqrt{\frac{K_D}{M}} \quad (2.65)$$

$$u_{3M} = \frac{F_M}{C\omega_D} \quad (2.66)$$

$$\tan \delta = \frac{C\omega_D}{K_D} = \frac{1}{Q_m} \quad (2.67)$$

### Avec la résistance $R_a$

#### Fonction de transfert du système

Une résistance  $R_a$  est connectée au disque piézoélectrique. L'équation électrique (2.56) écrite dans le domaine fréquentiel donne alors (2.68). La valeur de la résistance  $R_a$  adaptée à l'impédance de sortie du disque piézoélectrique est donné par (2.69). En insérant (2.68) dans l'équation mécanique (2.55) écrite dans le domaine fréquentiel, on obtient la fonction de transfert du système (2.70). Cette fonction est représentée sur la Figure 2-22.

$$\tilde{V} = \frac{\alpha R_a}{1 + jR_a C_0 \omega} j\omega \tilde{u}_3 \quad (2.68)$$

$$R_a = \frac{1}{C_0 \omega} \quad (2.69)$$

$$\frac{\tilde{u}_3}{\tilde{F}} = \frac{1}{\left( K_E + \frac{\alpha^2}{2C_0} - M\omega^2 + j \left( C\omega + \frac{\alpha^2}{2C_0} \right) \right)} \quad (2.70)$$

Comme dans le cas précédent, on suppose qu'à la résonance la force et la vitesse sont en phase. La pulsation de résonance est alors donnée par (2.71), où  $\omega_E$  est la pulsation de résonance en court-circuit. L'amplitude du déplacement à la résonance est alors donnée par (2.72).

$$\omega_a = \sqrt{\frac{K_E + \frac{\alpha^2}{2C_0}}{M}} \approx \sqrt{\omega_D \omega_E} \quad \text{avec} \quad \omega_E = \sqrt{\frac{K_E}{M}} \quad (2.71)$$

$$u_{3M} = \frac{F_M}{C\omega_a + \frac{\alpha^2}{2C_0}} \quad (2.72)$$

L'amortissement théorique en dB est donné par (2.73). Puisque  $\omega_D$  et  $\omega_a$  sont généralement très proche, cette expression peut se simplifier et donne (2.74), qui exprime l'amortissement en fonction du couplage électromécanique et du facteur de qualité mécanique. On peut définir un angle de perte équivalent pour la structure. Son expression est donnée par (2.75).

$$A_a = 20 \log \left( \frac{C\omega_D}{C\omega_a + \frac{\alpha^2}{2C_0}} \right) \quad (2.73)$$

$$A_a = 20 \log \left( \frac{1}{1 + Q_m \frac{k^2}{2}} \right) \quad (2.74)$$

$$\tan \delta_a = \frac{1}{Q_m} + \frac{k^2}{2} \quad (2.75)$$

### Analyse énergétique

L'énergie transférée sur une période est égale à l'énergie dissipée dans la résistance  $R_a$ . Lorsque  $R_a$  est adaptée à l'impédance de sortie du disque piézoélectrique, on obtient (2.76).

$$E_T = \int_T \alpha V \dot{u}_3 dt = \frac{\pi}{2} \frac{\alpha^2}{C_0} u_{3M}^2 \quad (2.76)$$

L'énergie transférée sur une période peut être exprimée par (2.77) comme unique fonction de la tension et du déplacement, ou par (2.78) comme unique fonction de la tension et de la charge  $Q$  circulant dans le circuit électrique. Ces deux expressions montrent que l'énergie transférée peut être vue comme l'aire des cycles  $\alpha V(u_3)$  ou  $V(Q)$  tracés pour une période. Ces cycles sont représentés sur la Figure 2-23.

$$E_T = \int_T \alpha V \dot{u}_3 dt = \int_T \alpha V du_3 \quad (2.77)$$

$$E_T = \int_T V I dt = \int_T V dQ \quad (2.78)$$

### En SSDI

#### Fonction de transfert du système

On suppose que le déplacement  $u_3$  reste sinusoïdal, ce qui est une bonne approximation, comme on peut le voir sur la Figure 2-19. Si la pulsation de la force excitatrice est  $\omega$ , le déplacement  $u_3$  peut être exprimé sous la forme (2.79). Comme le montre la Figure 2-21, la tension peut s'exprimer comme la somme de deux fonctions, l'une étant une image du déplacement et l'autre une fonction créneau. Ceci est résumé dans (2.80). Le système d'équation (2.81) donne les relations entre  $V_M$  et  $V_m$ , les valeurs absolues des tensions avant et après inversion en régime permanent. A partir de ce système et de (2.80), on peut déduire l'expression de la fonction créneau  $h$  (2.82). La fonction  $h$  étant périodique, elle peut être décomposée en série de Fourier, ce qui amène (2.83).

$$u_3(t) = u_{3M} \sin(\omega t + \psi) \quad (2.79)$$

$$V = \frac{\alpha}{C_0} (u_3 + h) \quad (2.80)$$

$$\begin{cases} V_M = V_m + \frac{2\alpha}{C_0} u_{3M} \\ V_m = \gamma V_M \end{cases} \quad (2.81)$$

$$h = u_{3M} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \text{sign}(\dot{u}_3) \quad (2.82)$$

$$h = u_{3M} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{4}{\pi(2n+1)} \cos((2n+1)\omega t + \psi) \right) \quad (2.83)$$

L'équation (2.84) est obtenu en insérant (2.80) dans l'équation mécanique (2.55). Puisque par hypothèse le déplacement reste purement sinusoïdal, seul le premier harmonique de la fonction  $h$  est considéré, ce qui permet d'aboutir à la fonction de transfert (2.85) représentée sur la Figure 2-22.

$$F = M\ddot{u}_3 + \left(K_E + \frac{\alpha^2}{C_0}\right)u_3 + C\dot{u}_3 + \frac{\alpha^2}{C_0}h \quad (2.84)$$

$$\frac{\tilde{u}_3}{\tilde{F}} = \frac{1}{\left(K_E + \frac{\alpha^2}{C_0} - M\omega^2 + j\left(C\omega + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma}\right)\right)} \quad (2.85)$$

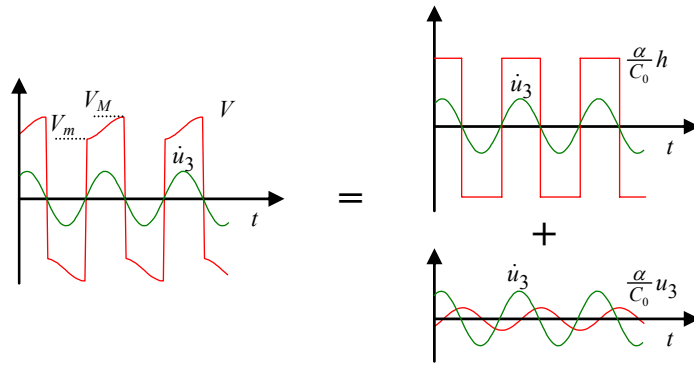


Figure 2-21 Décomposition de la tension SSDI

On suppose comme dans les autres cas, on suppose qu'à la résonance la force et la vitesse sont en phase. La pulsation de résonance est alors  $\omega_D$ , la fréquence de résonance en circuit ouvert, et l'amplitude du déplacement est donnée par (2.86).

$$u_{3M} = \frac{F_M}{C\omega_D + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma}} \quad (2.86)$$

L'amortissement en SSDI est donné par (2.87). Cette expression peut être simplifiée en (2.88), qui donne l'amortissement en fonction du coefficient de couplage électromécanique, du facteur de qualité mécanique et de la qualité de l'inversion électrique. L'angle de perte équivalent induit par la technique SSDI est donné par (2.89).

$$A_{SSDI} = 20 \log \left( \frac{C\omega_D}{C\omega_D + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma}} \right) \quad (2.87)$$

$$A_{SSDI} = 20 \log \left( \frac{1}{1 + k^2 Q_m \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma}} \right) \quad (2.88)$$

$$\tan \delta_{SSDI} = \frac{1}{Q_m} + \frac{4}{\pi} k^2 \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \quad (2.89)$$

### Analyse énergétique

Comme on l'a vu précédemment, la tension sur les éléments piézoélectriques se décompose en deux fonctions. La première est l'image du déplacement et elle génère par conséquent une force non dissipative. La deuxième est une fonction créneau en phase avec la vitesse. Elle génère ainsi une force de type frottement sec qui s'oppose à la vibration. Ceci apparaît très clairement dans le calcul de l'énergie transférée sur une période où seule la fonction créneau intervient, comme le montre (2.90). Comme pour un frottement sec, l'énergie dissipée sur un cycle n'est pas fonction de la fréquence. Précisons cependant que contrairement à un frottement sec pur, l'amplitude de la fonction créneau  $h$  est proportionnelle à l'amplitude de la vibration.

$$E_T = \int_T \alpha V \dot{u}_3 dt = \frac{\alpha^2}{C_0} \int_T h \dot{u}_3 dt = \frac{4\alpha^2}{C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} u_{3M}^2 \quad (2.90)$$

On peut aussi obtenir l'expression de l'énergie transférée en calculant l'aire du cycle  $\alpha V(u_3)$  représenté sur la Figure 2-23, comme le montre (2.91).

$$E_T = \int_T \alpha V du_3 = 2\alpha u_{3M} (V_m + V_M) = \frac{4\alpha^2}{C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} u_{3M}^2 \quad (2.91)$$

### En SSDS

Les résultats en SSDS peuvent être déduit du cas SSDI en prenant  $\gamma=0$ . L'amortissement est ainsi donné par (2.92) et l'angle de perte équivalent par (2.93).

$$A_{SSDS} = 20 \log \left( \frac{1}{1 + \frac{4}{\pi} k^2 Q_m} \right) \quad (2.92)$$

$$\tan \delta_{SSDS} = \frac{1}{Q_m} + \frac{4}{\pi} k^2 \quad (2.93)$$

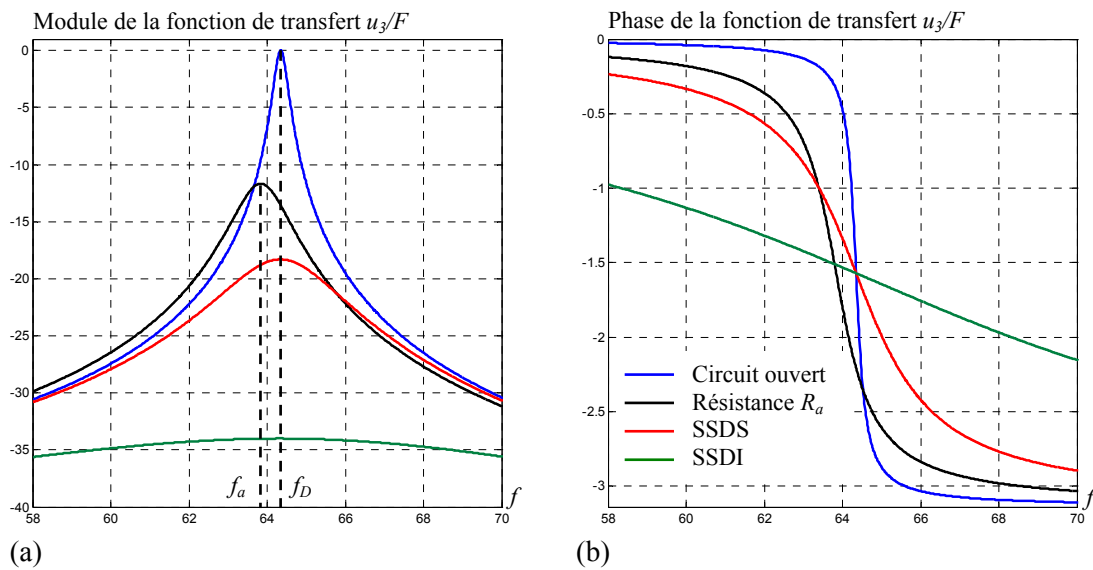


Figure 2-22 Fonctions de transferts pour les différentes techniques d'amortissement : (a) modules en dB normalisés par rapport au circuit ouvert, (b) phase en radian

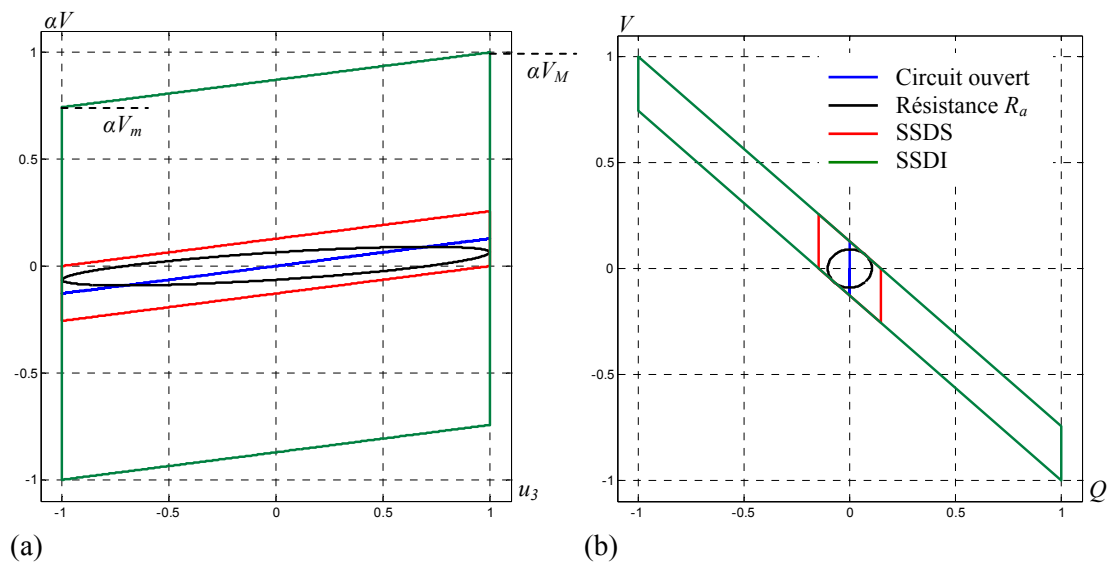


Figure 2-23 Cycles énergétiques normalisés pour les différentes techniques d'amortissement : (a) cycles  $\alpha V(u_3)$ , (b) cycles  $V(Q)$

## 2.8 Conclusions sur la modélisation

Trois types de modélisations et de simulations ont été réalisés :

- (i) Modélisation ANSYS® – Simulations par éléments finis
- (ii) Modèle à constantes localisées – Simulations par intégration numérique
- (iii) Modèle à constantes localisées simplifié – Calculs analytiques

Les principaux résultats de ces trois analyses sont résumés dans le **Tableau 2-9** et sont en excellent accord. Les modèles (ii) et (iii) sont parfaitement identiques, ainsi les différences entre les résultats sont uniquement dues aux erreurs numériques lors de l'intégration des équations constitutives.

	ANSYS ®	Modèle CL	Modèle CL simplifié
Déplacement max en circuit ouvert (mm)	2.12	2.19	2.27
Déplacement max avec $R_a$ (mm)	0.587	0.597	0.597
Déplacement max en SSDI (mm)	0.0458	0.0467	0.0457
Amortissement avec $R_a$ (dB)	-11.2 dB	-11.3 dB	-11.6 dB
Amortissement en SSDI (dB)	-33.3 dB	-33.4 dB	-33.9 dB
Angle de perte en circuit ouvert	0.51 %	0.54 %	0.55 %
Angle de perte avec $R_a$	2.10 %	2.10 %	2.11 %
Angle de perte en SSDI	23.4 %	23.9 %	24.7 %

Tableau 2-9 Principaux résultats pour les trois types d'analyse

Une poutre en vibration équipée de patches piézoélectriques peut être modélisée autour d'une fréquence de résonance par un modèle mécanique simple du type de celui représenté sur la **Figure 2-5**. Nous avons montré que ce modèle était suffisant pour prendre en compte les effets non linéaires dus au traitement particulier de la tension avec la technique SSDI. Les paramètres de ce modèle peuvent être calculés à partir de la géométrie et des propriétés physiques des matériaux utilisés.

En simplifiant ce modèle, nous avons montré que l'amortissement à la résonance due à la technique SSDI est uniquement fonction du couplage électromécanique  $k$  de la structure, du facteur de qualité mécanique  $Q_m$  et de la qualité de l'inversion électrique  $\gamma$ .

Lorsque le système électromécanique est déjà existant, il est possible d'obtenir les paramètres du modèle simplifié par identification, à partir de quelques mesures expérimentales simples. Les cinq mesures nécessaires sont détaillées dans le **Tableau 2-10**. Les équations (2.94) à (2.97) donnent les relations entre ces mesures et les paramètres du modèle.

$f_D$	Fréquence de résonance en circuit ouvert (Hz)
$f_E$	Fréquence de résonance en court-circuit (Hz)
$Q_m$	Facteur de qualité mécanique
$\lambda$	Coefficient de proportionnalité entre tension et le déplacement de l'extrémité libre de la poutre (V/m)
$C_0$	Capacité propre des éléments piézoélectriques (F)

Tableau 2-10 Mesures nécessaire à l'identification du modèle

$$\alpha = \lambda C_0 \quad (2.94)$$

$$K_E = \alpha \lambda \frac{f_E^2}{f_D^2 - f_E^2} \quad (2.95)$$

$$M = \frac{K_E}{4\pi^2 f_E^2} \quad (2.96)$$

$$C = \frac{2\pi M f_D}{Q_m} \quad (2.97)$$



Cette méthode d'identification sera largement utilisée dans la suite de ce mémoire. Elle permet d'obtenir un modèle par définition très proche de la réalité. Concrètement, le calcul a priori des paramètres permet de dimensionner à l'avance le système électromécanique en fonction, par exemple, du coefficient de couplage souhaité. Une fois le prototype réalisé, les paramètres du modèle obtenus à partir des mesures sont cependant plus adaptés. En effet, l'identification des paramètres s'affranchit des problèmes dus à la mauvaise connaissance des propriétés des matériaux utilisés, des pertes dans la structure et de la qualité de l'encastrement.

## **2.9 Validation expérimentale**

Une étude expérimentale de l'amortissement en SSDI est présentée au Chapitre 3. Ces mesures sont en excellent accord avec les résultats théoriques déduit du modèle.

## Chapitre 3

# Les Techniques SSD

# Amortissement vibratoire semi actif

Les techniques d'amortissement semi passif présentées dans le chapitre précédent sont basées sur l'augmentation des cycles de conversion énergétique engendrée par le traitement non linéaire de la tension générée sur les éléments piézoélectriques. On a vu que la technique SSDI qui consiste à inverser la tension à chaque extremum de déformation est plus efficace que la technique SSDS pour laquelle la tension est simplement ramenée à zéro. Afin d'améliorer les performances de ces techniques non linéaires, on peut augmenter plus encore les cycles de conversion en inversant la tension autour d'un potentiel électrique constant. Cette technique est appelée SSDV pour Synchronized Switch Damping on Voltage source. Cette technique est qualifiée de semi active, car contrairement aux techniques SSDS et SSDI elle nécessite une source de tension continue, mais contrairement aux techniques actives, elle ne nécessite ni amplificateur de puissance, ni algorithme complexe.

Ce chapitre présente l'étude théorique de cette technique à partir du modèle présenté au chapitre précédent. Il est montré que cette technique conduit à des instabilités lorsque l'intensité de la sollicitation mécanique diminue. Une amélioration de cette technique est proposée, qui consiste à inverser la tension piézoélectrique autour d'un potentiel non plus constant mais proportionnel à l'amplitude de la vibration. Cette amélioration a fait l'objet d'expérimentations lors d'un stage de six semaines dans un laboratoire japonais et est le sujet d'une publication [\[61\]](#) soumise en mai 2005.

## 3.1 SSDV classique

### 3.1.1. Présentation de la technique

Le circuit électrique correspondant à la technique SSDV classique est représenté sur la **Figure 3-1 (a)**. La différence par rapport à la technique SSDI est que l'élément piézoélectrique est commuté sur une tension continue positive ou négative à travers l'inductance  $L_I$ . La tension n'est ainsi plus inversée par rapport à un potentiel nul, mais par rapport à un potentiel constant, ce qui a pour effet d'augmenter les cycles de conversion électromécanique.

La stratégie de contrôle des interrupteurs électroniques est de fermer  $S_{W1}$  lorsqu'un maximum de déplacement est atteint, ce qui correspond également à un maximum de tension sur l'élément piézoélectrique. Fermer  $S_{W1}$  débute une oscillation électrique pseudo périodique autour de la tension  $-V_{cc}$ .  $S_{W1}$  est maintenu fermé pendant une demi pseudo période, c'est-à-dire pendant le même temps  $t_i$  que pour la technique SSDI. Lorsque l'interrupteur  $S_{W1}$  est de nouveau ouvert, la tension a été inversée autour du potentiel  $-V_{cc}$  et est négative. L'interrupteur  $S_{W2}$  est contrôlé de façon symétrique à  $S_{W1}$ . Il est fermé lorsqu'un minimum de déplacement est atteint ce qui correspond à un minimum de tension. Il est de nouveau ouvert après un temps  $t_i$ . A cet instant, la tension a été inversée autour du potentiel  $V_{cc}$  et est positive. Les formes d'ondes théoriques associées à cette technique sont représentées sur la **Figure 3-1 (b)**.

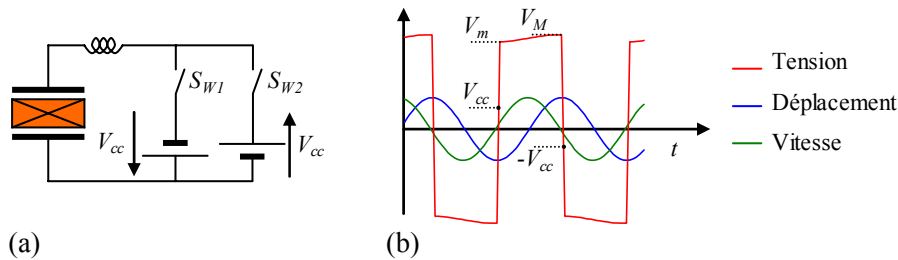


Figure 3-1 Technique SSDV classique : (a) circuit électrique, (b) formes d'ondes

### 3.1.2. Développement analytique

On considère une structure électromécanique excitée autour d'une de ses fréquences de résonance par une force sinusoïdale. Cette structure peut alors être modélisée par un modèle à constantes localisées tel que celui représenté sur la **Figure 2-20**. On reprend les mêmes notations que dans le chapitre précédent, excepté pour le déplacement de la masse  $M$ , que l'on notera  $u$  et non plus  $u_3$  pour des raisons de simplicité.

On suppose, comme pour la technique SSDI, que le déplacement  $u$  reste sinusoïdal. Il peut alors être exprimé sous la forme (3.1). La tension piézoélectrique peut toujours être exprimée comme la somme de deux fonctions, l'une étant une image du déplacement et l'autre une fonction créneau. Ce qui est résumé dans (3.2). Le système d'équation (3.3) donne les relations entre  $V_M$  et  $V_m$ , les valeurs absolues des tensions avant et après inversion en régime permanent et la tension continue  $V_{cc}$ . A partir de ce système et de (3.2), on peut déterminer l'expression (3.4) de la fonction créneau  $h$ .

$$u(t) = u_M \sin(\omega t + \psi) \quad (3.1)$$

$$V = \frac{\alpha}{C_0}(u + h) \quad (3.2)$$

$$\begin{cases} V_M = V_m + \frac{2\alpha}{C_0}u_M \\ V_m - V_{cc} = \gamma(V_M + V_{cc}) \end{cases} \quad (3.3)$$

$$h = \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \left( u_M + \frac{C_0}{\alpha} V_{cc} \right) \text{sign}(\dot{u}) \quad (3.4)$$

$h$  étant une fonction périodique, elle peut être exprimée par (3.5) sous la forme d'une série de Fourier. Comme pour la technique SSDI, seul le premier harmonique de la fonction créneau est considéré, l'équilibre dynamique de la structure est alors donné par (3.6)

$$h = \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \left( u_M + \frac{C_0}{\alpha} V_{cc} \right) \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{4}{\pi(2n+1)} \cos((2n+1)\omega t + \psi) \right) \quad (3.5)$$

$$\begin{aligned} & \left[ u_M \sin(\omega t + \psi) \left( K_E + \frac{\alpha^2}{C_0} - \omega^2 M \right) \right. \\ & \left. + \cos(\omega t + \psi) \left( u_M \left( C\omega + \frac{4}{\pi} \frac{\alpha^2}{C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \right) + \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \alpha V_{cc} \right) \right] = F_M \sin(\omega t) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Pour une pulsation  $\omega$  donnée, l'amplitude du déplacement  $u_M$  et sa phase  $\psi$  par rapport à la force peuvent être obtenues en résolvant le système d'équations (3.7).

$$\begin{cases} u_M \left( K_E + \frac{\alpha^2}{C_0} - \omega^2 M \right) \sin \psi + \left( u_M \left( C\omega + \frac{4}{\pi} \frac{\alpha^2}{C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \right) + \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \alpha V_{cc} \right) \cos \psi = 0 \\ u_M \left( K_E + \frac{\alpha^2}{C_0} - \omega^2 M \right) \cos \psi - \left( u_M \left( C\omega + \frac{4}{\pi} \frac{\alpha^2}{C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \right) + \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \alpha V_{cc} \right) \sin \psi = F_M \end{cases} \quad (3.7)$$

A la résonance la force et la vitesse sont en phase, ce qui implique que  $\psi = -\pi/2$ . La première équation du système (3.7) montre alors que la fréquence de résonance du système contrôlé par la technique SSDV correspond à la fréquence de résonance en circuit ouvert  $f_D$ . La seconde équation du système conduit à (3.8) qui donne l'amplitude du déplacement à la résonance en fonction de l'amplitude de la force appliquée, de la tension  $V_{cc}$  et des paramètres du système.

$$u_M = \frac{F_M - \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \alpha V_{cc}}{C\omega_D + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma}} \quad (3.8)$$

Le développement précédent montre que les pertes engendrées par la technique SSDV se distribuent en deux termes distingués dans (3.9). Le premier terme est le même que celui obtenu avec la technique SSDI. Il s'agit d'un terme proportionnel à l'amplitude de la vibration et donc engendrant des pertes proportionnelles au carré de cette amplitude. Le deuxième terme correspond à un frottement sec pur. Il est ainsi indépendant de l'amplitude de la vibration et

gène donc des pertes proportionnelles à cette amplitude. On voit bien ici l'intérêt de la technique SSDV qui rajoute un terme de frottement sec pur par rapport à la technique SSDI, ce qui est particulièrement intéressant hors résonance.

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( C\omega + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \right) u_M \Rightarrow \text{Pertes proportionnelles à } u_M^2 \\ \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \alpha V_{cc} \Rightarrow \text{Pertes proportionnelles à } u_M \end{array} \right. \quad (3.9)$$

L'expression de l'amortissement à la résonance est donné par (3.10). On note  $\nu$  (3.11) le terme ramené par le frottement sec pur dû à  $V_{cc}$  dans l'expression de l'amortissement.  $\nu$  traduit le rapport entre la force induite par la tension appliquée et la force d'excitation. L'amortissement peut s'exprimer par (3.12) en fonction du coefficient de couplage électromécanique, du facteur de qualité mécanique, de la qualité de l'inversion électrique et de  $\nu$ . On peut remarquer que cette expression est identique à celle obtenue en SSDI, au terme  $(1-\nu)$  près.

$$A_{SSDV} = 20 \log \left( \frac{C\omega_D}{C\omega_D + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma}} \left( 1 - \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \frac{\alpha V_{cc}}{F_M} \right) \right) \quad (3.10)$$

$$\nu = \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \frac{\alpha V_{cc}}{F_M} \quad (3.11)$$

$$A_{SSDV} = 20 \log \left( \frac{1-\nu}{1 + k^2 Q_m \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma}} \right) \quad (3.12)$$

La résolution du système (3.7) permet d'obtenir l'amplitude et la phase du déplacement en fonction de la pulsation  $\omega$ , c'est-à-dire la réponse fréquentielle de la structure. Le module et la phase de la fonction de transfert ainsi obtenus sont tracés sur la Figure 3-2 pour différentes valeurs de  $\nu$ <sup>8</sup>. Dans le cadre de l'amortissement vibratoire,  $\nu$  est bien sûr positif. Une valeur négative de  $\nu$  entraîne un amortissement plus faible que celui obtenu en SSDI. On peut même obtenir une excitation du système pour un  $\nu$  négatif suffisamment grand.

Lorsque  $\nu=1$ , le déplacement théorique est annulé car la force engendrée par le traitement non linéaire de la tension piézoélectrique compense exactement la force excitatrice. Ce cas correspond à la tension  $V_{cc \max}$  donnée par (3.13).

$$V_{cc \max} = \frac{\pi}{4\alpha} \frac{1-\gamma}{1+\gamma} F_M \quad (3.13)$$

Appliquer une tension supérieure à  $V_{cc \max}$  conduit à des problèmes de stabilité, car dans ce cas la tension engendre une force excitatrice et non plus une force de freinage. En réalité, des problèmes de stabilité surviennent généralement bien avant cette valeur critique. En effet, pour

<sup>8</sup> Les autres paramètres du modèle correspondent à la modélisation du dispositif expérimental présenté dans le paragraphe 3.3

une tension  $V_{cc}$  trop importante, les harmoniques supérieurs du déplacement peuvent ne plus être négligeables par rapport au fondamental et introduire des extrema locaux qui tendent à déstabiliser la commande des interrupteurs électroniques.

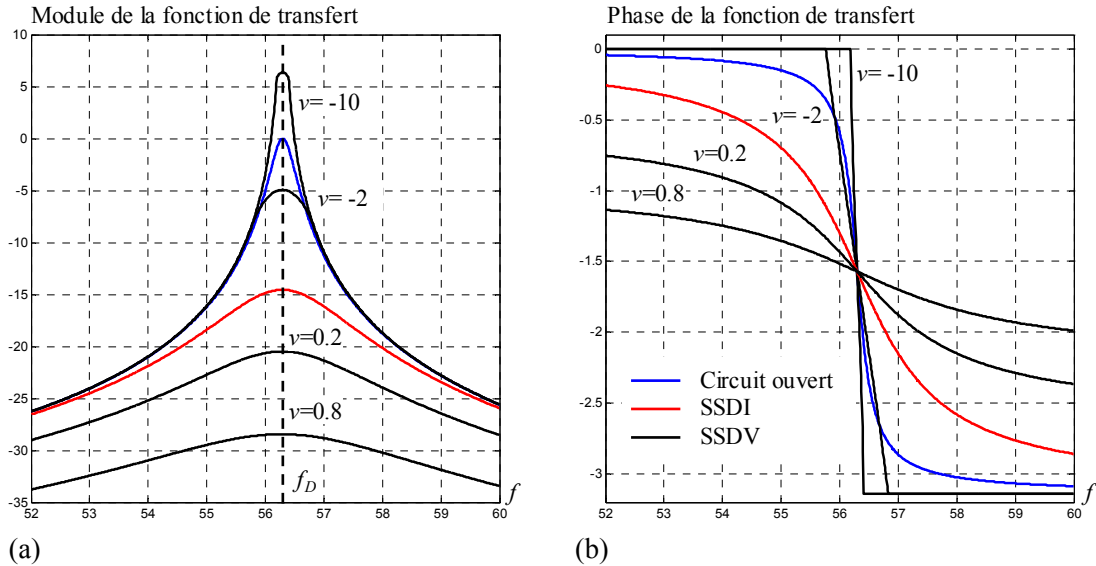


Figure 3-2 Fonctions de transferts en circuit ouvert, en SSDI et en SSDV : (a) modules en dB normalisés par rapport au circuit ouvert, (b) phase en radian

En jouant sur les paramètres  $\nu$  et  $\gamma$ , on peut obtenir un effet plus ou moins large bande de la technique SSDV pour le même amortissement à la résonance. La Figure 3-3 représente les fonctions de transfert obtenues pour différents couples  $(\nu, \gamma)$  donnant le même amortissement à la résonance. Les amortissements correspondant sont représentés sur la Figure 3-4 sur laquelle on voit bien l'amélioration apportée hors résonance par l'augmentation de  $\nu$ .

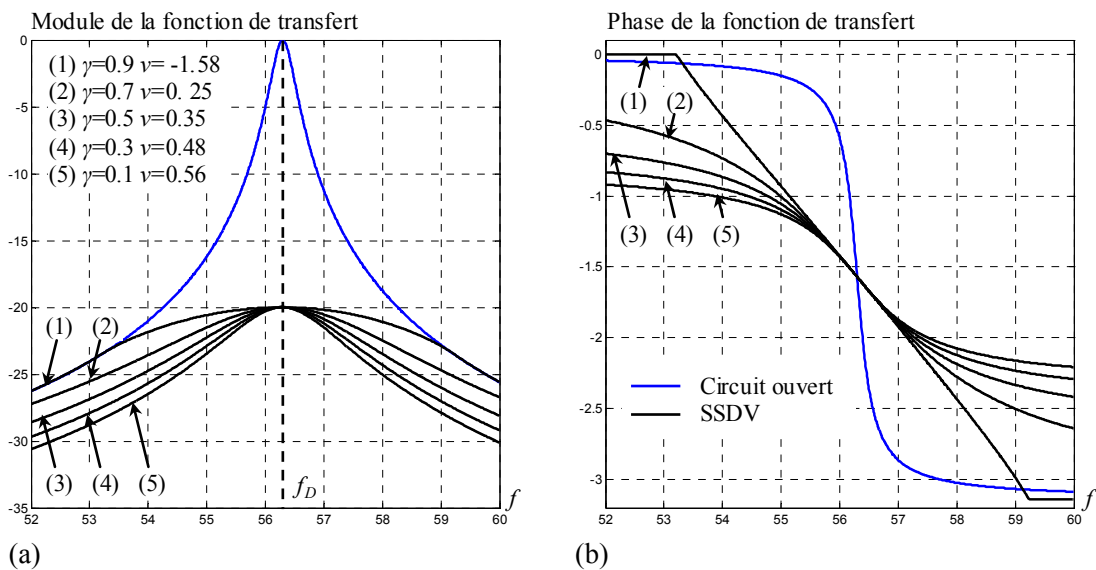


Figure 3-3 Fonctions de transferts pour la technique SSDV pour différents couples  $(\nu, \gamma)$  : (a) modules en dB normalisés par rapport au circuit ouvert, (b) phase en radian

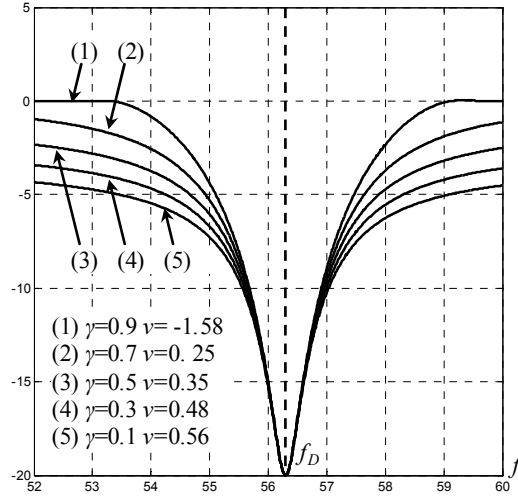


Figure 3-4 Amortissement engendré par la technique SSDV pour différents couples  $(v, \gamma)$

Comme pour la technique SSDI, il est possible de calculer l'énergie transférée pendant une période de vibration. Les cycles de conversion  $\alpha V(u)$  et  $V(Q)$  ont la même allure que ceux obtenus en SSDI, l'expression de l'énergie transférée est donc toujours (3.14). Cependant, l'expression de  $V_m$  et  $V_M$  est maintenant fonction de  $V_{cc}$ , comme le montre (3.3), et l'expression de l'énergie transférée est alors donnée par (3.15). On voit bien dans cette expression qu'une partie de l'énergie transférée est proportionnelle au carré de l'amplitude de la vibration et qu'une autre partie, due à la tension  $V_{cc}$ , est proportionnelle à l'amplitude de la vibration.

$$E_T = \int_T \alpha V du = 2\alpha u_M (V_m + V_M) \quad (3.14)$$

$$E_T = \left( 4 \frac{\alpha^2}{C_0} u_M^2 + 4\alpha u_M V_{cc} \right) \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \quad (3.15)$$

### 3.2 SSDV amélioré (adapté)

L'amortissement induit par la technique SSDV classique est fonction du paramètre  $v$  qui est proportionnel au rapport de la tension  $V_{cc}$  sur l'amplitude  $F_M$  de la force excitatrice. Cela signifie qu'à tension  $V_{cc}$  fixée, l'amortissement n'est pas constant suivant l'amplitude de la force appliquée. Ainsi, une augmentation de l'amplitude de la force excitatrice va diminuer l'amortissement. Lorsqu'au contraire l'amplitude de la force diminue, le paramètre  $v$  se rapproche et peut dépasser sa valeur critique de 1, ce qui entraîne l'instabilité du système.

L'amélioration proposée a pour but de rendre l'amortissement engendré par la technique SSDV indépendant de l'amplitude de la force excitatrice. L'idée est d'ajuster la force de freinage induite par la technique SSDV à l'énergie vibratoire dans la structure. Ceci peut être fait de façon très simple en forçant la tension  $V_{cc}$  à toujours être proportionnelle et de signe opposé au déplacement. Une image du déplacement peut être obtenue à partir de la tension sur un élément piézoélectrique additionnel. L'expression de  $V_{cc}$  est donné par (3.16), où  $\beta$  est le coefficient de proportionnalité entre la tension qu'il y aurait en circuit ouvert sur les éléments piézoélectriques

et la tension  $V_{cc}$ . Le circuit électrique correspondant à la technique SSDV adaptée est représenté sur la **Figure 3-5**. Comme pour la technique SSDI, la stratégie de commutation consiste à fermer  $S_W$  à chaque extremum de déplacement, c'est-à-dire à chaque extremum de tension.  $S_W$  est de nouveau ouvert après inversion de la tension. Dans le cas d'une sollicitation sinusoïdale, l'expression de la tension  $V_{cc}$  lors de chaque inversion est donnée par (3.17). L'allure des formes d'ondes et des cycles énergétiques associés à la technique SSDV adaptée est identique à ceux de la technique SSDV classique.

$$V_{cc} = -\beta \frac{\alpha}{C_0} u \quad (3.16)$$

$$\begin{cases} V_{cc} = -\beta \frac{\alpha}{C_0} u_M & \text{sur un maximum de déplacement} \\ V_{cc} = \beta \frac{\alpha}{C_0} u_M & \text{sur un minimum de déplacement} \end{cases} \quad (3.17)$$

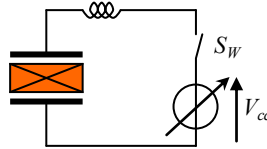


Figure 3-5 Circuit électrique de la technique SSDV adaptée

Comme dans tous les cas précédents, on considère que le déplacement reste sinusoïdal. Les équations données dans le cas de la technique SSDV classique sont toujours valables, mais elles peuvent être simplifiées en utilisant (3.16). Ainsi, l'expression de la fonction  $h$  peut se simplifier en (3.18) et sa décomposition en série de Fourier en (3.19). On voit bien que dans ce cas, comme pour la technique SSDI, l'amplitude de la fonction créneau est proportionnelle à  $u_M$ , ce qui n'est pas le cas avec la technique SSDV classique.

$$h = u_M (1 + \beta) \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \text{sign}(\dot{u}) \quad (3.18)$$

$$h = u_M (1 + \beta) \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{4}{\pi(2n+1)} \cos((2n+1)\omega t + \psi) \right) \quad (3.19)$$

La fonction de transfert (3.20) est obtenue en ne considérant que le premier harmonique de la fonction créneau. La fréquence de résonance correspond cette fois encore à la fréquence de résonance en circuit ouvert et l'amplitude du déplacement à la résonance est donnée par (3.21).

$$\frac{\tilde{u}}{\tilde{F}} = \frac{1}{\left( K_E + \frac{\alpha^2}{C_0} - M\omega^2 + j \left( C\omega + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0} (1 + \beta) \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \right) \right)} \quad (3.20)$$

$$u_M = \frac{F_M}{C\omega_D + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0} (1 + \beta) \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma}} \quad (3.21)$$



L'amortissement en dB est donné par (3.22). Cette expression peut être simplifiée en (3.23), qui donne l'amortissement en fonction du coefficient de couplage électromécanique, du facteur de qualité mécanique, de la qualité de l'inversion électrique et de  $\beta$ . L'angle de perte équivalent induit par la technique SSDV adaptée est donné par (3.24). Notons que dans le cas de la technique SSDV classique, il n'est pas possible de définir un angle de perte équivalent.

$$A_{SSDV \text{ adap.}} = 20 \log \left( \frac{C \omega_D}{C \omega_D + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0} (1+\beta) \frac{1+\gamma}{1-\gamma}} \right) \quad (3.22)$$

$$A_{SSDV \text{ adap.}} = 20 \log \left( \frac{1}{1 + (1+\beta) k^2 Q_m \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma}} \right) \quad (3.23)$$

$$\tan \delta_{SSDV \text{ adapt.}} = \frac{1}{Q_m} + (1+\beta) k^2 \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \quad (3.24)$$

L'utilisation de la technique SSDV classique engendre des problèmes de stabilité lorsque l'amplitude de la force excitatrice diminue et une perte d'efficacité lorsqu'elle augmente. Ces problèmes sont résolus par la technique SSDV adaptée. En effet, pour un coefficient  $\beta$  fixé, l'amortissement n'est plus fonction de l'amplitude de la force appliquée, comme le montre les équations (3.22) et (3.23).

La Figure 3-6 permet de comparer les fonctions de transfert associées aux techniques SSDV classiques et adaptées. Pour un même amortissement à la résonance, on constate que la technique adaptée est moins efficace hors résonance. Dans le cas de la technique SSDV adaptée, l'amplitude de la fonction  $h$  est proportionnelle à l'amplitude de la vibration et diminue donc rapidement lorsqu'on s'écarte de la résonance. Dans le cas de la technique SSDV classique, l'amplitude de la fonction  $h$  comporte une partie constante indépendante de l'amplitude de la vibration. Ceci explique la meilleure efficacité de la technique SSDV classique en dehors des résonances.

Les avantages et inconvénients des techniques SSDV classiques et adaptées sont résumés dans le Tableau 3-1.

	SSDV classique	SSDV adapté
Stabilité	-	+
Comportement hors résonance	+	-

Tableau 3-1 Avantages et inconvénients des techniques SSDV classiques et adaptées

Notons que la solution la plus efficace, qui combinerait les avantages des deux techniques, consisterait à appliquer une tension  $V_{cc}$  proportionnelle à l'amplitude de la force excitatrice, ce qui reviendrait à effectuer la technique SSDV classique avec un paramètre  $\nu$  indépendant de l'amplitude de la force appliquée. Cette solution est malheureusement difficile à implémenter car il n'est pas facile d'avoir une mesure de l'amplitude de la force excitatrice.

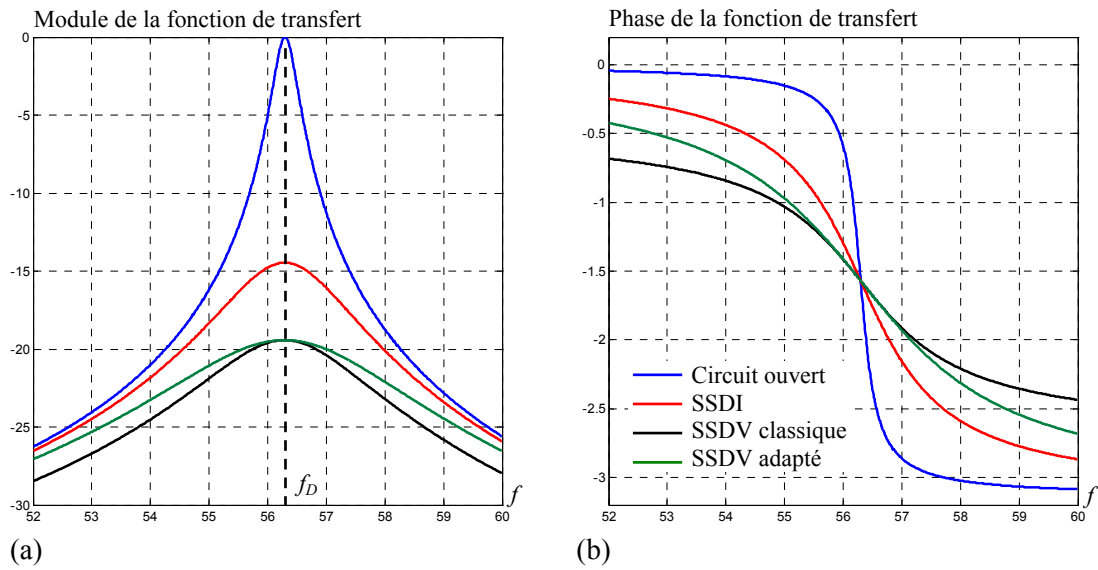


Figure 3-6 Fonctions de transferts en circuit ouvert, en SSDI, en SSDV classique avec  $\nu=0.27$  et en SSDV adapté avec  $\beta=0.95$  : (a) modules en dB normalisés par rapport au circuit ouvert, (b) phase en radian

### 3.3 Résultats expérimentaux en régime sinusoïdal permanent

#### 3.3.1. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est représenté sur la Figure 3-7. Il s'agit d'une poutre en acier sur laquelle sont collés des patches piézoélectriques de céramique P189. La poutre est encastree à l'une de ses extrémités dans un support rigide. Les éléments piézoélectriques sont collés de part et d'autre de la poutre, près de l'encastrement où le rayon de courbure est le plus faible. La direction de polarisation est perpendiculaire à la poutre, la réponse piézoélectrique est ainsi principalement due au couplage latéral  $k_{31}$ .

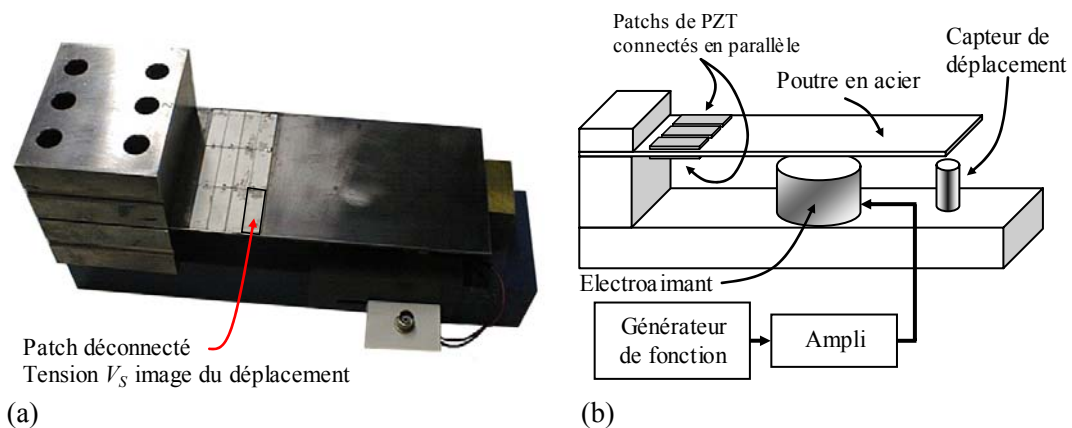


Figure 3-7 Dispositif expérimental : (a) vue réelle, (b) schéma

La plaque est excitée par un électro-aimant qui génère une force sinusoïdale d'amplitude constante<sup>9</sup>. Le déplacement de l'extrémité libre de la poutre est mesuré à l'aide d'un capteur inductif. Tous les patchs piézoélectriques sont reliés en parallèle, sauf un qui est déconnecté et dont la tension  $V_S$  permet d'avoir une image du déplacement. Les caractéristiques géométriques de la poutre et des patchs sont respectivement données dans le [Tableau 3-2](#) et le [Tableau 3-3](#).

Longueur	180mm
Largeur	95mm
Epaisseur	2.05mm

Tableau 3-2 Géométrie de la poutre en acier

Nombre	24
Longueur	30mm
Largeur	10mm
Epaisseur	300μm
Eloignement de l'encastrement	14mm

Tableau 3-3 Géométrie des patchs piézoélectriques de céramique P189

### 3.3.2. Modélisation et identification des paramètres du modèle

La structure est modélisée à l'aide du modèle à constantes localisées simplifié. Les paramètres du modèle sont obtenus en suivant la procédure décrite au Chapitre 2, paragraphe 2.8. Les mesures réalisées pour l'identification et les valeurs des paramètres obtenus sont détaillées dans le [Tableau 3-4](#).

$f_E$	56.06Hz
$f_D$	56.30Hz
$Q_m$	140
$\lambda$	12500V/m
$C_0$	238nF
$\alpha$	0.0039N/V
$k^2$	0.86%
$K_E$	7430Nm <sup>-1</sup>
$M$	59.9g
$C$	0.151Nm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>

Tableau 3-4 Mesures et paramètres du modèle

### 3.3.3. Résultats

La poutre est excitée autour de sa première fréquence de résonance par une force d'amplitude constante. A la résonance, en circuit ouvert, l'amplitude du déplacement de l'extrémité libre de la poutre est de 2.2mm. A partir de (2.66), on peut alors déterminer l'amplitude de la force appliquée : 012N. Les amplitudes expérimentales du déplacement en circuit ouvert, en SSDI, en SSDV classique et en SSDV adapté sont tracées sur la [Figure 3-8](#) en fonction de la fréquence de la force excitatrice. Les amplitudes sont normalisées par rapport au déplacement maximum en circuit ouvert et exprimées en dB.

<sup>9</sup> A amplitude de tension d'alimentation constante, et tant que l'entrefer entre l'électroaimant et la plaque ne varie pas trop

Les paramètres liés à l'inversion de la tension, la tension  $V_{cc}$  utilisée dans le cas de la technique SSDV classique et le coefficient  $\beta$  utilisé pour la technique SSDV adaptée sont précisés dans le **Tableau 3-5**. La qualité de l'inversion a volontairement été dégradée en rajoutant une résistance de  $800\Omega$  en série avec l'inductance  $L_I$ , ceci dans le but de souligner l'amélioration des performances engendrée par l'utilisation des techniques SSDV. Sans cette résistance, le facteur de qualité de l'inversion électrique serait de l'ordre de huit.

Inversion électrique	$L_I$	1.0H
	$Q_I$	2.1
	$\gamma$	0.47
SSDV classique	$V_{cc}$	3V
SSDV adapté	$\beta$	0.95

Tableau 3-5 Paramètres liés à l'inversion électrique et aux techniques SSDV

La tension  $V_{cc}$  et le coefficient  $\beta$  ont été volontairement choisis de façon à donner le même amortissement à la résonance. Les résultats expérimentaux représentés sur la **Figure 3-8** peuvent être comparés aux résultats théoriques de la **Figure 3-6** qui ont été calculés à partir des paramètres du Tableau 3-4 et du **Tableau 3-5**. Ces résultats sont en très bon accord.

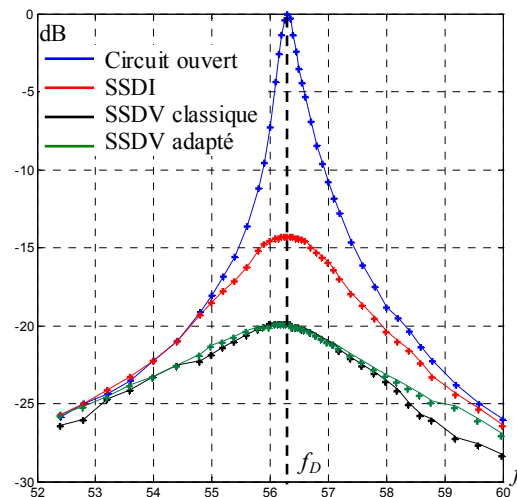


Figure 3-8 Réponse harmoniques expérimentales des différentes techniques

La **Figure 3-9 (a)** montre l'amortissement théorique et expérimental pour chacune des techniques d'amortissements envisagées en fonction de l'amplitude de la force excitatrice. La structure est excitée à sa fréquence de résonance,  $V_{cc}$  et  $\beta$  sont inchangés. L'amplitude de la force est normalisée de façon à ce que 1 corresponde à l'amplitude de la force appliquée lors de l'analyse harmonique précédente. L'amortissement en SSDI et en SSDV adapté n'est théoriquement pas fonction de l'amplitude de la force excitatrice, ce qui est confirmé expérimentalement. L'amortissement en SSDV classique est logiquement une fonction décroissante de la force excitatrice. Il est inférieur ou supérieur à l'amortissement en SSDV adapté pour une force normalisée respectivement supérieure ou inférieure à 1. La technique SSDV classique conduit à des problèmes de stabilité quand l'amplitude de la force est trop faible. Dans ce cas, les harmoniques supérieures du déplacement ne sont plus négligeables

devant le fondamental, ce qui entraîne l'apparition d'extrema locaux qui peuvent déstabiliser la commande des interrupteurs électroniques. La limite de stabilité se traduit expérimentalement par une baisse des performances de l'amortissement. Cette limite de stabilité expérimentale apparaît avant la limite théorique de stabilité définie par (3.25).

$$F_{M \min} = \frac{4\alpha}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} V_{cc} \quad (3.25)$$

On peut améliorer les performances de la technique SSDV adaptée en augmentant  $\beta$ . Il n'y a pas de limite théorique à cette augmentation. En pratique, des problèmes de stabilité apparaissent pour des valeurs importantes de  $\beta$ , lorsque, comme pour la technique SSDV classique, l'amplitude des harmoniques du déplacement cesse d'être négligeable par rapport au fondamental. La Figure 3-9 (b) montre l'amortissement théorique et expérimental à la résonance avec la technique SSDV adaptée en fonction de  $\beta$ . L'amortissement atteint -30dB pour  $\beta=6$  et ce résultat est valable quelque soit l'amplitude de la force excitatrice. Au-delà de  $\beta=6$ , les performances de la technique SSDV adaptée diminuent à cause des problèmes de stabilité.

On peut constater que les problèmes de stabilité apparaissent expérimentalement quand l'amortissement dépasse -30dB, et ce quelque soit la technique utilisée. La différence fondamentale est qu'avec la technique SSDV classique, ces problèmes apparaissent quelque soit la valeur de  $V_{cc}$ , alors que la technique adaptée est toujours stable si  $\beta \leq 6$ .

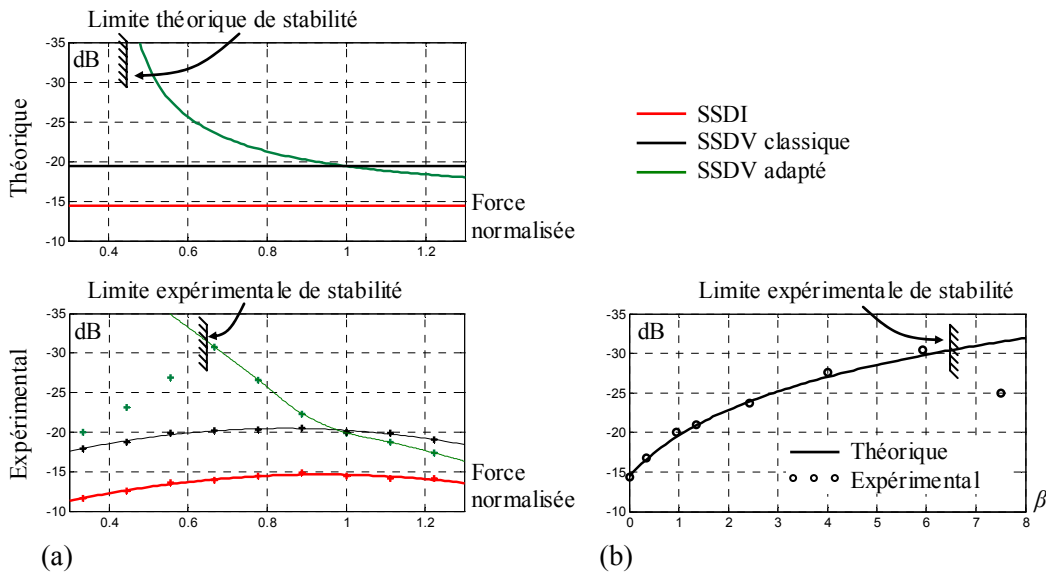


Figure 3-9 Amortissement des techniques SSDV et limite de stabilité : (a) Amortissement pour les techniques SSDI, SSDV classique et SSDV adaptée en fonction de l'amplitude de la force appliquée, (b) Amortissement pour la technique SSDV adaptée en fonction de  $\beta$

## 3.4 Résultats expérimentaux pour une sollicitation large bande

### 3.4.1. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est représenté sur la [Figure 3-10](#). Il s'agit d'un tube de section carrée à l'intérieur duquel on génère des ondes acoustiques avec un haut-parleur. L'extrémité arrière du tube est fermée par une paroi rigide et l'extrémité avant par une plaque en composite équipée d'inserts piézoélectriques. Ce dispositif correspond au travail réalisé au Japon, il est décrit dans [Qiu et al \[62\]](#).

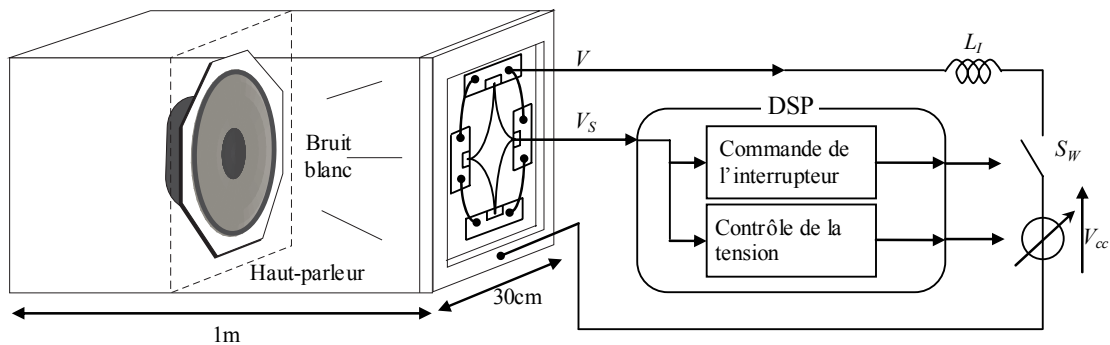


Figure 3-10 Dispositif expérimental

Les principales caractéristiques électromécaniques du premier mode de vibration de la plaque composite sont résumées dans le [Tableau 3-6](#). Les ondes acoustiques générées par le haut-parleur ne peuvent être transmises vers l'extérieur du tube qu'à travers la mise en vibration de la plaque composite, les autres parois pouvant être considérées comme parfaitement rigides. Contrôlé le bruit transmis revient donc à amortir les vibrations de la plaque. Des inserts piézoélectriques sont placés le long des cotés de la plaque. La majorité de la surface des éléments piézoélectriques est connectée au dispositif de commutation (tension  $V$ ), mais une petite part est utilisée comme capteur de déformation (tension  $V_S$ ). Pratiquement, on utilise un processeur de signaux (DSP) pour la commande de l'interrupteur électronique et le contrôle du niveau de la tension continue. L'interrupteur est commandé de façon à inverser la tension à chaque extrema de  $V_S$ . En réalité, la tension  $V_S$  est au préalable légèrement filtrée, de façon à éliminer le bruit et les plus petits extrema locaux. La tension variable continue  $V_{cc}$  est simplement fournie par la sortie d'un amplificateur opérationnel commandé par le DSP. Pour la technique SSDI, cette tension est mise à zéro et pour la technique SSDV adaptée, elle est contrôlée de façon à toujours être proportionnelle à  $V_S$ . Le coefficient de proportionnalité  $\beta$  optimal est déterminé expérimentalement et n'est ensuite plus modifié. Pour cette expérience, il est de 2.2.

Fréquence de résonance	130 Hz
Facteur de qualité mécanique	30
Coefficient de couplage au carré $k^2$	1%

Tableau 3-6 Caractéristique du premier mode de vibration

### 3.4.2. Résultats

La plaque composite est excitée par un bruit blanc généré par le haut parleur. Trois cas sont considérés : vibrations en circuit ouvert, contrôle SSDI et contrôle SSDV adapté. La technique SSDV classique n'est pas présentée ici, car elle n'est pas stable pour ce type de sollicitation dont le niveau est très variable au cours du temps. La tension  $V_s$  sur les éléments déconnectés est considérée comme étant une image de la vibration de la plaque. Le spectre de la dérivée temporelle de  $V_s$  est tracé sur la **Figure 3-11 (a)**. La dérivée temporelle de la tension est utilisée plutôt que la tension elle-même, de façon à mettre en évidence l'effet des techniques SSD sur les hautes fréquences. Les spectres sont calculés à partir d'enregistrement suffisamment long (30s) pour garantir des résultats répétables.

La technique SSDI conduit respectivement à un amortissement de -5.3dB et -9.2dB pour les deux premières raies du spectre, qui sont les deux raies principales en circuit ouvert. L'amplitude des autres raies est augmentée, notamment la raie à 651Hz, mais restent très inférieures à la première raie qui correspond au premier mode de vibration de la plaque.

L'utilisation de la technique SSDV adaptée conduit respectivement à un amortissement de -11.9dB et -18.8dB pour les deux raies principales. On peut remarquer que les autres raies sont pratiquement inchangées par rapport au circuit ouvert, exceptée la raie à 651Hz qui est fortement amplifiée. Toutes les raies sont alors en dessous de -11.5dB qui correspond à l'amplitude de la raie à 651Hz. Il faut garder à l'esprit cependant que le spectre représenté correspond à la dérivée temporelle de la tension et que le premier mode de vibration donnerait toujours la raie principale si l'on considérait le spectre de la tension elle-même.

La fréquence de la deuxième raie correspond exactement à deux fois la fréquence de la première raie, ce qui signifie que la deuxième raie est une non linéarité du premier mode de vibration. Les techniques SSD contrôlent ainsi principalement le premier mode de vibration et sa non linéarité.

La séquence de commutation des interrupteurs est principalement basée sur la première fréquence de résonance de la plaque. Les fronts raides de la tension  $V$  qui résultent du traitement non linéaire génèrent ainsi des sollicitations mécaniques sur les multiples impaires de cette fréquence. La raie à 651Hz est particulièrement amplifiée, car elle correspond à la fois à un mode de résonance de la structure et à 5 fois la première fréquence de résonance.

L'amortissement global engendré par les techniques SSD peut être évalué grâce à (3.26). Il vaut -2.1dB en SSDI, et -6.1dB en SSDV adapté.

$$A_{dB} = 10 \log \left( \frac{\left( \int V_s^2 dt \right)_{SSD}}{\left( \int V_s^2 dt \right)_{\text{circuit ouvert}}} \right) \quad (3.26)$$

Les tensions  $V$  et  $V_s$  sont représentées sur la **Figure 3-11 (b)** pour un petit intervalle de temps. La tension  $V_{cc}$  est également représentée dans le cas de la technique SSDV adapté. Le traitement non linéaire appliqué à la tension  $V$  est bien visible en SSDI comme en SSDV adapté. Grâce à la tension  $V_{cc}$ , l'amplitude de la tension  $V$  en SSDV adapté est environ 1.5 fois plus grande qu'en SSDI.

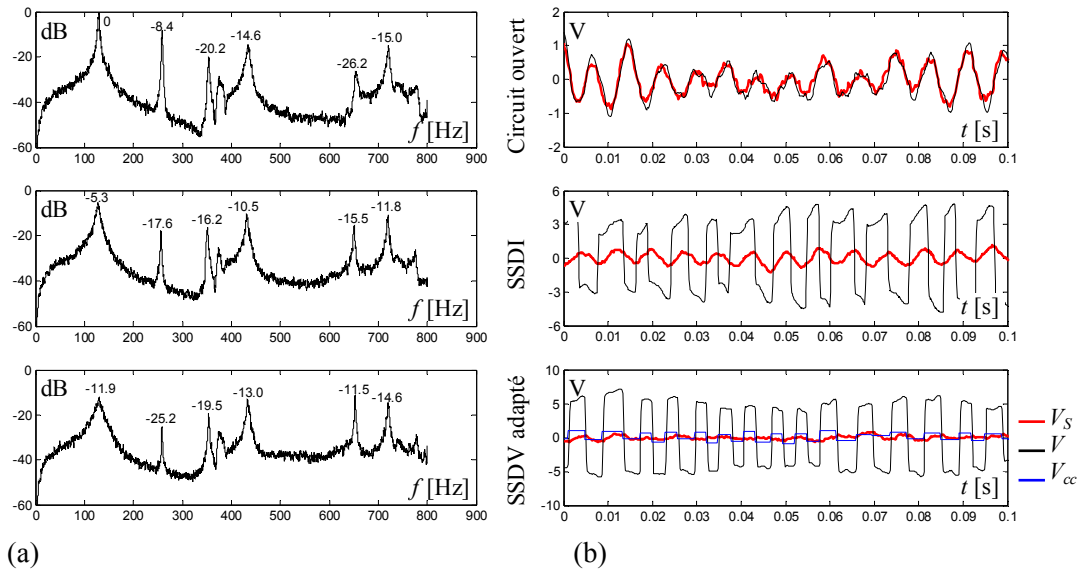


Figure 3-11 Résultats expérimentaux : (a) Spectre de la dérivée temporelle de la tension  $V_S$  en circuit ouvert, en SSDI et en SSDV adapté, (b) Tension  $V$  et  $V_S$  en fonction du temps

### 3.5 Conclusion

Les techniques SSDV semi actives permettent d'augmenter l'efficacité des techniques SSDS et SSDI semi passives. L'amortissement engendré par les techniques semi passives est directement lié au couplage électromécanique et au facteur de qualité mécanique de la structure. Pour des structures faiblement couplées et présentant de fortes pertes mécaniques, les techniques semi passives peuvent s'avérer inefficaces. L'intérêt des techniques SSDV est qu'elles peuvent surpasser ces handicaps par une augmentation de la tension sur les éléments piézoélectriques.

La Figure 3-12 représente les zones d'utilisation judicieuse des techniques semi passives et semi actives dans le plan  $(\gamma, k^2Q_m)$ . La ligne de démarcation entre les deux zones est définie en fonction de  $\gamma$  par le produit  $k^2Q_m$  qui donne un amortissement de -6dB à la résonance en SSDI. La relation entre  $k^2Q_m$  et  $\gamma$  est donnée par (3.27). Elle est obtenue à partir de l'expression de l'amortissement à la résonance en SSDI (2.88).

$$k^2Q_m = \frac{\pi}{4} \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \left( 10^{\frac{6}{20}} - 1 \right) \quad (3.27)$$

Si on se trouve dans la zone verte, alors l'amortissement à la résonance en SSDI sera supérieur à -6dB. Si on se trouve dans la zone rouge, alors l'amortissement en SSDI sera inférieur à -6dB et il faudra utiliser les techniques semi actives pour dépasser les -6dB d'atténuation.

La limite à -6dB est bien entendu parfaitement arbitraire, elle doit être choisie en fonction de l'application envisagée. Elle permet de connaître, pour un objectif d'amortissement donné, quelles techniques doivent être utilisées en fonction du coefficient de couplage, des pertes mécaniques et de la qualité de l'inversion électrique.



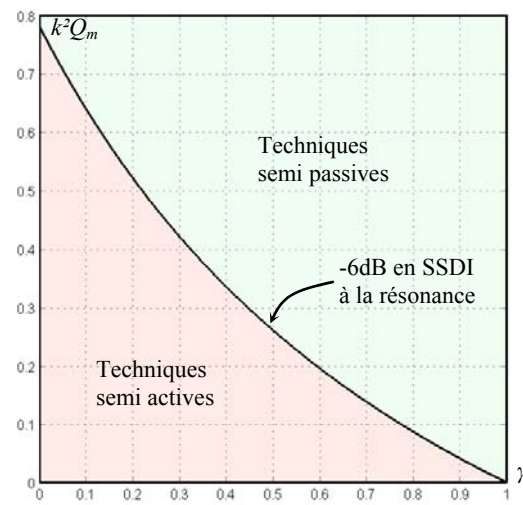


Figure 3-12 Répartition entre l'utilisation judicieuse des techniques semi passives et semi actives. La ligne de démarcation correspond à un amortissement de -6dB en SSDI à la résonance

## Chapitre 4

# Récupération d'énergie en régime sinusoïdal entretenu

Les micro-générateurs piézoélectriques ont généralement pour vocation d'alimenter des circuits électroniques à faible consommation moyenne (de quelques milliwatts à quelques centaines de milliwatts) qui requièrent généralement une tension d'alimentation continue, obtenue par redressement et filtrage de la tension alternative délivrée par un insert piézoélectrique. Comme nous l'avons vu au Chapitre 1, un convertisseur continu-continu est parfois disposé entre le condensateur de filtrage et le circuit à alimenter. Suivant les cas, ce convertisseur peut servir d'adaptation d'impédance pour optimiser le transfert énergétique ou bien servir de régulateur de tension.

La technique proposée est entièrement compatible avec les structures classiques des micro-générateurs piézoélectriques. Elle consiste à ajouter le dispositif de commutation SSDI en parallèle avec les éléments piézoélectriques et le circuit électrique classique de récupération d'énergie, de façon à agrandir artificiellement les cycles de conversion électromécanique. Cette technique non linéaire de récupération d'énergie est appelée SSHI<sup>10</sup> pour Synchronized Switch Harvesting on Inductor. Les résultats présentés dans ce chapitre ont été publiés dans [63] et [64].

---

<sup>10</sup> SSHS dans le cas où on n'utilise pas d'inductance. Ce cas peut être déduit des résultats en SSHI pour  $\gamma=0$

Ce chapitre a pour objectif de décrire le comportement de la technique SSHI dans le cas de sollicitations sinusoïdales entretenues et de comparer cette technique aux techniques classiques de récupération d'énergie. Deux cas seront envisagés, selon que le processus de récupération d'énergie induise ou pas d'amortissement vibratoire. Dans chacun des cas, la puissance et le rendement de la technique classique et de la technique SSHI seront calculés avec et sans redressement et filtrage.

## 4.1 Principe des techniques classiques et SSHI

Pour cette étude nous nous plaçons dans le cas d'une structure électromécanique sollicitée en régime sinusoïdal permanent. Dans ces conditions, la déformation dans les éléments piézoélectriques est proportionnelle au déplacement associé à la vibration. Nous parlerons ainsi indifféremment des extrema de déformation et de déplacement.

### 4.1.1. Technique classique alternative

La méthode la plus simple pour récupérer de l'énergie consiste à connecter directement le circuit électrique à alimenter sur les éléments piézoélectriques. Ce dispositif est représenté sur la **Figure 4-1 (a)**, où la résistance  $R$  représente l'impédance d'entrée du circuit électrique alimenté. Dans ce cas, la tension sur la charge est alternative. Les formes d'ondes associées à cette technique sont représentées sur la **Figure 4-1 (b)** dans le cas d'une sollicitation sinusoïdale permanente.

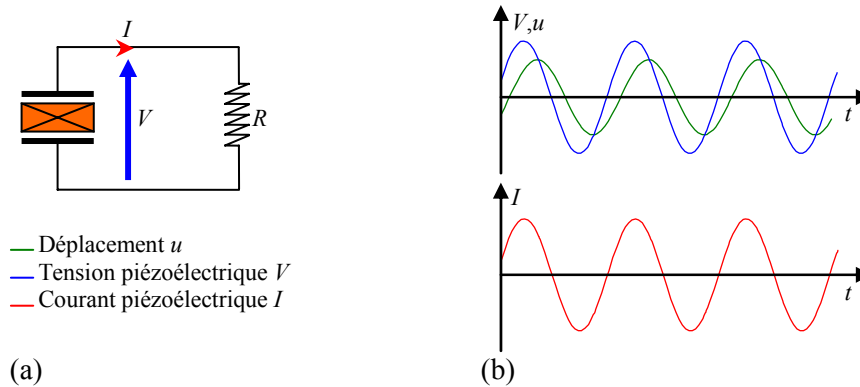


Figure 4-1 Technique classique alternative : (a) dispositif, (b) formes d'ondes associées en régime sinusoïdal permanent

### 4.1.2. Technique classique continue

Une approche plus représentative des applications envisagées consiste à inclure dans le circuit un pont redresseur suivi d'une capacité de filtrage  $C_R$ . Ce dispositif est représenté sur la **Figure 4-2 (a)**. Dans ce cas, la tension appliquée sur la charge  $R$  est continue. Lorsque la tension piézoélectrique  $V$  est inférieure en valeur absolue à la tension redressée  $V_{DC}$ , le pont redresseur est bloqué. Le courant  $I$  sortant des éléments piézoélectriques est donc nul et de ce fait la tension varie proportionnellement à la déformation. Quand la valeur absolue de la tension  $V$  atteint  $V_{DC}$ , le pont redresseur devient passant, ce qui stoppe l'évolution de  $V$ . Le pont

redresseur cesse d'être passant lorsque la valeur absolue du déplacement  $u$  diminue. L'allure des signaux considérés est représentée sur la **Figure 4-2 (b)**.

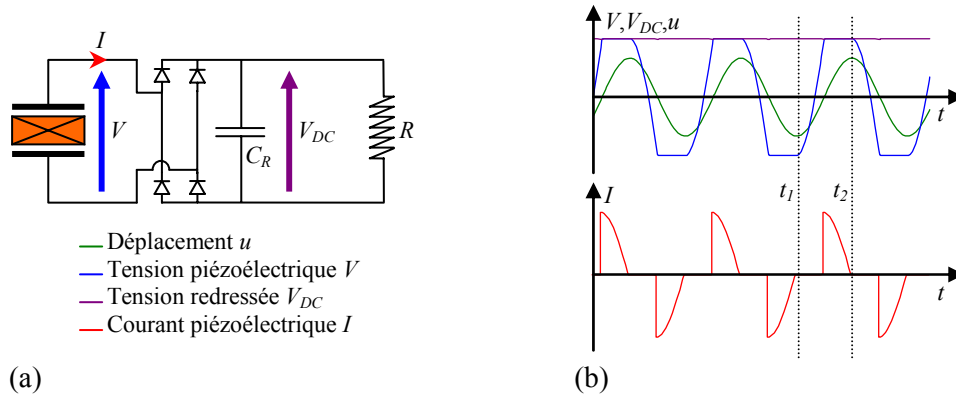


Figure 4-2 Technique classique continue : (a) dispositif, (b) formes d'ondes associées en régime sinusoïdal permanent

#### 4.1.3. Technique SSHI alternative

Cette configuration correspond à la technique alternative classique, sur laquelle a été rajouté le dispositif de commutation en parallèle avec les éléments piézoélectriques. Ce dispositif est représenté sur la **Figure 4-3 (a)**. La stratégie de contrôle de l'interrupteur électronique est la même que pour la technique d'amortissement vibratoire SSDI. L'interrupteur est brièvement fermé à chaque extremum de déplacement afin d'inverser la tension sur les éléments piézoélectriques à travers l'inductance  $L_I$ . L'allure de la tension  $V$  sur les éléments piézoélectriques est toutefois différente du cas SSDI, puisque les éléments piézoélectriques sont en permanence reliés à la résistance  $R$ . En particulier, les extrema de tension et de déplacement ne coïncident plus. Le courant  $I_R$  dans la résistance est proportionnel à la tension piézoélectrique et le courant  $I_S$  parcourant l'inductance d'inversion  $L_I$  est toujours nul, excepté pendant les phases d'inversion. Les formes d'ondes associées à cette technique sont représentées sur la **Figure 4-3 (b)**.

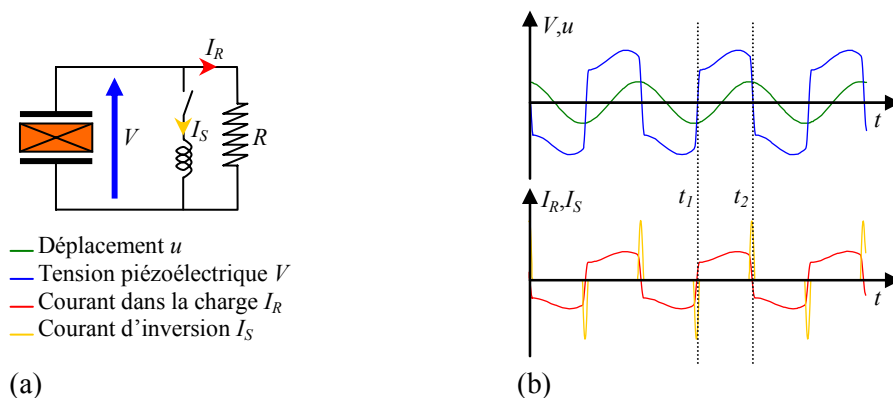


Figure 4-3 Technique SSHI alternative : (a) dispositif, (b) formes d'ondes associées en régime sinusoïdal permanent

#### 4.1.4. Technique SSHI continue

Par rapport à la technique classique continue décrite précédemment, on ajoute simplement le dispositif de commutation en parallèle avec les éléments piézoélectriques. Ce dispositif est représenté sur la Figure 4-4 (a). Tant que tension  $V$  est inférieure en valeur absolue à la tension redressée  $V_{DC}$ , le courant  $I_P$  traversant le pont redresseur est nul, et la tension varie proportionnellement au déplacement. Lorsque la valeur absolue de  $V$  atteint  $V_{DC}$ , le pont redresseur est passant, et l'évolution de  $V$  est stoppée. Le pont redresseur cesse d'être passant lorsque le déplacement  $u$  diminue en valeur absolue, c'est-à-dire lorsqu'on atteint un extremum de déplacement, ce qui coïncide avec le début d'une phase d'inversion de la tension à travers  $L_I$ . L'annulation du courant  $I_P$  absorbé par le pont redresseur correspond ainsi au départ du courant  $I_S$  dans l'inductance d'inversion. L'allure des signaux considérés est représentée sur la Figure 4-4 (b).

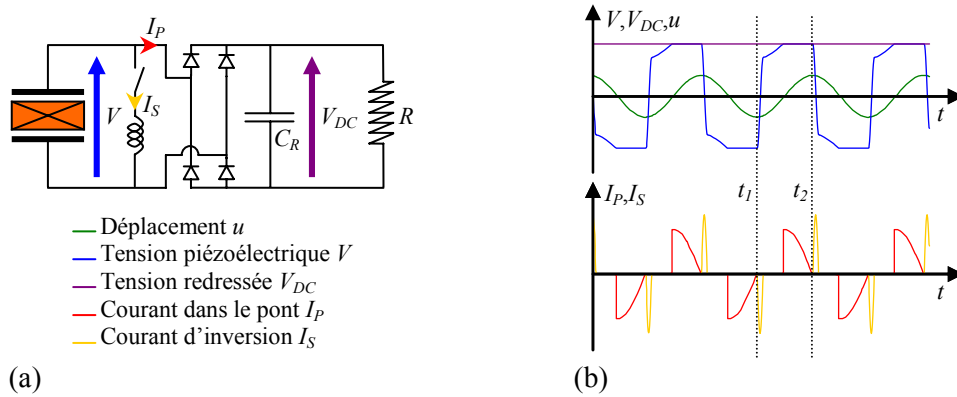


Figure 4-4 Technique SSHI continue : (a) dispositif, (b) formes d'ondes associées en régime sinusoïdal permanent

## 4.2 Récupération d'énergie sans induction d'amortissement vibratoire

Dans cette partie, nous étudions la puissance et le rendement d'un micro-générateur piézoélectrique pour lequel le processus de récupération d'énergie n'induit pas d'amortissement de la structure vibrante. Il s'agit soit de structures très faiblement couplées, soit de structures excitées hors résonance, soit de structures pour lesquelles le déplacement est imposé. La structure électromécanique peut être modélisée autour d'une fréquence de résonance par le modèle à constantes localisées utilisé précédemment pour étudier les techniques d'amortissement vibratoire et dont les équations constitutives sont rappelées par (4.1) et (4.2). Dans le cadre d'une étude où l'on considère une structure dont le déplacement n'est pas affecté par la récupération d'énergie, seule l'équation constitutive électrique (4.1) est nécessaire.

$$I = \alpha \dot{u} - C_0 \dot{V} \quad (4.1)$$

$$F = M \ddot{u} + K_E u + C \dot{u} + \alpha V \quad (4.2)$$

### 4.2.1. Technique classique alternative

#### Calcul de la puissance

On considère que la structure est animée d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude  $u_M$  constante. Lorsque l'on connecte directement une résistance aux bornes des éléments piézoélectriques, l'équation (4.1) se simplifie en (4.3). Dans le domaine fréquentiel, cette équation donne (4.4) qui exprime la tension sur les éléments piézoélectriques en fonction du déplacement, de la résistance de charge et des paramètres  $\alpha$  et  $C_0$  du modèle.

$$\frac{V}{R} = \alpha \dot{u} - C_0 \dot{V} \quad (4.3)$$

$$\tilde{V} = \frac{\alpha R}{1 + jRC_0\omega} j\omega \tilde{u} \quad (4.4)$$

La puissance récupérée correspond à la puissance dissipée dans la résistance de charge. Elle est donnée par (4.5). Pour une pulsation donnée, On montre que la puissance admet un maximum  $P_{\max}$  pour une résistance  $R_{opt}$  (4.6).

$$P = \frac{\tilde{V}\tilde{V}^*}{2R} = \frac{1}{2} \frac{R\alpha^2}{1 + (RC_0\omega)^2} \omega^2 u_M^2 \quad (4.5)$$

$$R_{opt} = \frac{1}{C_0\omega} \text{ et } P_{\max} = \frac{\alpha^2}{4C_0} \omega u_M^2 \quad (4.6)$$

L'énergie potentielle élastique maximale dans la structure est donnée par (4.7). La puissance maximale  $P_{\max}$  peut alors être exprimée simplement à partir de cette énergie et du coefficient de couplage de la structure. Cette expression est donnée par (4.8).

$$E_e = \frac{1}{2} K_E u_M^2 \quad (4.7)$$

$$P_{\max} = \frac{k^2}{1 - k^2} \frac{E_e}{2} \omega \quad (4.8)$$

L'énergie récupérée pendant une période correspond à l'énergie transférée définie précédemment. Le cycle de conversion énergétique associé est représenté sur la Figure 4-5 (a) et l'expression de l'énergie maximale transférée est donnée par (4.9).

$$E_{T\max} = \frac{\pi k^2}{1 - k^2} E_e \quad (4.9)$$

#### Calcul du rendement à la résonance

On considère une structure excitée à sa fréquence de résonance par une force sinusoïdale  $F$ . On suppose que cette structure est suffisamment faiblement couplée pour que le processus de récupération d'énergie n'affecte pas l'amplitude de la vibration. L'équation mécanique constitutive (4.2) exprimée dans le domaine fréquentiel peut alors se simplifier en (4.10) à la résonance.

$$\tilde{F} = jC\omega \tilde{u} \quad (4.10)$$

La puissance fournie à la structure par la force excitatrice  $F$  est donnée par (4.11). Par hypothèse, elle n'est pas fonction du dispositif de récupération d'énergie. Le rendement du micro-générateur piézoélectrique est égal à la puissance dissipée dans la résistance sur la puissance fournie, son expression est donnée par (4.12). Le rendement atteint un maximum  $\eta_{\max}$  pour la résistance  $R_{opt}$  définie précédemment. Il peut être exprimé très simplement en fonction du coefficient de couplage de la structure et de son facteur de qualité mécanique, comme le montre (4.13). Notons que ce rendement est forcément très faible, puisque pour que l'amortissement engendré par la récupération d'énergie soit négligeable, il faut que le produit  $k^2 Q_m$  soit très faible (cf. Chapitre 2).

$$P_F = \frac{C\omega^2 u_M^2}{2} \quad (4.11)$$

$$\eta = \frac{R\alpha^2}{C(1 + (RC_0\omega)^2)} \quad (4.12)$$

$$\eta_{\max} = \frac{\alpha^2}{2CC_0\omega} = \frac{k^2 Q_m}{2} \quad (4.13)$$

#### 4.2.2. Technique classique continue

##### Calcul de la puissance

Le pont redresseur est supposé parfait et la tension redressée  $V_{DC}$  est supposée constante. Cette dernière hypothèse est valable tant que la constante de temps  $RC_R$  est très supérieure à la période d'oscillation de la structure. On considère une demi période particulière correspondant à l'intervalle  $[t_1, t_2]$  représenté sur la Figure 4-2 (b). La charge électrique extraite des éléments piézoélectriques pendant cette demi période est égale à la charge électrique ayant parcourue la résistance  $R$  puisque le courant moyen traversant  $C_R$  est nul. Ceci est résumé dans (4.14). A partir de (4.14) et en considérant l'équation électrique constitutive (4.1), on peut exprimer la tension redressée  $V_{DC}$  en fonction de l'amplitude du déplacement, de la résistance de charge et des paramètres  $\alpha$  et  $C_0$  du modèle, comme le montre (4.15).

$$\int_{t_1}^{t_2} Idt = \frac{V_{DC}}{R} \frac{T}{2} \quad (4.14)$$

$$V_{DC} = \frac{R\alpha}{RC_0\omega + \frac{\pi}{2}} \omega u_M \quad (4.15)$$

La puissance récupérée peut alors être exprimée par (4.16). Elle admet un maximum  $P_{\max}$  pour une résistance optimale  $R_{opt}$ . Les expressions de  $P_{\max}$  et  $R_{opt}$  sont données dans (4.17). Comme dans le cas précédent, la puissance maximale peut être exprimée en fonction de l'énergie potentielle élastique maximale dans la structure et du coefficient de couplage, comme le montre (4.18). La puissance maximale avec la technique classique continue est plus faible qu'avec la technique classique alternative, dans le rapport de  $2/\pi$ .

$$P = \frac{V_{DC}^2}{R} = \frac{R\alpha^2}{\left(RC_0\omega + \frac{\pi}{2}\right)^2} \omega^2 u_M^2 \quad (4.16)$$

$$R_{opt} = \frac{\pi}{2C_0\omega} \text{ et } P_{max} = \frac{\alpha^2}{2\pi C_0} \omega u_M^2 \quad (4.17)$$

$$P_{max} = \frac{k^2}{1-k^2} \frac{E_e}{\pi} \omega \quad (4.18)$$

L'énergie maximale récupérée pendant une période est donnée par (4.19) et le cycle de conversion énergétique correspondant est représenté sur la Figure 4-5 (b).

$$E_{Tmax} = \frac{2k^2}{1-k^2} E_e \quad (4.19)$$

### Calcul du rendement à la résonance

Comme dans le cas précédent, on considère une structure très faiblement couplée excitée à la résonance. Si l'amortissement vibratoire induit par la récupération d'énergie est négligeable, alors l'énergie fournie à la structure est toujours donnée par (4.11). Le rendement du micro-générateur piézoélectrique est alors donné par (4.20). Ce rendement atteint un maximum  $\eta_{max}$  pour la résistance  $R_{opt}$  définie dans (4.17). L'expression de  $\eta_{max}$  est donné par (4.21), en fonction du produit  $k^2 Q_m$ . Par hypothèse, ce rendement est nécessairement très faible.

$$\eta = \frac{2R\alpha^2}{C\left(RC_0\omega + \frac{\pi}{2}\right)^2} \quad (4.20)$$

$$\eta_{max} = \frac{\alpha^2}{\pi C C_0 \omega} = \frac{k^2 Q_m}{\pi} \quad (4.21)$$

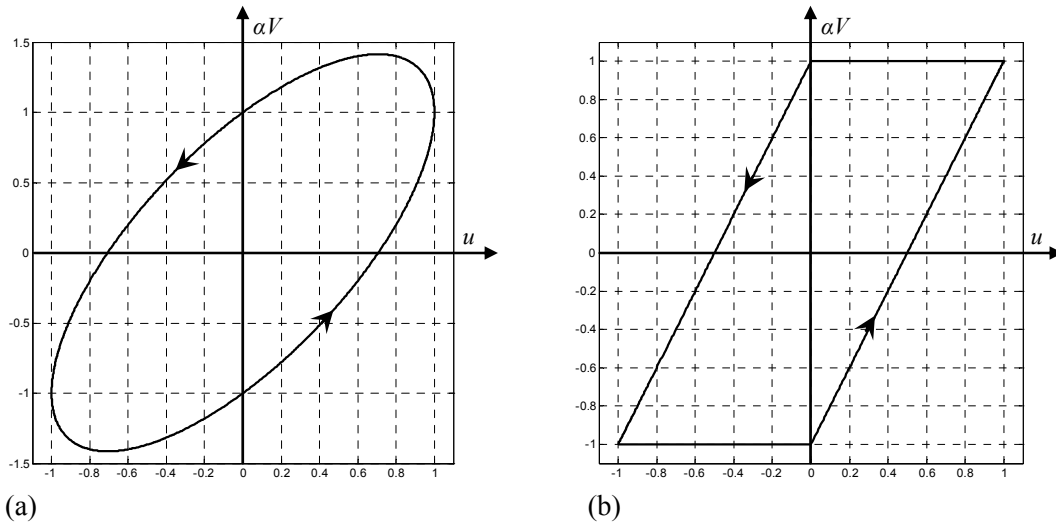


Figure 4-5 Cycles énergétiques normalisés.  $aV$  est normé par rapport à  $aV_{DC}$  avec la technique classique continue et  $u$  est normé par rapport à  $u_M$ : (a) technique classique alternative, (b) technique classique continue



### 4.2.3. Technique SSHI alternative

#### Calcul de la puissance

Une charge  $R$  est directement connectée sur les éléments piézoélectriques, en parallèle avec le dispositif de commutation. Excepté durant l'inversion, l'équation différentielle reliant la tension et le déplacement est toujours (4.3). On considère l'intervalle de temps  $[t_1, t_2]$  représenté sur la Figure 4-3 (b).  $t_1$  et  $t_2$  correspondent à deux inversion consécutives.  $t_1$  est pris juste après la première inversion et  $t_2$  juste avant la seconde. Si le temps d'inversion est très faible par rapport à la période de la vibration, alors l'intervalle  $[t_1, t_2]$  correspond à une demi période. On suppose que le déplacement reste sinusoïdal, ce qui s'avère être une bonne approximation même pour les systèmes fortement couplés et on résout (4.3) entre  $t_1$  et  $t_2$  avec les conditions (4.22). On obtient ainsi l'expression temporelle de la tension entre deux commutations (4.23), dont les constantes  $A_T$  et  $A_P$  sont donnés dans (4.24).

$$u = -u_M \cos(\omega(t - t_1)) \text{ et } V(t_1) = \gamma V(t_2) \quad (4.22)$$

$$V(t) = A_T u_M \omega e^{\frac{-(t-t_1)}{RC_0}} - A_P u_M \omega \cos\left(\omega(t - t_1) + \arctan\left(\frac{1}{RC_0 \omega}\right)\right) \quad (4.23)$$

$$\begin{cases} A_T = \frac{\alpha R^2 C_0 \omega}{1 + (RC_0 \omega)^2} \left[ \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma e^{-\frac{\pi}{RC_0 \omega}}} \right] \\ A_P = \frac{\alpha R}{\sqrt{1 + (RC_0 \omega)^2}} \end{cases} \quad (4.24)$$

L'expression (4.23) montre que la tension  $V$  est égale au produit d'une fonction  $\sigma$  dépendant du temps et de  $u_M \omega$ . La fonction  $\sigma$  et sa valeur efficace  $\sigma_{eff}$  sont définies dans (4.25). La puissance récupérée peut alors être exprimée en fonction de l'amplitude du déplacement et de  $\sigma_{eff}$ , comme le montre (4.26). On peut montrer que la puissance admet un maximum pour une résistance  $R$  optimale, mais il est difficile d'en établir une expression analytique simple.

$$\begin{cases} V(t) = \sigma(t) \omega u_M \\ \sigma_{eff}^2 = \frac{2}{T} \int_{t_1}^{t_2} \sigma(t)^2 dt \end{cases} \quad (4.25)$$

$$P = \frac{\sigma_{eff}^2}{2R} \omega^2 u_M^2 \quad (4.26)$$

L'énergie transférée pendant une période est donnée par (4.27) et le cycle de conversion énergétique correspondant est représenté sur la Figure 4-6 (a). Notons que seule une partie de l'énergie transférée est dissipée dans la résistance  $R$ , l'autre partie étant perdue dans le dispositif de commutation. Le rapport entre ces deux énergies sera détaillé dans le cas de la technique SSHI continue pour laquelle les développements analytiques sont plus aisés.

$$E_T = 4\alpha\omega u_M^2 \int_{t_1}^{t_2} \sigma(t) dt \quad (4.27)$$

#### Calcul du rendement à la résonance

Selon les mêmes hypothèses que précédemment, on considère une structure très faiblement couplée excitée à sa fréquence de résonance. Le rendement du micro-générateur constitué par cette structure est donné par (4.28). Ce rendement admet un maximum pour la même résistance optimale qui maximise la puissance récupérée.

$$\eta = \frac{\sigma_{eff}^2}{RC} \quad (4.28)$$

#### 4.2.4. Technique SSHI continu

##### Calcul de la puissance

Par rapport à la technique redressée classique évoquée précédemment, on ajoute simplement le dispositif de commutation en parallèle avec les éléments piézoélectriques. Le pont redresseur est supposé parfait, et la tension redressée  $V_{DC}$  constante. On considère une demi période particulière correspondant à l'intervalle  $[t_1, t_2[$  représenté sur la Figure 4-4 (b).  $t_1$  et  $t_2$  correspondent à deux inversions consécutives.  $t_1$  est pris juste avant la première inversion et  $t_2$  juste avant la seconde. La charge électrique extraite des éléments piézoélectriques entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  est égale à la somme pendant cette même demi période de la charge électrique ayant parcourue la résistance  $R$  et de la charge électrique ayant traversée le dispositif de commutation. Ceci est résumé dans (4.29). Le courant traversant le dispositif de commutation est toujours nul, sauf pendant l'inversion, juste après l'instant  $t_1$ , où il est directement lié à la dérivée de la tension  $V$ . La charge électrique ayant traversé le dispositif de commutation est alors donnée par (4.30). A partir de (4.29) et (4.30) et en considérant l'équation constitutive électrique (4.1), on peut exprimer la tension redressée  $V_{DC}$  en fonction de l'amplitude du déplacement, de la résistance de charge et des paramètres  $\alpha$  et  $C_0$  du modèle. Cette expression est donnée par (4.31).

$$\int_{t_1}^{t_2} Idt = \frac{V_{DC}}{R} \frac{T}{2} + \int_{t_1}^{t_2} I_S dt \quad (4.29)$$

$$\int_{t_1}^{t_2} I_S dt = -C_0 \int_{t_1}^{t_1+t_2} dV = -C_0 V_{DC} (1 + \gamma) \quad (4.30)$$

$$V_{DC} = \frac{2R\alpha}{RC_0(1-\gamma)\omega + \pi} \omega u_M \quad (4.31)$$

La puissance récupérée s'exprime par (4.32). Elle admet un maximum  $P_{\max}$  pour une résistance optimale  $R_{opt}$ . Les expressions de  $P_{\max}$  et  $R_{opt}$  sont données dans (4.33). La puissance maximale peut être exprimée en fonction de l'énergie potentielle élastique maximale dans la structure et du coefficient de couplage, comme le montre (4.34). Le rapport de la puissance maximale avec la technique SSHI continue sur la puissance maximale avec la technique classique continue est

égal à  $2/(1-\gamma)$ . Il est égal à 2 dans le cas de la technique SSHS ( $\gamma=0$ ) et peut devenir très grand si l'inversion électrique est bonne (20 pour  $\gamma=0.9$ ).

$$P = \frac{V_{DC}^2}{R} = \frac{4R\alpha^2}{(RC_0(1-\gamma)\omega + \pi)^2} \omega^2 u_M^2 \quad (4.32)$$

$$R_{opt} = \frac{\pi}{C_0(1-\gamma)\omega} \text{ et } P_{max} = \frac{\alpha^2}{\pi C_0(1-\gamma)} \omega u_M^2 \quad (4.33)$$

$$P_{max} = \frac{k^2}{1-k^2} \frac{2E_e}{\pi(1-\gamma)} \omega \quad (4.34)$$

Le cycle énergétique correspondant à l'énergie transférée  $E_{Topt}$  dans le cas où le micro-générateur débite sur la résistance  $R_{opt}$  est représenté sur la **Figure 4-6 (b)**. Dans ce cas, la tension sur les éléments piézoélectriques est donnée par (4.35). L'énergie maximale  $E_{Umax}$  consommée par la résistance  $R$  pendant une période est donnée par (4.36) et l'énergie  $E_{Iopt}$  dissipée dans le dispositif de commutation par (4.37). L'expression de l'énergie transférée  $E_{Topt}$  est donnée par (4.38). Une interprétation graphique des énergies  $E_{Umax}$  et  $E_{Iopt}$  est proposée sur la **Figure 4-6 (b)**.

$$V_{DCopt} = \frac{\alpha}{C_0(1-\gamma)} u_M \quad (4.35)$$

$$E_{Umax} = \frac{2\alpha^2}{C_0(1-\gamma)} u_M^2 = 2\alpha u_M V_{DC} \quad (4.36)$$

$$E_{Iopt} = C_0 V_{DC}^2 (1-\gamma^2) = \alpha u_M V_{DC} (1+\gamma) \quad (4.37)$$

$$E_{Topt} = E_{Iopt} + E_{Umax} = \frac{\alpha^2}{C_0} \frac{3+\gamma}{1-\gamma} u_M^2 = \frac{k^2}{1-k^2} \frac{2E_e(3+\gamma)}{1-\gamma} \quad (4.38)$$

On peut remarquer que l'énergie maximale récupérée sur  $R$  ne correspond pas à l'énergie transférée maximale. En effet, l'énergie transférée est maximale quand la résistance  $R$  tend vers l'infini, mais dans ce cas l'énergie récupérée est nulle. Ce cas correspond exactement au dispositif d'amortissement SSDI dans lequel l'intégralité de l'énergie transférée est dissipée dans le dispositif de commutation. On peut également remarquer que le rapport optimal de l'énergie récupérée sur l'énergie transférée tend vers  $1/2$  quand  $\gamma$  tend vers 1 et vaut  $2/3$  en SSHS.

### Calcul du rendement à la résonance

Nous nous plaçons encore une fois dans le cas d'une structure très faiblement couplée excitée à sa fréquence de résonance. Le rendement du dispositif est alors donné par (4.39). Ce rendement est maximal lorsque le micro-générateur piézoélectrique débite sur la résistance  $R_{opt}$ . Dans ce cas, l'expression du rendement maximum est donné par (4.40). Ce rendement, comme dans les autres cas est nécessairement très faible, mais il est cependant  $2/(1-\gamma)$  fois plus grand que le rendement avec la technique classique continue.

$$\eta = \frac{8R\alpha^2}{C(RC_0(1-\gamma)\omega + \pi)^2} \quad (4.39)$$

$$\eta_{\max} = \frac{2\alpha^2}{\pi CC_0(1-\gamma)\omega} = \frac{2k^2 Q_m}{\pi(1-\gamma)} \quad (4.40)$$

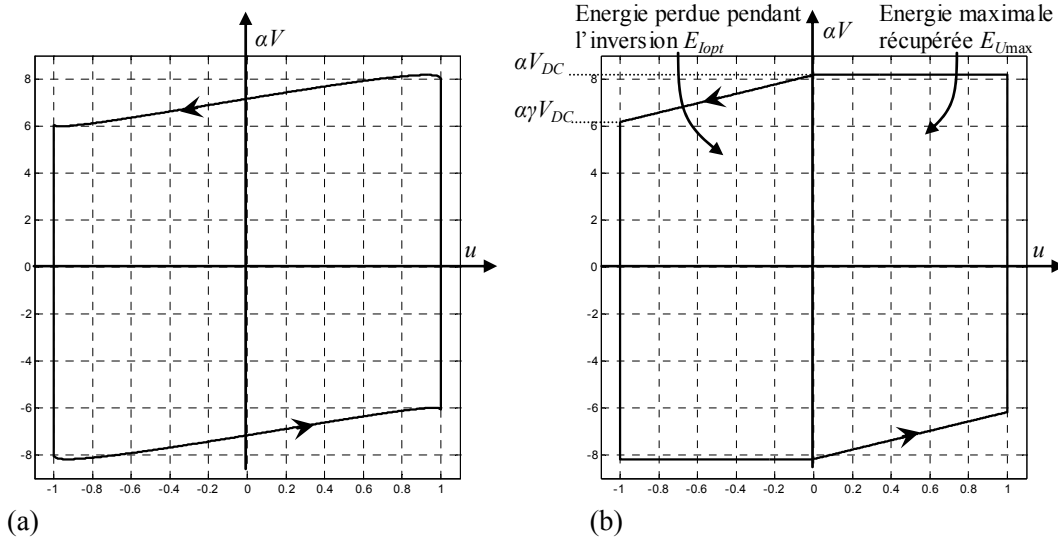


Figure 4-6 Cycles énergétiques normalisés.  $\alpha V$  est normé par rapport à  $\alpha V_{DC}$  avec la technique classique continue et  $u$  est normé par rapport à  $u_M$  : (a) technique SSHI alternative, (b) technique SSHI continue

#### 4.2.5. Comparaison théorique

La Figure 4-7 (a) représente la puissance récupérée en fonction de la résistance de charge  $R$  pour les différentes techniques. Ce graphique est normalisé en abscisse et en ordonnée respectivement par rapport à la résistance optimale et à la puissance récupérée maximale dans le cas de la technique classique continu. L'avantage de cette normalisation est que ce graphique devient totalement indépendant des paramètres du modèle. Seul le coefficient d'inversion électrique  $\gamma$  est nécessaire pour le tracé de la puissance en SSHI. Pour ce graphique,  $\gamma$  a été fixé à 0.76, ce qui correspond au dispositif expérimental décrit dans le paragraphe 4.5.1. Ce graphique peut aussi être interprété comme la représentation du rendement du micro-générateur pour les différentes techniques, normalisé par rapport au rendement maximum avec la technique classique continue.

Pour  $\gamma=0.76$ , la puissance récupérée avec la technique SSHI continue est plus de huit fois plus grande que la puissance récupérée avec la technique classique continue. Le gain en puissance étant donné par  $2/(1-\gamma)$ , la qualité de l'inversion électrique est un paramètre crucial. Pour la technique SSHS, ce gain vaut 2 et il tend vers l'infini quand  $\gamma$  tend vers 1. Pratiquement, il est très difficile d'obtenir des coefficients d'inversion supérieurs à 0.9, ce qui correspond à un gain de puissance de l'ordre de 20.

Les cycles énergétiques optimaux sont représentés sur la Figure 4-7 (b) pour les différentes techniques. L'aire de ces cycles correspond à l'énergie transférée sur une période. Les cycles sont normalisés en abscisse par l'amplitude du déplacement et en ordonnée par  $\alpha V_{DC}$  avec la technique classique continue. De cette façon les cycles ne dépendent plus des paramètres du

modèle. Seul le paramètre  $\gamma$  est nécessaire pour tracer les cycles correspondant aux techniques SSHI.

La **Figure 4-7 (b)** met bien en évidence l'augmentation des cycles de conversion électromécanique engendrée par la technique non linéaire. Il est intéressant de constater que les cycles de conversion avec les techniques non linéaires sont plus importants dans le cas redressé que dans le cas alternatif, contrairement à l'approche classique.

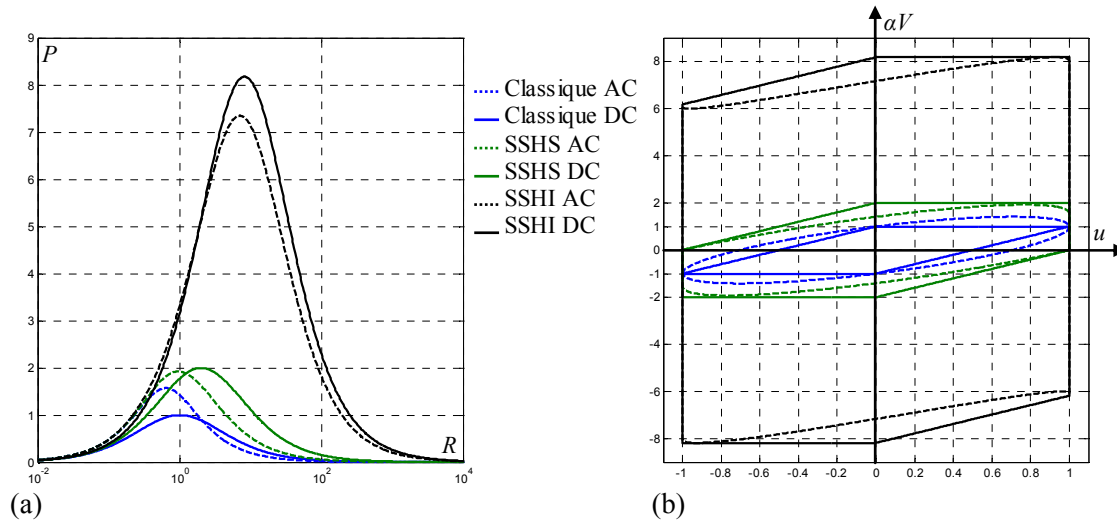


Figure 4-7 Comparaison des différentes techniques à amplitude de vibration constante : (a) puissances récupérées normalisées en fonction de la résistance de charge normalisée, (b) Cycles énergétiques optimaux normalisés

### 4.3 Prise en compte de l'effet d'amortissement

Dans un système électromécanique, le fait de convertir une part de l'énergie vibratoire en énergie électrique revient du point de vue mécanique à augmenter les pertes. Lorsqu'on impose une force excitatrice sinusoïdale d'amplitude constante, le processus de récupération d'énergie s'accompagne ainsi inévitablement d'un phénomène d'amortissement vibratoire. Ce phénomène est négligeable dans le cas de systèmes pour lesquels le produit  $k^2 Q_m$  est très faible ou de systèmes excités très en dehors de leurs fréquences de résonance. Nous préciserons dans cette partie sous quelle valeur de  $k^2 Q_m$  l'amortissement peut raisonnablement être négligé.

Le développement présenté dans cette partie n'a bien entendu pas de sens dans le cas de systèmes pour lesquels l'amplitude de la vibration est imposée, ce qui correspond, par exemple, à une excitation à l'aide d'un pot vibrant.

Dans la littérature, la plupart des analyses effectuées sur les micro-générateurs piézoélectriques sont réalisées à amplitude de vibration fixée, ce qui ne correspond pas à une sollicitation réaliste des structures électromécaniques. Lesieutre et al [65] prennent en compte l'effet d'amortissement dans leur analyse, mais l'expression globale de la puissance récupérée et de l'amortissement induit n'est pas clairement définie. Dans cette partie, nous étudierons le

comportement d'un micro-générateur piézoélectrique excité à sa fréquence de résonance par une force sinusoïdale d'amplitude constante. Nous nous intéresserons à la puissance, au rendement et à l'amortissement induit par un tel micro-générateur, pour les quatre techniques décrites précédemment.

Le carré du coefficient de couplage de la plupart des micro-générateurs piézoélectriques n'excède généralement pas quelques pourcents. Dans cette partie, nous considérerons ainsi que les pulsations de résonances  $\omega_E$  en court-circuit et  $\omega_D$  en circuit ouvert sont proches. La pulsation de résonance  $\omega_r$  du micro-générateur chargé sera définie comme la pulsation pour laquelle la force excitatrice et la vitesse de la vibration sont en phase. Cette pulsation est nécessairement comprise entre  $\omega_E$  et  $\omega_D$  et par hypothèse assimilable à l'une ou l'autre de ces pulsations.

### 4.3.1. Technique classique alternative

#### Calcul de l'amortissement induit à la résonance

A partir de l'équation mécanique constitutive (4.2) exprimée dans le domaine fréquentiel et de l'expression (4.4) de la tension, on obtient la relation (4.41) qui relie la force au déplacement. A la résonance, l'amplitude du déplacement est alors donné par (4.42), ce qui conduit à l'expression de l'amortissement (4.43).

$$\tilde{F} = \left( jM\omega + \frac{1}{j\omega}K_E + C + \frac{\alpha^2 R}{jRC_0\omega + 1} \right) j\omega \tilde{u} \quad (4.41)$$

$$u_M = \frac{F_M}{C\omega_r + \frac{R\alpha^2\omega_r}{1 + (RC_0\omega_r)^2}} \quad (4.42)$$

$$A = 20 \log \left( \frac{C}{C + \frac{R\alpha^2}{1 + (RC_0\omega_r)^2}} \right) \quad (4.43)$$

#### Calcul de la puissance

La puissance débitée par le micro-générateur est donnée par (4.44) en fonction de la charge  $R$ , de l'amplitude de la force excitatrice et des paramètres  $\alpha$ ,  $C$  et  $C_0$  du modèle. Cette expression est obtenue à partir de l'expression (4.5) de la puissance en fonction de l'amplitude du déplacement et de (4.42).

$$P = \frac{F_M^2}{2} \frac{R\alpha^2}{1 + (RC_0\omega_r)^2} \frac{1}{\left( C + \frac{R\alpha^2}{1 + (RC_0\omega_r)^2} \right)^2} \quad (4.44)$$

L'étude de la dérivée de la puissance par rapport à la résistance de charge  $R$  permet d'obtenir les valeurs de résistances qui maximisent la puissance. Les quatre racines  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  et  $R_4$  de  $\partial P / \partial R$  sont données dans (4.45). Si la condition décrite dans (4.46) est vérifiée, alors  $R_3$  et  $R_4$  sont des solutions complexes et  $R_2$  est la seule résistance de charge pour laquelle la puissance atteint un

maximum dont l'expression est donnée dans (4.46). Si la condition décrite dans (4.47) est vérifiée, alors le comportement du système change.  $R_2$  correspond à un minimum local de la puissance, dont l'expression est toujours donnée dans (4.46), et il existe deux résistances optimales  $R_3$  et  $R_4$  pour lesquelles la puissance atteint la valeur maximale donnée dans (4.47). Dans ce cas, la puissance maximale correspond à un palier constant uniquement fonction de l'amplitude de la force excitatrice et des pertes mécaniques de la structure, qui sont modélisées par l'amortisseur  $C$ .

$$\begin{cases} R_1 = -\frac{1}{C_0\omega_r} \\ R_2 = \frac{1}{C_0\omega_r} \\ R_3 = \frac{\alpha^2 - \sqrt{\alpha^4 - (2CC_0\omega_r)^2}}{2C(C_0\omega_r)^2} \\ R_4 = \frac{\alpha^2 + \sqrt{\alpha^4 - (2CC_0\omega_r)^2}}{2C(C_0\omega_r)^2} \end{cases} \quad (4.45)$$

$$\frac{\alpha^2}{C_0C\omega_r} \leq 2 \Rightarrow R_{opt} = R_2 \quad \text{et} \quad P_{\max} = \frac{\alpha^2}{4C_0\omega_r} \frac{F_M^2}{\left(C + \frac{\alpha^2}{2C_0\omega_r}\right)^2} \quad (4.46)$$

$$\frac{\alpha^2}{C_0C\omega_r} \geq 2 \Rightarrow R_{opt} = R_3 \text{ ou } R_4 \quad \text{et} \quad P_{\max} = \frac{F_M^2}{8C} \quad (4.47)$$

Les deux cas présentés dans (4.46) et (4.47) peuvent être exprimés en fonction du coefficient de couplage de la structure et de son facteur de qualité mécanique, comme le montre (4.48). Ces expressions montrent bien l'importance du produit  $k^2Q_m$  qui est ainsi particulièrement bien adapté à la description de structures électromécaniques. Pour une structure dont le facteur de qualité mécanique est fixé, il existe un coefficient de couplage critique au-delà duquel la puissance récupérée atteint un palier et n'augmente plus. Cette puissance limite est uniquement liée aux pertes mécaniques de la structure et à la force excitatrice.

$$\begin{cases} k^2Q_m \leq 2 \Rightarrow R_{opt} = R_2 \quad \text{et} \quad P_{\max} = \frac{k^2Q_m}{(2 + k^2Q_m)^2} \frac{F_M^2}{C} \\ k^2Q_m \geq 2 \Rightarrow R_{opt} = R_3 \text{ ou } R_4 \quad \text{et} \quad P_{\max} = \frac{F_M^2}{8C} \end{cases} \quad (4.48)$$

Une interprétation physique de la puissance maximale  $P_{\text{limite}}$  atteinte pour  $k^2Q_m \geq 2$  peut être donnée à partir de (4.49), où  $u_{M0}$  représente l'amplitude du déplacement en circuit ouvert.

$$P_{\text{limite}} = \frac{F_M^2}{8C} = \frac{F_M u_{M0} \omega_r}{8} \quad (4.49)$$

### Calcul du rendement

La puissance mécanique fournie au micro-générateur est donnée par (4.50). Le rendement du micro-générateur piézoélectrique est égal au rapport de la puissance récupérée sur la puissance fournie, il est donné par (4.51). Ce rendement admet un maximum  $\eta_{\max}$  pour une résistance optimale  $R_{opt}=R_2$  unique. Les expressions de  $R_{opt}$  et  $\eta_{\max}$  sont données dans (4.52), où le rendement maximum est exprimé uniquement en fonction du produit  $k^2Q_m$ .

$$P_F = \frac{F_M^2}{2 \left( C + \frac{R\alpha^2}{1 + (RC_0\omega_r)^2} \right)} \quad (4.50)$$

$$\eta = \frac{R\alpha^2}{1 + (RC_0\omega_r)^2} \frac{1}{\left( C + \frac{R\alpha^2}{1 + (RC_0\omega_r)^2} \right)} \quad (4.51)$$

$$R_{opt} = \frac{1}{C_0\omega_r} \text{ et } \eta_{\max} = \frac{\alpha^2}{2C_0C\omega_r + \alpha^2} = \frac{k^2Q_m}{2 + k^2Q_m} \quad (4.52)$$

### Représentation graphique

La Figure 4-8 (a) représente la puissance récupérée en fonction de la résistance de charge et du produit  $k^2Q_m$ . La puissance est calculée à partir de (4.44). On considère une structure avec un facteur de qualité mécanique fixé sur laquelle sont collés des patchs piézoélectriques. L'évolution de  $k^2Q_m$  correspond à une variation de la surface d'éléments piézoélectriques connectée au dispositif de récupération d'énergie. On suppose que le comportement électromécanique est homogène sur toute la surface des patchs piézoélectriques. Ainsi, le paramètre  $C_0$  et le paramètre  $\alpha$  du modèle sont proportionnels à la surface piézoélectrique utilisée pour la récupération d'énergie, les autres paramètres sont inchangés. La puissance est normalisée par rapport à la puissance  $P_{\limite}$  et la résistance par rapport à la résistance optimale correspondant au cas où la puissance atteint  $P_{\limite}$  pour la technique classique continue (ceci sera précisé dans le paragraphe 4.3.2). Ce type de normalisation permet d'obtenir un graphe totalement indépendant des paramètres du modèle, mais uniquement fonction de la façon avec laquelle on fait évoluer  $k^2Q_m$  (ici en faisant varier la surface de patchs connectés). La courbe en bleue représente la puissance récupérée lorsqu'on maximise le rendement, et la courbe en rouge correspond à la puissance maximale. Pour  $k^2Q_m \leq 2$ , ces deux courbes sont confondues.

La Figure 4-8 (b) représente le rendement du micro-générateur en fonction de la résistance de charge et du produit  $k^2Q_m$ . La résistance est normée comme précédemment. La courbe en bleue correspond au rendement maximum et la courbe en rouge au rendement lorsqu'on maximise la puissance. Pour  $k^2Q_m \leq 2$ , ces deux courbes sont confondues. Pour  $k^2Q_m \geq 2$ , le rendement maximum dépasse 50% alors que le rendement correspondant à la puissance maximum récupérée atteint un palier à 50%, ce qui correspond à un résultat électrique classique.

L'amortissement engendré par la récupération d'énergie est représenté sur la Figure 4-8 (c), toujours en fonction de la résistance de charge normalisée et du produit  $k^2Q_m$ . De la même façon, la courbe en bleue correspond à l'amortissement engendré lorsqu'on maximise le



rendement et la courbe en rouge lorsqu'on maximise la puissance. Pour  $k^2 Q_m \geq 2$ , l'amortissement engendré lorsqu'on maximise le rendement augmente au-delà de -6dB, alors l'amortissement correspondant à la maximisation de la puissance atteint un palier à -6dB.

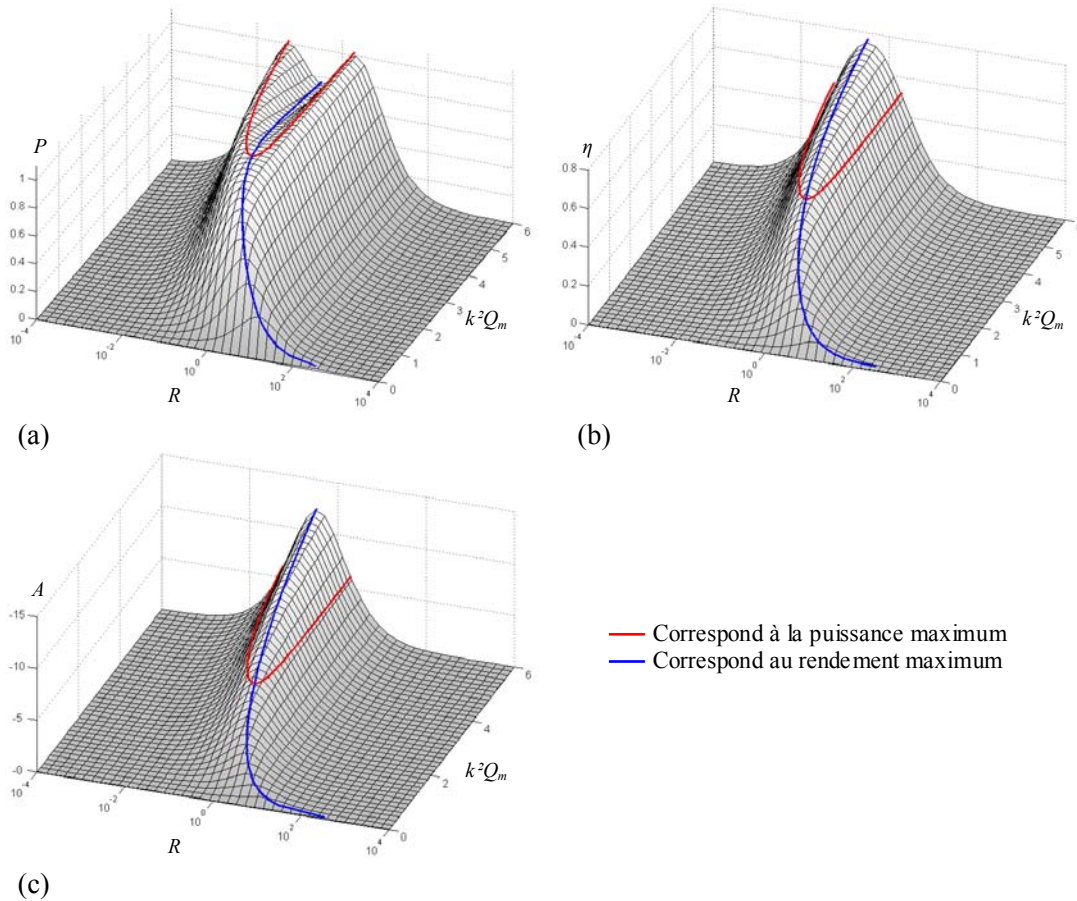


Figure 4-8 Technique classique alternative : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement, en fonction de la résistance normalisée et du produit  $k^2 Q_m$

#### 4.3.2. Technique classique continue

##### Calcul de l'amortissement induit à la résonance

On considère le bilan énergétique de la structure sur la demi période correspondant aux instants  $t_1$  et  $t_2$  définis sur la Figure 4-2 (b). L'énergie apportée est égale à la somme de l'énergie dissipée sous forme mécanique dans la structure et de l'énergie récupérée sur la charge, puisqu'il n'y pas de variation d'énergie potentielle élastique entre les instants  $t_1$  et  $t_2$  et que l'énergie cinétique est nulle à ces instants. Ce bilan est résumé dans (4.53). A la résonance, et en supposant que le déplacement est sinusoïdal, on peut simplifier le bilan énergétique, ce qui permet d'exprimer l'amplitude du déplacement en fonction de l'amplitude de la force appliquée, comme le montre (4.54). L'expression de l'amortissement est alors donné par (4.55).

$$\int_{t_1}^{t_2} F u dt = C \int_{t_1}^{t_2} \dot{u}^2 dt + \frac{V_{DC}^2}{R} \frac{T}{2} \quad (4.53)$$

$$u_M = \frac{F_M}{C\omega_r + \frac{2R\omega_r\alpha^2}{(RC_0\omega_r + \frac{\pi}{2})^2}} \quad (4.54)$$

$$A = 20 \log \left( \frac{C}{C + \frac{2R\alpha^2}{(RC_0\omega_r + \frac{\pi}{2})^2}} \right) \quad (4.55)$$

### Calcul de la puissance

La puissance débitée par le micro-générateur est donnée par (4.56) en fonction de la charge  $R$ , de l'amplitude de la force excitatrice et des paramètres  $\alpha$ ,  $C$  et  $C_0$  du modèle. Cette expression est obtenue à partir de (4.16) et de (4.54). L'expression de la puissance ressemble à celle obtenue avec la technique classique alternative.  $\partial P / \partial R$  admet également quatre racines données par (4.57). Comme pour la technique alternative, il existe deux zones correspondant à deux comportements différents du micro-générateur. Une première zone pour laquelle la résistance  $R_2$  maximise la puissance et une deuxième zone pour laquelle la puissance maximale atteint la valeur  $P_{\text{limite}}$  pour les deux résistances  $R_3$  et  $R_4$ . Ceci est résumé dans (4.58)

$$P = \frac{R\alpha^2}{(RC_0\omega_r + \frac{\pi}{2})^2} \frac{F_M^2}{\left( C + \frac{2R\alpha^2}{(RC_0\omega_r + \frac{\pi}{2})^2} \right)^2} \quad (4.56)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} R_1 = -\frac{\pi}{2C_0\omega_r} \\ R_2 = \frac{\pi}{2C_0\omega_r} \\ R_3 = \frac{2\alpha^2 - \pi C_0 C \omega - 2\alpha \sqrt{\alpha^2 - \pi C_0 C \omega}}{2C(C_0\omega_r)^2} \\ R_4 = \frac{2\alpha^2 - \pi C_0 C \omega + 2\alpha \sqrt{\alpha^2 - \pi C_0 C \omega}}{2C(C_0\omega_r)^2} \end{array} \right. \quad (4.57)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha^2}{C_0 C \omega_r} \leq \pi \Rightarrow R_{opt} = R_2 \quad \text{et} \quad P_{\max} = \frac{\alpha^2}{2\pi C_0 \omega_r} \frac{F_M^2}{\left( C + \frac{\alpha^2}{\pi C_0 \omega_r} \right)^2} \\ \frac{\alpha^2}{C_0 C \omega_r} \geq \pi \Rightarrow R_{opt} = R_3 \text{ ou } R_4 \quad \text{et} \quad P_{\max} = P_{\text{limite}} = \frac{F_M^2}{8C} \end{array} \right. \quad (4.58)$$

Le comportement décrit par (4.58) peut également être énoncé en fonction du produit  $k^2 Q_m$ , comme le montre (4.59). Ce comportement est très similaire à celui obtenu dans le cas

alternatif, mais la valeur critique de  $k^2Q_m$ , au-delà de laquelle la puissance récupérée atteint  $P_{\text{limite}}$  est plus élevée. En effet, cette valeur critique est égale à  $\pi$  en continu, alors qu'elle vaut 2 en alternatif.

$$\begin{cases} k^2Q_m \leq \pi \Rightarrow R_{\text{opt}} = R_2 & \text{et } P_{\text{max}} = \frac{k^2Q_m}{(\pi + k^2Q_m)^2} \frac{\pi}{2} \frac{F_M^2}{C} \\ k^2Q_m \geq \pi \Rightarrow R_{\text{opt}} = R_3 \text{ ou } R_4 & \text{et } P_{\text{max}} = \frac{F_M^2}{8C} \end{cases} \quad (4.59)$$

### Calcul du rendement

Suivant la même procédure que dans le cas continu, la puissance fournie est donnée par (4.60) et le rendement par (4.61). Ce rendement admet un maximum  $\eta_{\text{max}}$  pour une résistance optimale  $R_{\text{opt}}=R_2$  unique. Les expressions de  $R_{\text{opt}}$  et  $\eta_{\text{max}}$  sont donnés dans (4.62), où le rendement maximum est exprimé uniquement en fonction du produit  $k^2Q_m$ .

$$P_F = \frac{F_M^2}{2 \left( C + \frac{2R\alpha^2}{(RC_0\omega_r + \frac{\pi}{2})^2} \right)} \quad (4.60)$$

$$\eta = \frac{2R\alpha^2}{(RC_0\omega_r + \frac{\pi}{2})^2} \frac{1}{\left( C + \frac{2R\alpha^2}{(RC_0\omega_r + \frac{\pi}{2})^2} \right)} \quad (4.61)$$

$$R_{\text{opt}} = \frac{\pi}{2C_0\omega_r} \text{ et } \eta_{\text{max}} = \frac{\alpha^2}{\pi C_0 C \omega_r + \alpha^2} = \frac{k^2Q_m}{\pi + k^2Q_m} \quad (4.62)$$

### Représentation graphique

La puissance normalisée, le rendement et l'amortissement engendré par la technique classique continue sont représentés sur la Figure 4-9. L'évolution de  $k^2Q_m$  est effectuée de la même façon que précédemment, c'est-à-dire en considérant une variation de la surface d'éléments piézoélectriques connectés au dispositif de récupération d'énergie. Ces graphes sont très similaires à ceux obtenus avec la technique classique continue. Elles sont normalisées de la même façon et sont donc indépendantes des paramètres du modèle

Comme dans le cas continu, il existe deux zones correspondant à des comportements différents du micro-générateur piézoélectrique : Pour  $k^2Q_m \leq \pi$ , le rendement, la puissance et l'amortissement sont maximaux pour la même résistance optimale  $R_2$ , et ces trois grandeurs sont des fonctions croissantes du produit  $k^2Q_m$ . Pour  $k^2Q_m \geq \pi$ , les deux résistances  $R_3$  et  $R_4$  maximise la puissance qui atteint le palier  $P_{\text{limite}}$ . Le rendement et l'amortissement atteignent alors également un palier, respectivement à 50% et à -6dB. Ce comportement est visualisé par les courbes en rouge qui correspondent à la maximisation de la puissance. Pour  $k^2Q_m \geq \pi$ , le rendement et l'amortissement continuent d'être maximum pour la résistance  $R_2$ , mais dans ce cas la puissance récupérée diminue. Ce comportement est visualisé par les courbes bleues.

Globalement, on peut constater que la technique classique continue est moins efficace que la technique classique alternative. En effet, l'augmentation en fonction de  $k^2 Q_m$  de la puissance, du rendement et de l'amortissement maximal est plus lente dans le cas continu que dans le cas alternatif.

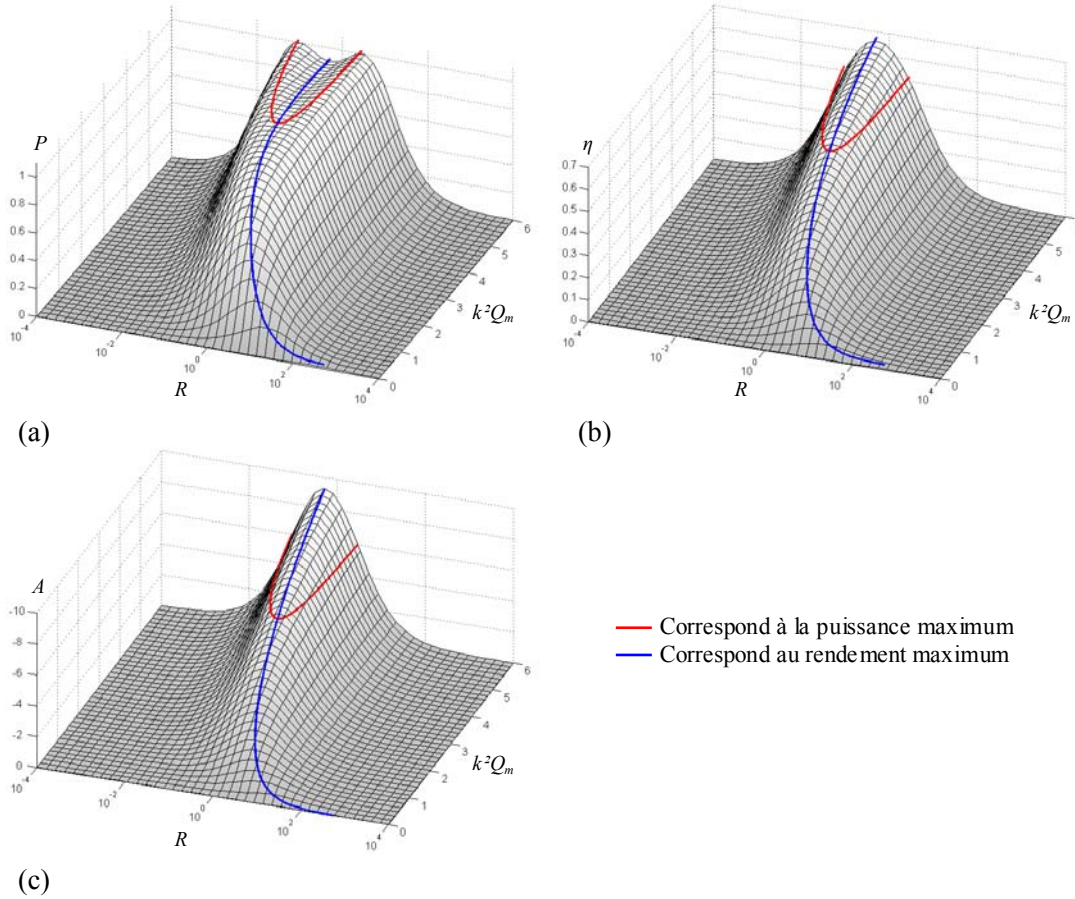


Figure 4-9 Technique classique continue : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement, en fonction de la résistance normalisée et du produit  $k^2 Q_m$

### 4.3.3. Technique SSHI alternative

#### Calcul de l'amortissement induit à la résonance

On considère le bilan énergétique de la structure sur la demi période correspondant aux instants  $t_1$  et  $t_2$  définis sur la Figure 4-3 (b). L'énergie apportée à la structure pendant cette demi période est égale à la somme de l'énergie dissipée sous forme mécanique dans la structure, de l'énergie récupérée sur la charge et de l'énergie perdue lors de l'inversion. L'énergie perdue à l'inversion étant égale à la différence entre les énergies électrostatiques sur les éléments piézoélectriques avant et après inversion. Ce bilan énergétique est exprimé par (4.63).

$$\int_{t_1}^{t_2} F u dt = C \int_{t_1}^{t_2} \dot{u}^2 dt + \frac{1}{2} C_0 V(t_2)^2 (1 - \gamma^2) + \frac{1}{R} \int_{t_1}^{t_2} V(t)^2 dt \quad (4.63)$$

A la résonance, en supposant que le déplacement est sinusoïdal, on peut simplifier le bilan énergétique (4.63), ce qui permet d'exprimer l'amplitude du déplacement en fonction de l'amplitude de la force appliquée, comme le montre (4.64). L'expression de l'amortissement est alors donnée par (4.65). Ces expressions sont plus complexes que celles obtenues avec les techniques classiques, à cause de l'utilisation de la fonction  $\sigma$ . Cette complexité n'est cependant qu'apparente car  $\sigma_{eff}$  et  $\sigma(t_2)$  sont uniquement fonction de  $R$ ,  $\alpha$ ,  $C_0$  et  $\omega_r$ .

$$u_M = \frac{F_M \pi}{\pi C \omega_r + \sigma_{eff}^2 \frac{2\pi}{R} \omega_r + C_0 \omega_r^2 \sigma(t_2)^2 (1 - \gamma^2)} \quad (4.64)$$

$$A = 20 \log \left( \frac{C}{C + \frac{2\sigma_{eff}^2}{R} + \frac{C_0 \omega_r}{\pi} \sigma(t_2)^2 (1 - \gamma^2)} \right) \quad (4.65)$$

### Calcul de la puissance

La puissance fournie par le micro-générateur piézoélectrique est exprimée par (4.66), en fonction de la charge  $R$ , de l'amplitude de la force excitatrice, du coefficient d'inversion électrique  $\gamma$  et des paramètres  $\alpha$ ,  $C$  et  $C_0$  du modèle. Elle est obtenue à partir de (4.26) et de (4.64). Une étude numérique de cette fonction pour des valeurs réalistes des paramètres montre qu'elle admet toujours une seule résistance optimale pour laquelle la puissance atteint un maximum.

$$P = \frac{\sigma_{eff}^2}{2R} \frac{F_M^2 \pi^2}{\left( \pi C + \sigma_{eff}^2 \frac{2\pi}{R} + C_0 \omega_r \sigma(t_2)^2 (1 - \gamma^2) \right)^2} \quad (4.66)$$

### Calcul du rendement

La puissance fournie au micro-générateur est donnée par (4.67) et le rendement de la conversion électromécanique par (4.68). Comme pour la puissance, une étude numérique montre que le rendement atteint un maximum pour une résistance optimale unique. Cependant, cette résistance n'est pas identique à celle donnant le maximum de puissance, excepté bien sûr lorsque  $k^2 Q_m$  tend vers zéro, ce qui correspond au cas des structures très faiblement couplées.

$$P_F = \frac{F_M^2 \pi^2}{2 \left( C \pi + \sigma_{eff}^2 \frac{2\pi}{R} + C_0 \omega_r \sigma(t_2)^2 (1 - \gamma^2) \right)} \quad (4.67)$$

$$\eta = \frac{\sigma_{eff}^2}{R} \frac{1}{\left( C + \frac{2\sigma_{eff}^2}{R} + \frac{C_0 \omega_r}{\pi} \sigma(t_2)^2 (1 - \gamma^2) \right)} \quad (4.68)$$

### Représentation graphique

La puissance normalisée, le rendement et l'amortissement engendré par la technique SSHI alternative sont représentés sur la Figure 4-10. L'évolution du produit  $k^2 Q_m$  est réalisée comme précédemment, et les résistances de charge sont une fois de plus normées par rapport à la



résistance optimale critique avec la technique classique continue. Les graphes représentés ne sont pas fonctions des paramètres du modèle, mais uniquement de la façon dont on fait évoluer  $k^2 Q_m$  et du coefficient d'inversion électrique  $\gamma$ . Pour ces graphes, on a pris  $\gamma=0.76$ , ce qui correspond au dispositif expérimental présenté dans le paragraphe 4.5.1.

Les courbes en rouge correspondent au maximum de puissance récupérée, qui tend vers la puissance  $P_{\text{limite}}$  lorsque le produit  $k^2 Q_m$  augmente. Dans ce cas, le rendement tend vers 50% et l'amortissement vers -6dB.

Les courbes en bleu correspondent au maximum de rendement, qui est une fonction croissante du produit  $k^2 Q_m$ . Lorsqu'on se place au rendement maximum du micro-générateur, la puissance récupérée est d'abord une fonction croissante de  $k^2 Q_m$ , avant de passer par un maximum et de décroître. L'amortissement engendré est lui toujours croissant et supérieur à l'amortissement correspondant à la puissance débitée maximale.

Notons que contrairement aux techniques classiques, l'amortissement maximum ne correspond ni au rendement maximum, ni à la puissance récupérée maximum. L'amortissement est maximum quand la résistance de charge tend vers l'infini, ce qui correspond logiquement à la technique semi passive d'amortissement vibratoire SSDI.

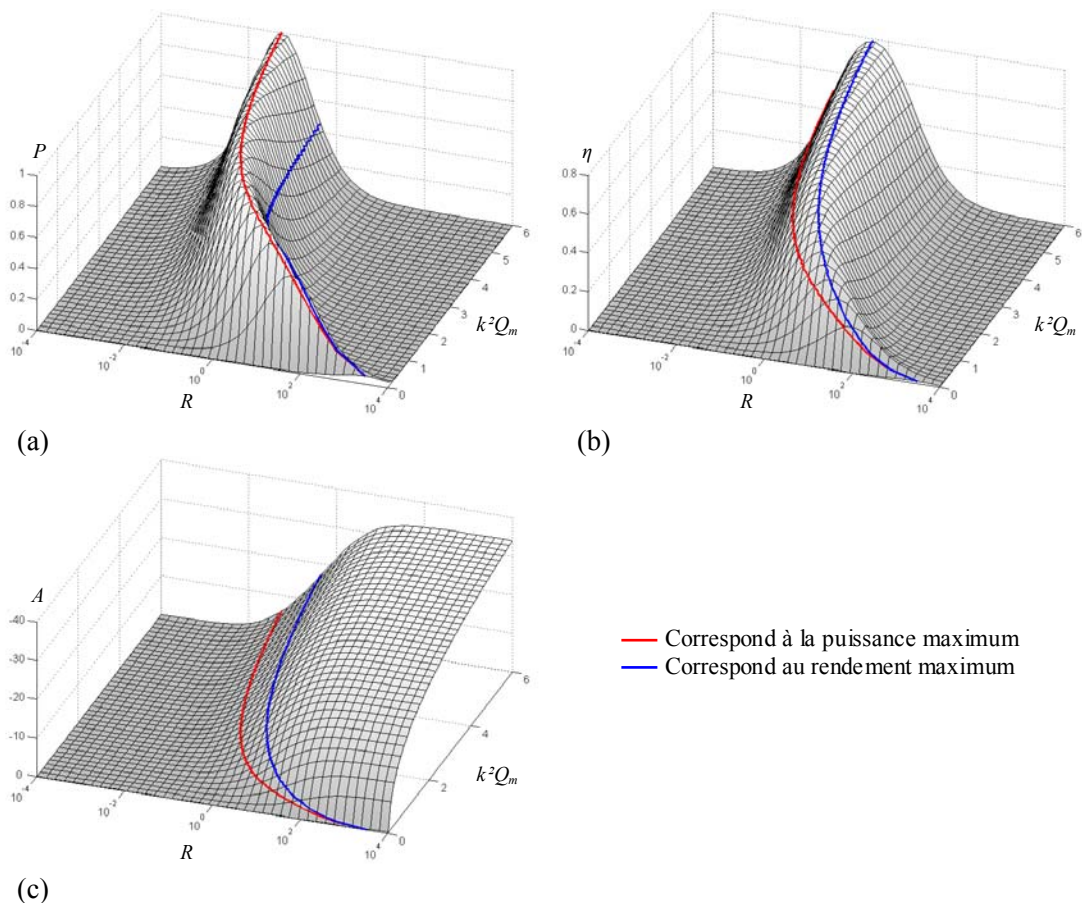


Figure 4-10 Technique SSHI alternative : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement, en fonction de la résistance normalisée et du produit  $k^2 Q_m$

#### 4.3.4. Technique SSHI continue

##### Calcul de l'amortissement induit à la résonance

On considère le bilan énergétique de la structure sur la demi période correspondant aux instants  $t_1$  et  $t_2$  définis sur la [Figure 4-4 \(b\)](#). L'énergie apportée est égale à la somme de l'énergie dissipée sous forme mécanique dans la structure, de l'énergie récupérée sur la charge et de l'énergie perdue lors de l'inversion, ce qui est traduit dans [\(4.69\)](#). A la résonance, et en supposant que le déplacement est sinusoïdal, on peut simplifier le bilan énergétique [\(4.69\)](#), ce qui permet d'exprimer l'amplitude du déplacement en fonction de l'amplitude de la force appliquée, comme le montre [\(4.70\)](#). L'expression de l'amortissement induit est alors donnée par [\(4.71\)](#)

$$\int_{t_1}^{t_2} F u dt = C \int_{t_1}^{t_2} \dot{u}^2 dt + \frac{1}{2} C_0 V_{DC}^2 (1 - \gamma^2) + \frac{V_{DC}^2}{R} \frac{T}{2} \quad (4.69)$$

$$u_M = \frac{F_M}{C \omega_r + \frac{4R\omega_r\alpha^2}{\pi} \frac{RC_0(1-\gamma^2)\omega_r + 2\pi}{(RC_0(1-\gamma)\omega_r + \pi)^2}} \quad (4.70)$$

$$A = 20 \log \left( \frac{C}{C + \frac{4R\alpha^2}{\pi} \frac{RC_0(1-\gamma^2)\omega_r + 2\pi}{(RC_0(1-\gamma)\omega_r + \pi)^2}} \right) \quad (4.71)$$

##### Calcul de la puissance

La puissance fournie par le micro-générateur piézoélectrique est exprimée par [\(4.72\)](#), en fonction de la charge  $R$ , de l'amplitude de la force excitatrice, du coefficient d'inversion électrique  $\gamma$  et des paramètres  $\alpha$ ,  $C$  et  $C_0$  du modèle. Elle est obtenue à partir de [\(4.32\)](#) et de [\(4.70\)](#). Comme dans le cas de la technique SSHI alternative, on montre que cette puissance un maximum pour une résistance optimale unique.

$$P = \frac{4R\alpha^2}{(RC_0(1-\gamma)\omega_r + \pi)^2} \frac{F_M^2}{\left( C + \frac{4R\alpha^2}{(RC_0(1-\gamma)\omega_r + \pi)^2} \frac{RC_0(1-\gamma^2)\omega_r + 2\pi}{\pi} \right)^2} \quad (4.72)$$

##### Calcul du rendement

La puissance fournie au micro-générateur est donnée par [\(4.73\)](#) et le rendement de la conversion électromécanique par [\(4.74\)](#). Comme dans le cas précédent, on montre que ce rendement admet un maximum pour une résistance optimale unique. Cette résistance est différente de la résistance qui maximise la puissance délivrée par le micro-générateur piézoélectrique.

$$P_F = \frac{F_M^2}{2 \left( C + \frac{4R\alpha^2}{(RC_0(1-\gamma)\omega_r + \pi)^2} \frac{RC_0(1-\gamma^2)\omega_r + 2\pi}{\pi} \right)} \quad (4.73)$$

$$\eta = \frac{8R\alpha^2}{(RC_0(1-\gamma)\omega_r + \pi)^2} \frac{1}{C + \frac{4R\alpha^2}{(RC_0(1-\gamma)\omega_r + \pi)^2} \frac{RC_0(1-\gamma^2)\omega_r + 2\pi}{\pi}} \quad (4.74)$$

### Représentation graphique

La puissance normalisée, le rendement et l'amortissement engendré par la technique SSHI continue sont représentés sur la **Figure 4-11**. Les commentaires associés à ces graphes sont strictement les mêmes que pour la technique SSHI alternative. On peut seulement constater que contrairement à la technique classique, la technique SSHI est plus efficace dans le cas continu que dans le cas alternatif. En effet, la puissance, le rendement et l'amortissement maximal engendré par la technique SSHI augmentent plus vite avec  $k^2Q_m$  dans le cas continu que dans le cas alternatif.

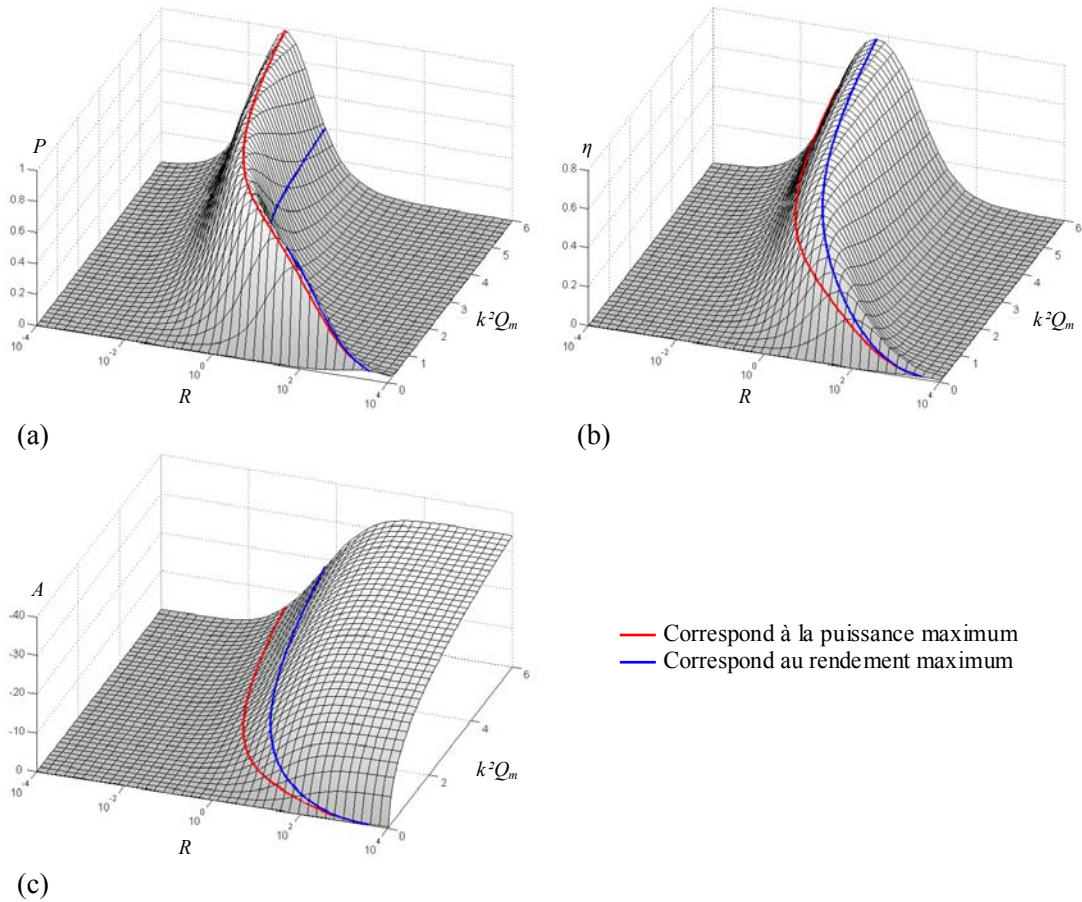


Figure 4-11 Technique SSHI continue : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement, en fonction de la résistance normalisée et du produit  $k^2Q_m$

### 4.3.5. Comparaison théorique

La **Figure 4-12 (a)** représente l'évolution de la puissance récupérée normalisée par rapport à  $P_{\text{limite}}$ , du rendement et de l'amortissement dans le cas où la résistance de charge est choisie pour maximiser la puissance débitée par le micro-générateur. Ces grandeurs sont tracées en fonction



de  $k^2 Q_m$  pour les techniques classique, SSHS et SSHI, dans le cas continu. Pour la technique SSHI,  $\gamma$  a été fixé à 0.76. Les résultats seraient très similaires dans le cas alternatif. Ces graphiques confirment que la puissance récupérée est limitée par  $P_{\text{limite}}$ . Cette valeur est atteinte pour  $k^2 Q_m \geq \pi$  dans le cas de la technique classique, alors que pour les techniques SSH, la puissance tend asymptotiquement vers cette valeur. De la même façon, le rendement atteint ou tend vers 50% et l'amortissement atteint ou tend vers -6dB.

Les mêmes grandeurs sont représentées sur la Figure 4-12 (b) lorsque la résistance de charge est choisie de façon à maximiser le rendement. Dans ce cas, la puissance récupérée est d'abord croissante, puis elle passe par un maximum avant de décroître. Dans le cas de la technique classique, la puissance récupérée passe par un maximum lorsque  $k^2 Q_m = \pi$  et atteint alors  $P_{\text{limite}}$ . Les techniques SSH atteignent un maximum de puissance pour  $k^2 Q_m < \pi$ , mais ce maximum est inférieur à  $P_{\text{limite}}$ . L'amortissement est logiquement plus grand lorsque l'on maximise le rendement que lorsqu'on maximise la puissance du micro-générateur, mais il reste toutefois très inférieur à l'amortissement engendré par la technique SSDI.

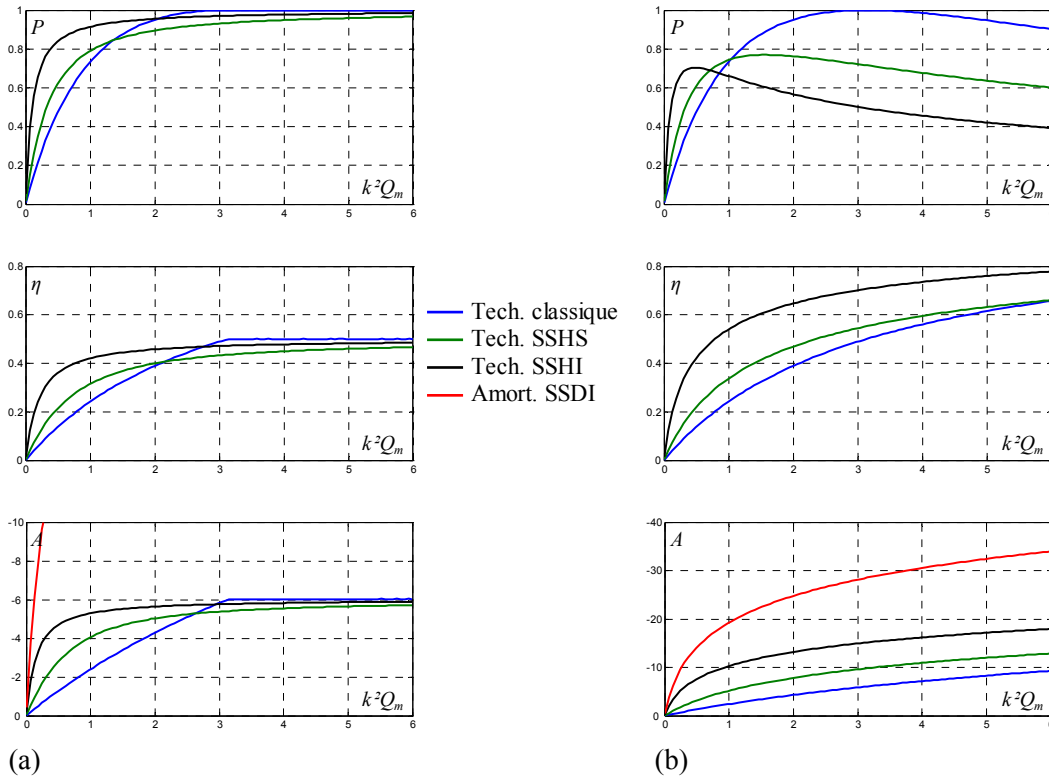


Figure 4-12 Evolution de la puissance normalisée, du rendement et de l'amortissement en fonction de  $k^2 Q_m$  pour les techniques continues : (a) lorsqu'on maximise la puissance, (b) lorsqu'on maximise le rendement

La Figure 4-13 permet de comparer la puissance maximale et le rendement maximal des techniques SSH par rapport à la technique classique en fonction de  $k^2 Q_m$ . On voit très nettement l'intérêt des techniques SSH dans le cas de structures pour lesquelles  $k^2 Q_m$  est faible. Lorsque  $k^2 Q_m$  tend vers zéro, la puissance et le rendement sont multipliés par deux dans le cas de la technique SSHS et par plus de huit dans le cas de la technique SSHI. Ce gain correspond au

gain de puissance à vibration d'amplitude constante, puisque quand  $k^2 Q_m$  tend vers zéro l'amortissement induit par la récupération d'énergie tend également vers zéro. Il faut noter que le gain obtenu avec la technique SSHI est grandement fonction du coefficient d'inversion électrique  $\gamma$ , qui a été fixé ici à 0.76. L'évolution de la puissance et du rendement maximum est représentée sur la **Figure 4-14** pour d'autres valeurs de  $\gamma$ .

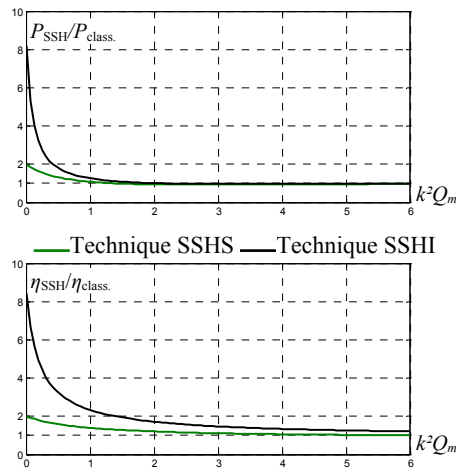


Figure 4-13 Rapport de la puissance et du rendement maximal des techniques SSH sur la puissance et le rendement maximal de la technique classique

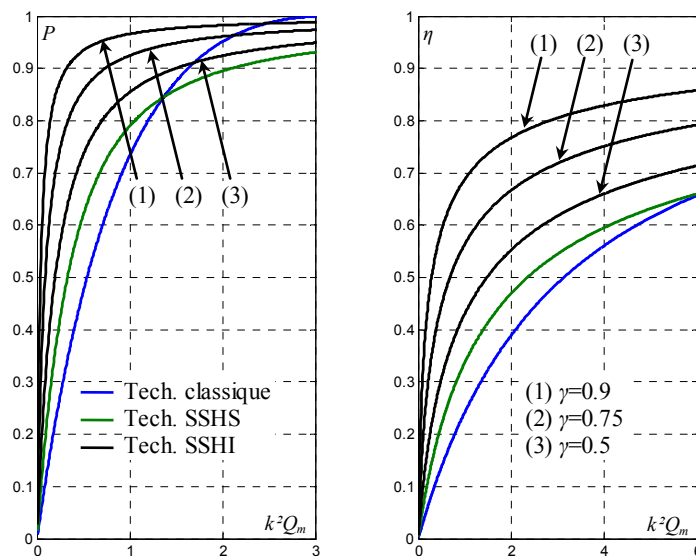


Figure 4-14 Evolution de la puissance et du rendement en fonction du coefficient d'inversion électrique  $\gamma$

Si l'on considère que la quantité de matériau piézoélectrique utilisée est proportionnelle à  $k^2 Q_m$ , alors les résultats obtenus signifient que pour récupérer un certain pourcentage de la puissance maximale récupérable  $P_{limite}$ , les techniques SSH permettent de réduire la quantité de matériau piézoélectrique par rapport à la technique classique continue. Pour  $\gamma=0.75$  par exemple la

quantité de matériau piézoélectrique nécessaire pour récupérer 75% de  $P_{\text{limite}}$  est quatre fois plus faible avec la technique SSHI qu'avec la technique classique.

De la même façon, les techniques SSH permettent de réduire significativement la quantité de matériau nécessaire pour atteindre un certain rendement. Ainsi, toujours pour  $\gamma=0.75$ , on obtient un rendement de 60% avec la technique SSHI pour environ quatre fois moins de matériau piézoélectrique qu'avec la technique classique.

## 4.4 Effet d'un déphasage de l'instant de commutation

Ce paragraphe s'intéresse à l'effet d'un déphasage entre l'apparition d'un extremum et l'instant de commutation. Pour des raisons de concision, les résultats analytiques seront donnés sans démonstration. Ces résultats ont été obtenus en utilisant le même type de raisonnement que pour les résultats présentés précédemment.

### 4.4.1. Cas de l'amortissement vibratoire SSD

Pour cette étude, on suppose que le temps d'inversion est très court devant la période de la vibration. On considère un déphasage  $\varphi$  entre l'apparition d'un extremum et l'inversion électrique consécutive.  $\varphi$  sera compté positivement pour un retard à la commutation et négativement pour une avance, comme le montre la Figure 4-15.  $\varphi$  est ainsi susceptible de varier entre  $-\pi/2$  et  $\pi/2$ .

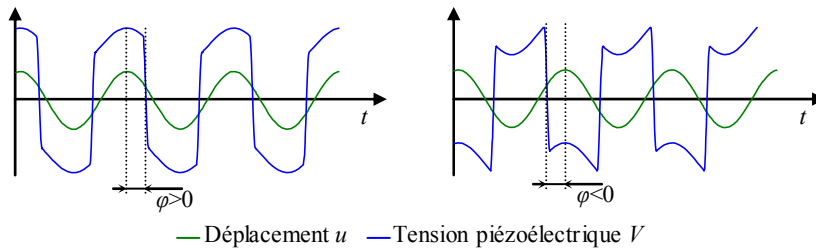


Figure 4-15 Allure de la tension en SSDI pour un déphasage positif et négatif de l'instant de commutation

A la résonance, l'amortissement engendrée par la technique SSDI est donné par (4.75), en fonction du coefficient de couplage, du facteur de qualité mécanique, de l'inversion électrique et du déphasage  $\varphi$ . L'amortissement est très logiquement maximum lorsque  $\varphi$  est nul, ce qui correspond à une inversion électrique coïncidant exactement aux extremum de déplacement.

$$A = 20 \log \left( \frac{1}{1 + (k \cos \varphi)^2 Q_m \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma}} \right) \quad (4.75)$$

### 4.4.2. Avec la technique SSH alternative

On considère ici l'influence d'un déphasage sur l'instant de commutation dans le cas de la technique SSHI alternative. Dans le cas de l'amortissement vibratoire, le déphasage entre l'apparition des extrema et les instants de commutation doit être nul pour obtenir des

performances optimales. Ce résultat n'est pas évident dans le cas de la récupération d'énergie. En effet, la diminution de l'amortissement engendrée par le déphasage  $\varphi$  peut être bénéfique en terme de récupération d'énergie. Pour un certain déphasage  $\varphi_{\text{class.}}$ , fonction de la résistance de charge et de  $C_0$ , la tension  $V$  au moment de l'inversion est nulle, on retrouve alors le comportement de la technique classique alternative. L'expression de  $\varphi_{\text{class}}$  est donnée par (4.76).

$$\varphi_{\text{class.}} = \arctan(RC_0\omega_r) \quad (4.76)$$

La Figure 4-16 représente la puissance récupérée normalisée par rapport à  $P_{\text{limite}}$ , en fonction de la résistance de charge et de  $\varphi$  pour  $k^2Q_m=0.5$  et  $k^2Q_m=5$ . Pour ces deux graphes, la courbe rouge correspond à  $\varphi=0$  et la courbe bleue à  $\varphi=\varphi_{\text{class.}}$ , c'est-à-dire à la technique classique. Pour  $k^2Q_m=0.5$ , la puissance récupérée est plus importante lorsque  $\varphi=0$  que lorsque  $\varphi$  correspond à la technique classique, ce qui correspond bien aux résultats présentés précédemment. On montre cependant qu'il existe un certain couple  $(R, \varphi)$  qui donne une puissance très légèrement supérieure à la puissance maximale obtenue lorsque  $\varphi=0$  (environ 2% de plus). Ce point est indiqué par une flèche sur la Figure 4-16 (a). Pour  $k^2Q_m=5$ , on retrouve bien le comportement décrit précédemment. La technique classique admet deux résistances optimales pour lesquelles la puissance atteint la valeur  $P_{\text{limite}}$ , et la puissance maximale obtenue lorsque  $\varphi=0$  est très proche de  $P_{\text{limite}}$ .

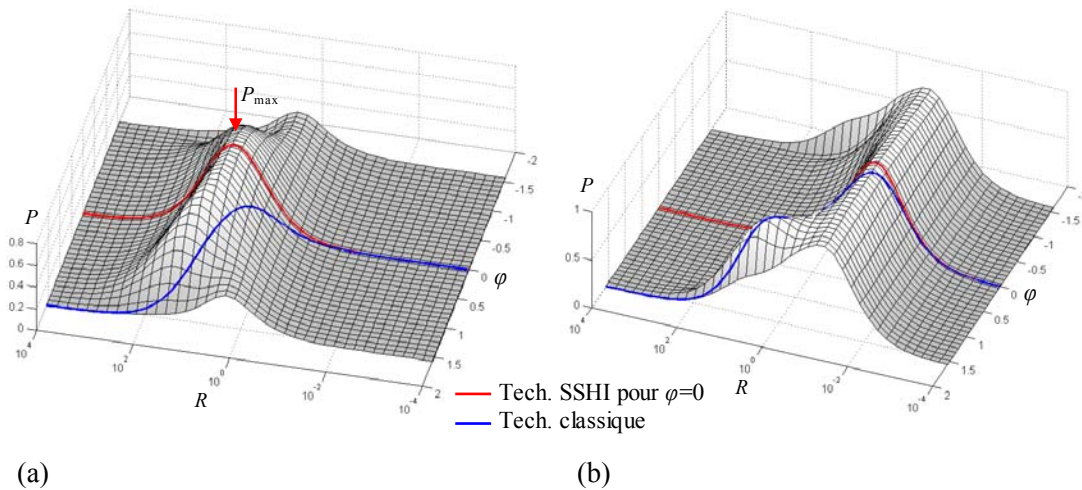


Figure 4-16 Puissance normalisée dans le cas de la technique SSHI alternative en fonction de la résistance de charge et du déphasage  $\varphi$  : (a)  $k^2Q_m=0.5$ , (b)  $k^2Q_m=5$

Dans le cas de structures pour lesquelles  $k^2Q_m < 2$ , la puissance récupérée peut être optimisée en introduisant un léger retard entre la détection des extrema et les instants de commutation. L'amélioration engendrée ne dépasse cependant jamais quelques pourcents. En fait, ce résultat indique surtout que dans le cas de la récupération d'énergie, l'instant de commutation n'est pas aussi critique que dans le cas de l'amortissement vibratoire. Un petit retard entre la détection des extrema et l'instant de commutation n'est pas préjudiciable et peut même très légèrement améliorer la récupération d'énergie.

Pour ce qui est du rendement, celui-ci est toujours optimisé lorsque  $\varphi=0$ , car l'augmentation du déplacement engendrée par le déphasage ne va pas dans le sens de l'amélioration du rendement.

#### 4.4.3. Avec la technique SSH continue

Le cas de la technique SSHI continue est très similaire à celui de la technique SSHI alternative. Pour un certain déphasage  $\varphi_{\text{class}}$ , la tension  $V$  sur les éléments piézoélectriques est nulle lors de l'instant de commutation et on retombe sur la technique classique continue. L'expression de  $\varphi_{\text{class}}$  n'est pas la même que dans le cas alternatif. Elle est donnée par (4.77) en fonction de  $R$  et  $C_0$ . Il existe également deux autres déphasages particuliers  $\varphi_{P1}$  et  $\varphi_{P2}$  dont les expressions sont données dans (4.78). Pour  $\varphi < \varphi_{P1}$  ou  $\varphi > \varphi_{P2}$ , le pont redresseur conduit deux fois au lieu d'une par demi période et la puissance récupérée n'est alors plus fonction de  $\varphi$ .

$$\varphi_{\text{class.}} = \arccos\left(\frac{\pi}{2RC_0\omega_r + \pi}\right) \quad (4.77)$$

$$\begin{cases} \varphi_{P1} = -\arccos\left(\frac{\frac{\pi}{RC_0\omega_r} + 1 - \gamma}{\frac{\pi}{RC_0\omega_r} + 3 + \gamma}\right) \\ \varphi_{P2} = \arccos\left(\frac{\frac{\pi}{RC_0\omega_r} - (1 - \gamma)}{\frac{\pi}{RC_0\omega_r} + 3 + \gamma}\right) \end{cases} \quad (4.78)$$

La Figure 4-17 représente la puissance récupérée normalisée par rapport à  $P_{\text{limite}}$ , en fonction de la résistance de charge et de  $\varphi$  pour  $k^2Q_m=0.5$  et  $k^2Q_m=5$ . Pour ces deux graphes, la courbe rouge correspond à  $\varphi=0$ , la courbe bleue à  $\varphi=\varphi_{\text{class}}$  et les courbes magentas à  $\varphi=\varphi_{P1}$  et  $\varphi=\varphi_{P2}$ . On retrouve exactement le même type de résultats que dans le cas alternatif. On peut simplement une fois de plus constater en comparant la Figure 4-16 (a) et la Figure 4-17 (a) que le gain apporté par les techniques SSH est plus important dans le cas continu que dans le cas alternatif.

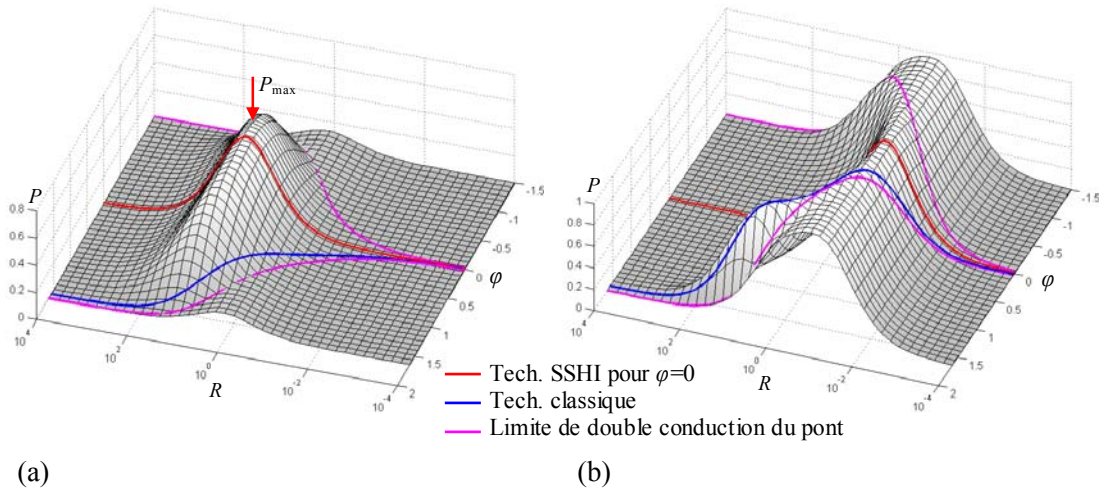


Figure 4-17 Puissance normalisée dans le cas de la technique SSHI continue en fonction de la résistance de charge et du déphasage  $\varphi$  : (a)  $k^2Q_m=0.5$ , (b)  $k^2Q_m=5$

## 4.5 Résultats expérimentaux

### 4.5.1. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est quasiment identique à celui décrit dans le paragraphe 3.3.1, comme le montre la [Figure 4-18](#). La plaque vibrante en acier a les mêmes dimensions et caractéristiques que précédemment, mais la configuration des patches piézoélectriques est différente.

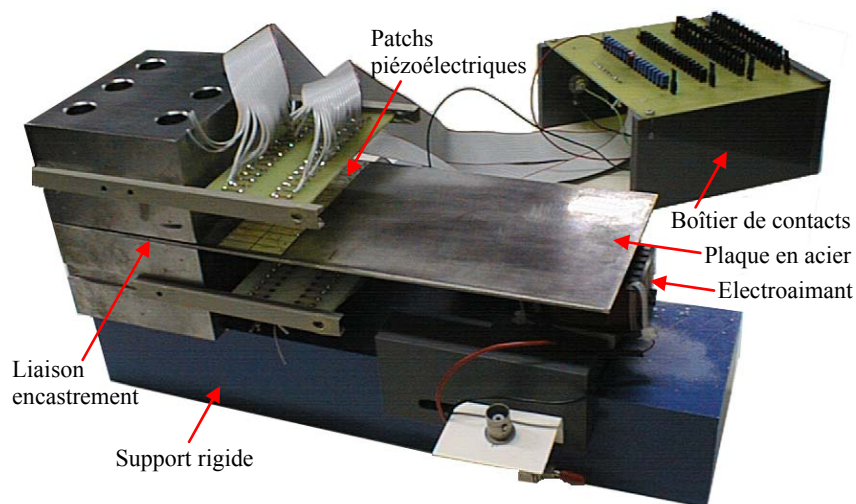


Figure 4-18 Dispositif expérimental

68 patches de céramiques P189 de petites dimensions ont été placés de part et d'autre de la plaque, répartis en quatre rangées de 17 (2 rangées dessus et deux dessous). Les caractéristiques géométriques de ces patches sont précisées dans le [Tableau 4-1](#). Comme précédemment, les patches sont collés près de l'encastrement, et leur direction de polarisation est perpendiculaire à la poutre. On peut faire varier le coefficient de couplage de la poutre en reliant plus ou moins d'inserts en parallèle avec le circuit de récupération d'énergie. La connexion des patches au dispositif de récupération d'énergie est effectuée par l'intermédiaire d'un boîtier permettant de sélectionner les patches utilisés à l'aide de cavaliers.

Nombre	68
Longueur	15mm
Largeur	5mm
Epaisseur	500μm
Eloignement de l'encastrement	14mm

Tableau 4-1 Géométrie des patches piézoélectriques

### 4.5.2. Modélisation et identification des paramètres du modèle

La structure est modélisée à l'aide du modèle à constantes localisées simplifié. Les paramètres du modèle sont obtenus en suivant la procédure décrite au Chapitre 2, paragraphe 2.8. Les mesures réalisées pour l'identification et les valeurs des paramètres obtenus lorsque tous les



patches sont utilisés sont détaillées dans le **Tableau 4-2**. Le facteur de qualité mécanique de la structure est beaucoup plus élevé que celui correspondant à la structure décrite dans le paragraphe 3.3.1 et utilisée pour les mesures concernant l'amortissement vibratoire. Pourtant ces deux structures sont très similaires. En fait, pour de forts niveaux de sollicitation, le facteur de qualité mécanique devient fonction de l'amplitude du déplacement, à cause de l'augmentation des pertes aérodynamiques pour de grands débattements de la structure. Pour de faibles niveaux de sollicitation,  $Q_m$  reste relativement constant. Les mesures d'amortissement vibratoire ont été réalisées pour de grands déplacements de la structure en circuit ouvert, ce qui explique la valeur plus basse du facteur de qualité mécanique. On peut remarquer que lorsque les techniques d'amortissement sont activées, le déplacement diminue, et donc l'amortisseur  $C$  est surévalué, mais comme son effet est de toute façon négligeable devant l'effet d'amortissement induit par les techniques non linéaires, cette surévaluation n'est pas gênante. Dans le cas des mesures présentées ici, la sollicitation mécanique appliquée à la structure a volontairement été limitée en amplitude de façon à ce que le facteur de qualité mécanique reste constant et élevé.

$f_E$	60.18Hz
$f_D$	60.46Hz
$Q_m$	520
$\lambda$	31000V/m
$C_0$	74.9nF
$\alpha$	0.0023N/V
$k^2$	0.92%
$K_E$	7730Nm <sup>-1</sup>
$M$	54g
$C$	0.039Nm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>

Tableau 4-2 Mesures et paramètres du modèle

#### 4.5.3. Mesures à amplitude de vibration constante

On excite la poutre à 65 Hz environ. Dans ces conditions (hors résonance), l'amplitude du déplacement est quasiment constante quelque soit la charge et quelque soit le traitement appliqué à la tension délivrée par les inserts. Une seule rangée de patches est utilisée. Dans ces conditions, le coefficient d'inversion  $\gamma$  déterminé expérimentalement, est égal à 0.76. La **Figure 4-19** représente la puissance récupérée en fonction de la résistance de charge  $R$  pour les différentes techniques. Ce graphique est normalisé de la même façon que pour l'étude théorique présentée au paragraphe 4.2.5 et montre que les résultats expérimentaux sont en bon accord avec les prévisions données par le modèle. D'après le modèle, le rapport entre les puissances maximales pour les techniques classiques et non linéaires ne dépend que du coefficient  $\gamma$ . Ainsi, on devrait avoir le même rapport entre les puissances maximales quelque soit le nombre de patches utilisés. En pratique, on constate une détérioration de  $\gamma$  avec la diminution de la surface d'éléments piézoélectriques utilisée. La capacité  $C_0$  est proportionnelle au nombre de patches connectés. Lorsque le nombre d'éléments piézoélectriques utilisés diminue, le rapport entre  $C_0$  et les capacités parasites du circuit électronique assurant la commutation diminue, ce qui affecte la qualité de l'inversion électrique. Il faut cependant souligner que le développement d'une électronique plus adaptée permettrait vraisemblablement de limiter ce phénomène.

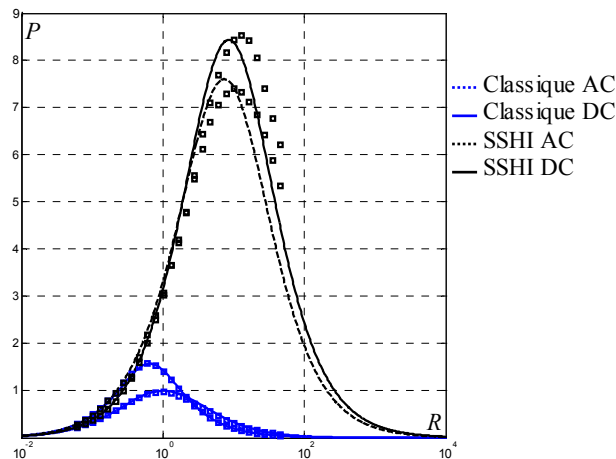


Figure 4-19 Puissances récupérées normalisées en fonction de la résistance de charge normalisée – Comparaison entre les mesures expérimentales et les résultats théoriques

#### 4.5.4. Vérification des prédictions à la résonance, en fonction du coefficient de couplage

La poutre est excitée à sa fréquence de résonance. Dans ces conditions l'amplitude du déplacement dépend de la charge électrique connectée aux inserts et du traitement appliqué à la tension qu'ils délivrent. Pour chaque technique, on mesure la puissance récupérée en fonction de la charge appliquée, respectivement lorsque tous les inserts sont connectés ( $k^2=0.92\%$ ), lorsqu'une rangée d'inserts est connectée ( $k^2=0.24\%$ ), lorsque 5 inserts sont connectés ( $k^2=0.072\%$ ) et lorsque seulement 2 inserts sont connectés ( $k^2=0.027\%$ ). La fréquence de résonance de la structure étant influencée par la charge résistive connectée, la fréquence d'excitation doit être ajustée pour chaque mesure.

Le coefficient de couplage est sensé varier proportionnellement à la surface d'éléments piézoélectriques utilisée. Dans ces conditions, les paramètres  $\alpha$  et  $C_0$  sont proportionnels à la quantité de patchs connectés, tandis que la masse dynamique  $M$  et la raideur en circuit ouvert  $K_D$  reste inchangées. La raideur en circuit ouvert  $K_E$  varie légèrement et peut être déterminée à partir de  $K_D$ ,  $\alpha$  et  $C_0$ .

En réalité, le coefficient de couplage n'est pas parfaitement proportionnel au nombre de patchs connectés, parce que les éléments piézoélectriques constituant les deux rangées les plus proches de l'encastrement sont mieux couplées. Les variations des paramètres du modèle  $\alpha$  et  $C_0$  sont donc effectuée proportionnellement au coefficient de couplage mesuré expérimentalement pour chaque configuration et non pas proportionnellement au nombre de patchs connectés. La raideur  $K_D$  et la masse  $M$  restent inchangées.

Le coefficient d'inversion  $\gamma$ , qui diminue avec le nombre de patchs connectés, est déterminé expérimentalement pour chaque configuration. La comparaison des résultats théoriques et expérimentaux est présentée pour la technique classique continue sur la Figure 4-20 (a) et pour la technique non linéaire continue sur la Figure 4-20 (b). Sur ces figures, les puissances sont



normalisées par rapport à la puissance maximale  $P_{\text{limite}}$  et les résistances par rapport à la résistance optimale pour laquelle la puissance atteint  $P_{\text{limite}}$  pour  $k^2 Q_m = \pi$ , ce qui correspond à la normalisation effectuée dans l'étude théorique précédente. Les résultats correspondant aux techniques alternatives ne sont pas présentés ici. Ils sont très similaire aux résultats en continu et correspondent également très bien aux prédictions théoriques.

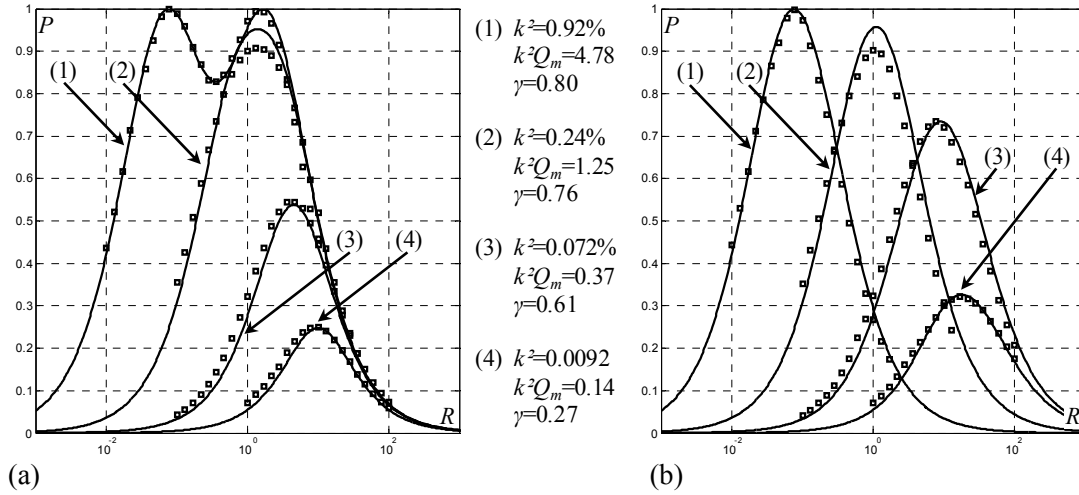


Figure 4-20 Puissances récupérées normalisées en fonction de la résistance de charge normalisée – Comparaison entre les mesures expérimentales (points) et les résultats théoriques (lignes) pour différents couplages : (a) technique classique continue, (b) technique SSHI continue

Pour ces mesures, la puissance maximale récupérée est de l'ordre de 10mW et correspond à de faibles déplacements de la structure. En réalité, la puissance maximale que peut fournir le dispositif expérimental est très supérieure. Pour une amplitude de déplacement de 1.5mm par exemple, la puissance récupérée en SSDI est de 80mW lorsque  $\gamma=0.76$ .

## 4.6 Conclusion

La puissance récupérée dans les micro-générateurs piézoélectriques dépend étroitement du couplage électromécanique et du facteur de qualité mécanique de la structure utilisée. Les techniques SSH sont particulièrement adaptées aux structures pour lesquelles l'amplitude de vibration dépend peu de la charge électrique alimentée et du traitement de la tension délivrée par les inserts piézoélectriques. Il s'agit des structures excitées hors résonance, des structures résonantes pour lesquelles le produit  $k^2 Q_m$  est faible et des structures dont on impose le déplacement. Dans les cas énumérés ci-dessus, la puissance récupérée peut être augmentée au-delà de 900% par rapport aux techniques classiques.

Pour des structures excitées à la résonance, lorsque le produit  $k^2 Q_m$  augmente, la puissance récupérée tend vers le même maximum, quelque soit la technique utilisée. Cependant, pour une puissance récupérée inférieure à cette puissance limite, les techniques non linéaires permettent de réduire considérablement la quantité de matériau piézoélectrique requise. Les techniques SSH présentent ainsi un très bon compromis entre puissance récupérée et quantité de matériau.

## Chapitre 5

# Récupération d'énergie en régime pulsé

Dans le chapitre précédent, nous avons considéré une structure électromécanique excitée en régime permanent par une force sinusoïdale. Dans ces conditions, de l'énergie est apportée en permanence à la structure et le dispositif de récupération d'énergie débite continûment de la puissance électrique. Dans ce chapitre, nous considérons le cas où de l'énergie est apportée ponctuellement à la structure électromécanique. Ce type de comportement correspond par exemple à une structure excitée par un pulse de force, ou par une sollicitation statique suivie d'un lâcher. La fonction du dispositif de récupération d'énergie est alors de convertir l'énergie présente dans la structure après chaque sollicitation mécanique et de la stocker sur un condensateur. Les résultats présentés dans ce chapitre sont publiés dans [\[66\]](#).

Nous nous intéresserons ainsi à une structure ayant une certaine énergie interne initiale que l'on cherche à transférer en énergie électrostatique sur un condensateur de stockage. Pendant le processus de récupération d'énergie, l'excitation mécanique externe est supposée nulle et la structure est supposée vibrer en régime pseudo périodique autour d'une de ses fréquences de résonance.

Nous considérons que le modèle à constantes localisées est suffisant pour décrire le comportement de la structure électromécanique. Ceci sous-entend que le mouvement engendré par la sollicitation mécanique est pseudo sinusoïdale et donc que la réponse de la structure électromécanique peut être assimilée à celle d'un second ordre.

## 5.1 Etude théorique de la technique classique

Les résultats théoriques présentés dans ce paragraphe et dans le paragraphe suivant sont déterminés à partir du modèle à constantes localisées. Les valeurs des paramètres utilisés sont données dans le **Tableau 5-1**. Ces grandeurs correspondent à l'identification du modèle dans le cadre des mesures expérimentales présentée dans le paragraphe 5.4.

$\alpha$	0.0026N/V
$C_0$	74.3nF
$K_E$	9600Nm <sup>-1</sup>
$M$	67g
$C$	0.12Nm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>

Tableau 5-1 Valeur des paramètres du modèle

On considère qu'à l'instant  $t_0$ , un pulse de force est appliquée à la structure. L'énergie fournie est donc une fonction échelon, c'est-à-dire que pour  $t > t_0$ ,  $E_F(t) = E_F(t_0)$ . La fonction du dispositif de récupération d'énergie est de transférer cette énergie sur un condensateur  $C_R$ . La technique classique consiste à connecter un pont redresseur suivi du condensateur  $C_R$  aux bornes des éléments piézoélectriques, comme le montre la Figure 5-1.

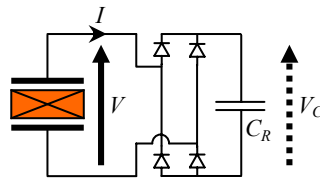


Figure 5-1 Dispositif classique de récupération d'énergie

Les équations constitutives du modèle sont rappelées par (5.1) et (5.2). A chaque instant  $t > t_0$ , l'énergie fournie  $E_F$  peut être considérée comme la somme de l'énergie  $E_R$  restant dans la structure électromécanique, de l'énergie  $E_D$  dissipée sous forme de pertes visqueuses et de l'énergie  $E_U$  récupérée sur le condensateur  $C_R$ . Les expressions de ces énergies sont données dans le **Tableau 5-2**.

$$I = \alpha \dot{u} - C_0 \dot{V} \quad (5.1)$$

$$F = M \ddot{u} + K_E u + C \dot{u} + \alpha V \quad (5.2)$$

Energie restant dans le système	$E_R = \frac{1}{2} K_E u^2 + \frac{1}{2} M \dot{u}^2 + \frac{1}{2} C_0 V^2$
Energie dissipée par pertes visqueuses	$E_D = \int_{t_0}^t C \dot{u}^2 dt$
Energie récupérée	$E_U = \frac{1}{2} C_R V_C^2$

Tableau 5-2 Définition des énergies

A  $t=t_0$ , c'est-à-dire au début du processus de récupération d'énergie, la tension sur la capacité  $C_R$  est nulle. Quand la valeur absolue de la tension  $V$  sur les éléments piézoélectriques est inférieure à la tension redressée  $V_C$ , le pont redresseur est bloqué et le courant  $I$  sortant des éléments piézoélectriques est nul. La tension  $V$  est alors liée au déplacement par (5.3) et la tension  $V_C$  reste constante. Quand la valeur absolue de la tension  $V$  atteint  $V_C$ , alors le pont redresseur est passant. La tension  $V$  est alors liée au déplacement par (5.4) et la tension  $V_C$  est égale à la valeur absolue de  $V$ . Le pont redresseur cesse d'être passant lorsque le déplacement passe par un extremum.

$$I = 0 \Rightarrow \alpha \dot{u} = C_0 \dot{V} \quad (5.3)$$

$$I = C_R \dot{V} \Rightarrow \alpha \dot{u} = (C_0 + C_R) \dot{V} \quad (5.4)$$

Le processus de récupération d'énergie est terminé lorsque la tension  $V_C$  n'augmente plus, c'est-à-dire quand la valeur absolue de  $V$  devient toujours inférieure à  $V_C$ . A cet instant, l'énergie  $E_R$  restant dans le système n'est pas nulle, mais ne peut pas être récupérée.

La Figure 5-2 correspond à la réponse obtenue par intégration numérique<sup>11</sup> des équations (5.2), (5.3) et (5.4) quand un pulse de force est appliqué sur la structure à l'instant  $t_0$ . La valeur de la capacité  $C_R$  est fixée à 15 $\mu$ F, ce qui est proche d'un optimum, comme nous le verrons plus loin.

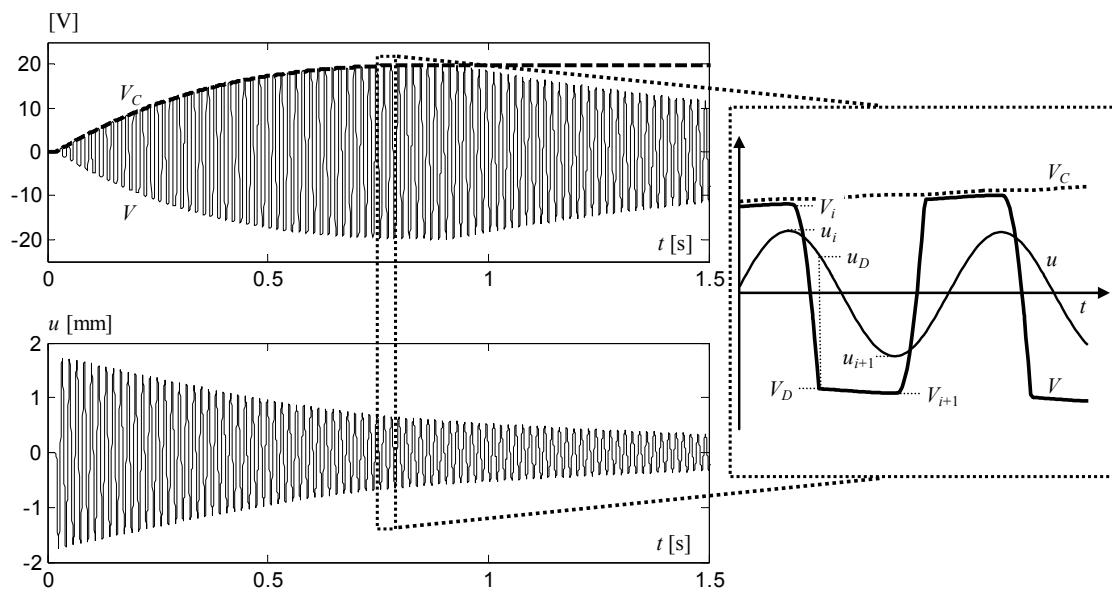


Figure 5-2 Forme d'onde de la tension piézoélectrique  $V$ , de la tension  $V_C$  sur le condensateur et du déplacement  $u$  dans le cas de la technique classique – Simulation par intégration numérique –  $C_R=15\mu$ F,  $E_F=14$ mJ

La Figure 5-3 est issue de la même simulation. Elle montre l'évolution temporelle des énergies définies dans le Tableau 5-2. Ces énergies sont normalisées par rapport à l'énergie fournie  $E_F$ . La valeur de l'énergie récupérée  $E_U$  à la fin du processus de récupération d'énergie correspond donc au rendement de la conversion, ici 22% environ.

<sup>11</sup> Intégration numérique Runge Kutta à l'ordre 4

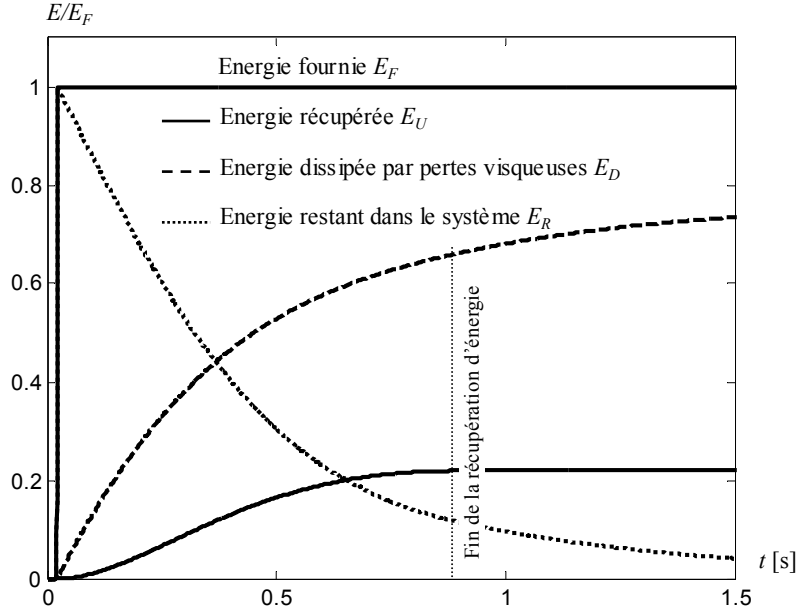


Figure 5-3 Evolution temporelle des énergies normalisées par rapport à l'énergie fournie  $E_F$  – Simulation par intégration numérique –  $C_R=15\mu\text{F}$

Pour une structure électromécanique donnée, il est intéressant de connaître l'énergie récupérée en fonction de la capacité  $C_R$ . Dans le Chapitre 4, nous disposons de formules analytiques permettant de déterminer directement la puissance récupérée en fonction de la résistance de charge. Ici, nous ne disposons pas de ce type de formules analytiques, et plusieurs simulations doivent ainsi être menées à bien. Afin de gagner du temps par rapport aux simulations par intégration numérique, un autre outil de simulation bien plus rapide a été développé, basé sur une analyse énergétique récurrente.

On considère deux extrema de déplacement consécutifs  $u_i$  et  $u_{i+1}$ , leurs instants d'occurrence  $t_i$  et  $t_{i+1}$  ainsi que les deux tensions piézoélectriques correspondantes  $V_i$  et  $V_{i+1}$ . On considère également le déplacement  $u_D$  et la tension  $V_D$  correspondante quand le pont redresseur entre en conduction. Toutes ces grandeurs sont représentées sur la Figure 5-2. Les équations (5.5) et (5.6) sont respectivement déduites de (5.3) et (5.4), et l'équation (5.7) correspond à la condition de conduction du pont redresseur.

$$V_D - V_i = \frac{\alpha}{C_0}(u_D - u_i) \quad (5.5)$$

$$V_{i+1} - V_D = \frac{\alpha}{C_R + C_0}(u_{i+1} - u_D) \quad (5.6)$$

$$V_D = -V_i \quad (5.7)$$

A partir de (5.5), (5.6) et (5.7), on peut exprimer  $u_{i+1}$  et  $V_{i+1}$  en fonction de  $u_i$  et  $V_i$ , comme le montre (5.8).

$$V_{i+1} - \frac{\alpha}{C_R + C_0}u_{i+1} = -V_i \frac{C_R - C_0}{C_R + C_0} - \frac{\alpha}{C_R + C_0}u_i \quad (5.8)$$

L'énergie  $E_d$  dissipée par pertes visqueuses entre les instants  $t_i$  et  $t_{i+1}$  peut être approximée en considérant que le déplacement durant cette demie pseudo période est sinusoïdal et que son amplitude est égale à la moyenne des valeurs absolues de  $u_i$  et  $u_{i+1}$ . Ces considérations se traduisent par (5.9).

$$E_d = \int_{t_i}^{t_{i+1}} C\dot{u}^2 dt \approx \frac{1}{2}\pi C\omega \left( \frac{u_{i+1} - u_i}{2} \right)^2 \quad (5.9)$$

On considère maintenant le bilan énergétique du système constitué par la structure électromécanique plus le dispositif de récupération d'énergie. L'énergie élastique plus l'énergie électrostatique dans le système à l'instant  $t_i$  est égale à l'énergie élastique plus l'énergie électrostatique à l'instant  $t_{i+1}$  plus l'énergie dissipée  $E_d$ . Ceci conduit à une autre équation liant  $u_{i+1}$  et  $V_{i+1}$  à  $u_i$  et  $V_i$ . Cette équation est donnée par (5.10).

$$\frac{1}{2}K_E u_i^2 + \frac{1}{2}(C_0 + C_R)V_i^2 = \frac{1}{2}K_E u_{i+1}^2 + \frac{1}{2}(C_0 + C_R)V_{i+1}^2 + \frac{1}{2}\pi C\omega \left( \frac{u_{i+1} + u_i}{2} \right)^2 \quad (5.10)$$

A partir de (5.8) et (5.10), il est donc possible de calculer  $u_{i+1}$  et  $V_{i+1}$  à partir de  $u_i$  et  $V_i$ . Le système est initialisé en forçant le premier extremum  $u_1$  de façon à fixer l'énergie fournie à la structure électromécanique, comme le montre (5.11). La simulation est terminée lorsque  $|V_{i+1}| < |V_i|$ , on a alors  $V_C = |V_i|$ .

$$\frac{1}{2}K_E u_1^2 = E_F \quad (5.11)$$

La Figure 5-4 (a) montre les différentes énergies à la fin du processus de récupération d'énergie en fonction de la capacité  $C_R$ . Les énergies sont normalisées par rapport à  $E_F$  et les capacités  $C_R$  par rapport à  $C_0$ . Les calculs ont été effectués avec la méthode récurrente définie précédemment. Les valeurs des paramètres du modèle sont celles données dans le Tableau 5-1, mais la normalisation de cette figure la rend uniquement fonction du produit  $k^2Q_m$  qui dans ce cas est égal à 2.3. Cette figure montre que pour une structure électromécanique donnée, caractérisée par le produit  $k^2Q_m$ , il existe une capacité  $C_R$  optimale pour laquelle l'énergie récupérée est maximale. Ce maximum d'énergie apparaît comme un optimum entre l'énergie dissipée  $E_D$  qui est une fonction croissante de  $C_R$  et l'énergie restante  $E_R$  qui en est une fonction décroissante. Dans notre cas, la valeur optimale de  $C_R$  est  $240C_0 = 18\mu F$  et le rendement de la conversion atteint alors 27%.

La Figure 5-4 (b) montre l'évolution de la puissance récupérée en fonction de la capacité  $C_R$  et du produit  $k^2Q_m$ . La puissance et la capacité  $C_R$  sont normalisés comme précédemment. L'évolution de  $k^2Q_m$  est effectuée comme dans le Chapitre 4, c'est-à-dire en considérant une variation de la surface d'éléments piézoélectriques connectés au dispositif de récupération d'énergie. L'énergie récupérée normalisée par rapport à l'énergie fournie correspond également au rendement de la conversion électromécanique. Elle est logiquement une fonction croissante de  $k^2Q_m$  et pour un produit  $k^2Q_m$  fixé, il existe une capacité optimale unique qui maximise l'énergie récupérée. Normalisée de cette façon, la Figure 5-4 (b) est uniquement fonction de la façon dont on fait varier  $k^2Q_m$ .

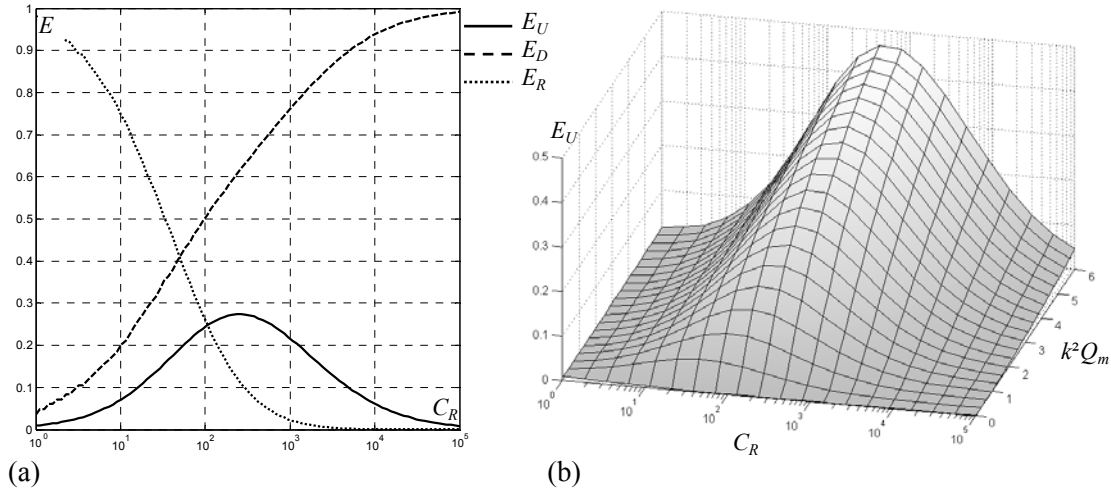


Figure 5-4 Technique classique – Energies normalisées par rapport à  $E_F$  en fonction de la capacité  $C_R$  normalisée par rapport à  $C_0$  : (a) différentes énergies pour  $k^2 Q_m = 2.3$ , (b) énergie récupérée en fonction de  $k^2 Q_m$

## 5.2 Etude théorique de la technique SSHI

On considère la même structure électromécanique que dans le paragraphe précédent, mais cette fois-ci le dispositif de commutation SSHI est rajouté en parallèle avec les éléments piézoélectriques, comme le montre la Figure 5-5.

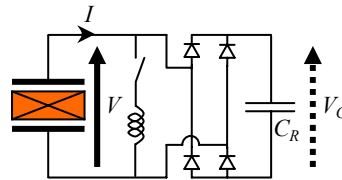


Figure 5-5 Dispositif non linéaire de récupération d'énergie

A l'instant  $t_0$ , un pulse de force est appliqué à la structure. A chaque instant  $t > t_0$ , l'énergie fournie  $E_F$  est égale à la somme de l'énergie  $E_R$  restant dans la structure électromécanique, de l'énergie  $E_D$  dissipée sous forme de pertes visqueuses, de l'énergie  $E_U$  récupérée sur le condensateur  $C_R$  et de l'énergie  $E_I$  dissipée dans le dispositif de commutation. L'énergie dissipée dans le dispositif de commutation correspond aux pertes pendant l'inversion de la tension. Ces pertes peuvent être modélisées par une résistance  $r_I$  en série avec l'inductance d'inversion  $L_I$ . La valeur de  $r_I$  peut être déterminée à partir du facteur de qualité  $Q_I$  de l'inversion électrique qui est déterminé expérimentalement. L'expression de  $r_I$  en fonction de  $Q_I$  est donnée par (5.12), et (5.13) rappelle la relation entre  $Q_I$  et le coefficient d'inversion  $\gamma$ .

$$r_I = \frac{1}{Q_I} \sqrt{\frac{L_I}{C_0}} \quad (5.12)$$

$$\gamma = e^{\frac{-\pi}{2Q_I}} \quad (5.13)$$

Comme pour la technique classique, le pont redresseur est bloqué lorsque la valeur absolue de la tension  $V$  est inférieure à  $V_C$ . Dans ce cas, le courant sortant des éléments piézoélectriques est nul et la tension est reliée au déplacement par (5.3). Le pont redresseur devient passant lorsque la valeur absolue de  $V$  atteint  $V_C$ , et dans ce cas, comme pour la technique classique,  $V_C = |V|$  et la tension  $V$  et le déplacement sont liés par (5.4). Le pont redresseur cesse d'être passant lorsqu'on atteint un extremum de déplacement. Cet instant correspond également à l'instant de fermeture de l'interrupteur électronique. Pendant l'inversion électrique, la tension est liée au déplacement par (5.14).

$$V = L_I \dot{I} + r_I I \Rightarrow \alpha L_I \ddot{u} + \alpha r_I \dot{u} = V + L_I C_0 \ddot{V} + r_I C_0 \dot{V} \quad (5.14)$$

La Figure 5-6 correspond à la réponse électromécanique de la structure pour la même sollicitation que dans le cas de la technique classique. Cette réponse est obtenue par intégration numérique des équations (5.2), (5.3), (5.4) et (5.14). Pour cette simulation, la valeur de la capacité  $C_R$  est fixée à  $3.2\mu\text{F}$  et le coefficient d'inversion électrique  $\gamma$  à 0.9. Comme on le verra plus loin, la valeur de  $C_R$  est proche d'un optimum et  $\gamma$  correspond au dispositif expérimental décrit dans le paragraphe 5.4.

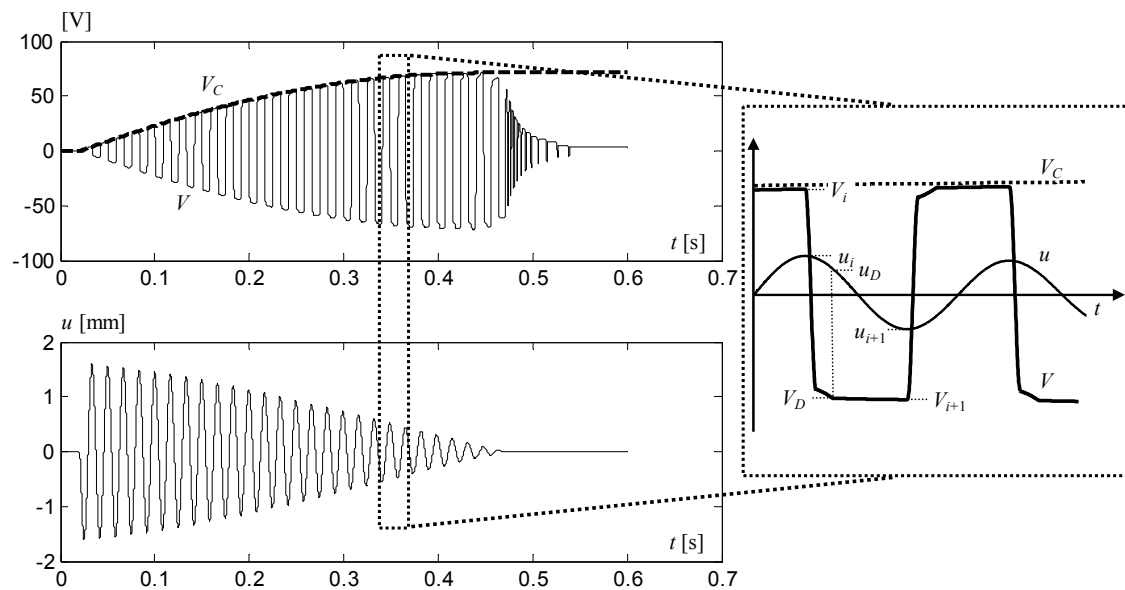


Figure 5-6 Forme d'onde de la tension piézoélectrique  $V$ , de la tension  $V_C$  sur le condensateur et du déplacement  $u$  dans le cas de la technique SSHI – Simulation par intégration numérique –  $\gamma=0.9$ ,  $C_R=3.2\mu\text{F}$ ,  $E_F=14\text{mJ}$

La Figure 5-7 est issue de la même simulation. Elle représente l'évolution temporelle des énergies définies dans le Tableau 5-2 ainsi que de l'énergie  $E_I$  perdue dans le circuit d'inversion. Ces énergies sont une fois de plus normalisées par rapport à l'énergie fournie  $E_F$ . Pour cette simulation, le rendement de la conversion atteint 58% environ, ce qui montre bien l'intérêt du traitement non linéaire de la tension. La technique SSHI permet d'extraire mieux et plus vite l'énergie mécanique, ce qui limite les pertes visqueuses dans la structure et diminue l'énergie restante dans le système à la fin du processus de récupération d'énergie.



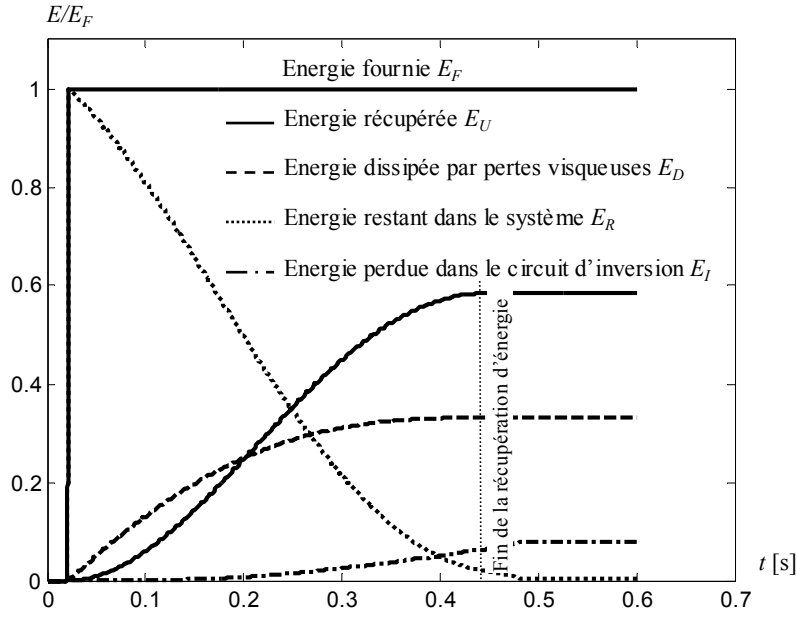


Figure 5-7 Evolution temporelle des énergies normalisées par rapport à l'énergie fournie  $E_F$  – Simulation par intégration numérique –  $\gamma=0.9$ ,  $C_R=3.2\mu\text{F}$

La méthode de calcul par récurrence peut également être appliquée dans le cas de la technique SSHI. De la même façon que pour la technique classique, on considère deux extrema de déplacements consécutifs  $u_i$  et  $u_{i+1}$ , leurs instants d'occurrence  $t_i$  et  $t_{i+1}$ , les deux tensions piézoélectriques correspondantes  $V_i$  et  $V_{i+1}$  ainsi que la tension  $V_D$  et le déplacement  $u_D$  au moment où le pont redresseur entre en conduction. Les équations (5.6) et (5.7) sont toujours valables, mais l'équation (5.5) doit être remplacée par (5.15), ce qui amène l'équation (5.16) qui donne  $u_{i+1}$  et  $V_{i+1}$  en fonction de  $u_i$  et  $V_i$ .

$$V_D + \gamma V_i = \frac{\alpha}{C_0} (u_D - u_i) \quad (5.15)$$

$$V_{i+1} - \frac{\alpha}{C_r + C_0} u_{i+1} = -V_i \frac{C_r + \gamma C_0}{C_r + C_0} - \frac{\alpha}{C_r + C_0} u_i \quad (5.16)$$

L'énergie  $E_i$  dissipée dans le dispositif de commutation entre les instants  $t_i$  et  $t_{i+1}$  correspond à l'énergie perdue pendant la phase d'inversion de la tension. Elle est égale à la différence d'énergie électrostatique sur les éléments piézoélectriques avant et après l'inversion de la tension, comme le montre (5.17).

$$E_i = \frac{1}{2} C_0 V_i^2 (1 - \gamma^2) \quad (5.17)$$

On considère maintenant le bilan énergétique du système constitué par la structure électromécanique plus le dispositif de récupération d'énergie. L'énergie élastique plus l'énergie électrostatique dans le système à l'instant  $t_i$  est égale à l'énergie élastique plus l'énergie électrostatique à l'instant  $t_{i+1}$  plus l'énergie dissipée  $E_d$  plus l'énergie  $E_i$  perdue dans le circuit d'inversion. Ce bilan amène (5.18), qui lie  $u_{i+1}$  et  $V_{i+1}$  à  $u_i$  et  $V_i$ .

$$\left| \begin{aligned} \frac{1}{2} K_E u_i^2 + \frac{1}{2} (C_0 + C_r) V_i^2 = \\ \frac{1}{2} K_E u_{i+1}^2 + \frac{1}{2} (C_0 + C_r) V_{i+1}^2 + \frac{1}{2} \pi C \omega \left( \frac{u_{i+1} + u_i}{2} \right)^2 + \frac{1}{2} C_0 V_i^2 (1 - \gamma^2) \end{aligned} \right. \quad (5.18)$$

$u_{i+1}$  et  $V_{i+1}$  peuvent alors être obtenue à partir de  $u_i$  et  $V_i$  en utilisant (5.16) et (5.18). Comme pour la technique classique, le système est initialisé en forçant le premier extremum  $u_1$ , et la simulation est terminée lorsque  $|V_{i+1}| < |V_i|$ , et on a alors  $V_C = |V_i|$ .

La Figure 5-8 (a) montre les différentes énergies à la fin du processus de récupération d'énergie en fonction de la capacité  $C_R$ . Cette figure est normalisée de la même façon que pour la technique classique, ce qui la rend uniquement fonction de  $k^2 Q_m$ . On voit très clairement que la technique SSHI permet de réduire très significativement l'énergie  $E_R$  restant dans le système à la fin du processus de récupération d'énergie. Ceci induit une forte augmentation de l'énergie maximale récupérée et une diminution de la capacité optimale, qui vaut dans ce cas  $20C_0 = 1.5 \mu\text{F}$ . Notons que cette diminution de la capacité optimale permet de diminuer fortement les pertes visqueuses par rapport à la technique classique. La technique SSHI permet ainsi un transfert d'énergie plus efficace et plus rapide.

Comme pour la technique classique, l'énergie récupérée peut être tracée en fonction de la capacité  $C_R$  et du produit  $k^2 Q_m$ . Ceci est représenté sur la Figure 5-8 (b) qui est normée de la même façon que pour la technique classique et où l'évolution de  $k^2 Q_m$  a également été effectuée en considérant une variation de la surface d'éléments piézoélectriques utilisés. Cette figure montre que l'énergie récupérée avec la technique SSHI est très supérieure à celle récupérée avec la technique classique, en particulier pour les faibles valeurs de  $k^2 Q_m$ .

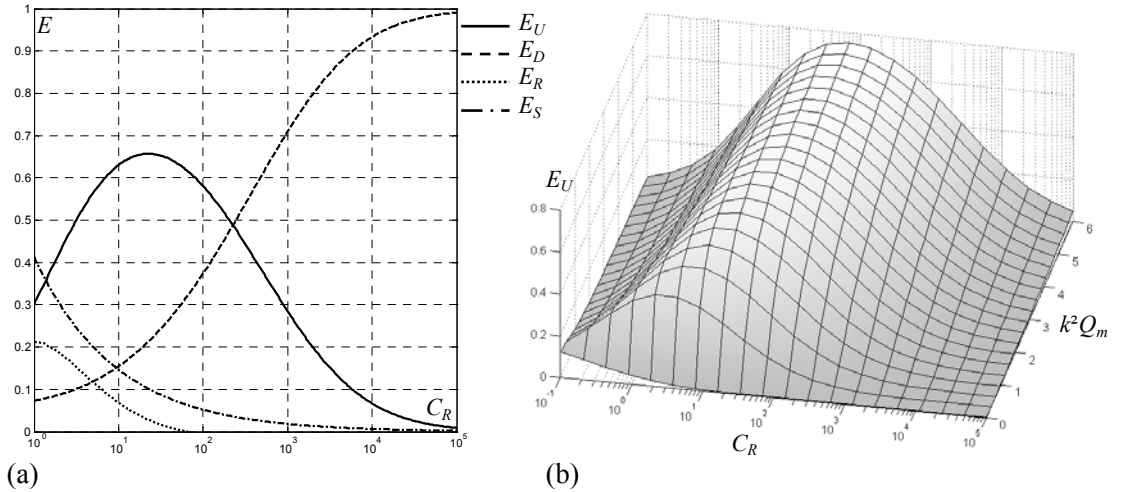


Figure 5-8 Technique SSHI avec  $\gamma=0.9$  – Energies normalisées par rapport à  $E_F$  en fonction de la capacité  $C_R$  normalisée par rapport à  $C_0$  : (a) différentes énergies pour  $k^2 Q_m=2.3$ , (b) énergie récupérée en fonction de  $k^2 Q_m$

Normalisée de cette façon, la Figure 5-8 (b) représente également le rendement du processus de récupération d'énergie. Ce rendement ne se rapporte qu'à la conversion électromécanique elle-même et ne prend pas en compte l'énergie nécessaire à la détection des extrema de

déplacements et à la commande du dispositif de commutation. Notons qu'en pratique, ces tâches sont soit effectuées en utilisant un générateur externe, soit autoalimentées. L'utilisation d'un générateur externe est très pratique pour les expérimentations, mais ne correspond évidemment pas à des applications réelles. La description technologique du dispositif autoalimenté est effectuée dans le Chapitre 7. L'énergie nécessaire pour autoalimenter la technique SSHI ne nécessite généralement pas plus de 3 à 5% de l'énergie récupérée.

### 5.3 Comparaison théorique entre les deux techniques

Les deux techniques peuvent être comparées en observant dans chaque cas l'évolution de l'énergie maximale récupérée en fonction du produit  $k^2 Q_m$ . La Figure 5-9 représente l'évolution de l'énergie maximale récupérée pour les techniques classiques, SSHS et SSHI ainsi que le gain apporté par les techniques SSH par rapport à la technique classique. Dans le cas de la technique SSHI, plusieurs courbes sont tracées correspondant à plusieurs valeurs du coefficient d'inversion électrique  $\gamma$ . On rappelle que la technique SSHS correspond au cas où  $\gamma=0$ .

La Figure 5-9 n'est pas fonction des valeurs des coefficients du modèle et est valable pour n'importe quelle structure électromécanique pouvant être modélisée par un second ordre. Elle montre que les performances des techniques SSH sont toujours supérieures à celles de la technique classique et que le gain apporté par les techniques SSH est d'autant plus important que le produit  $k^2 Q_m$  est faible. Ces résultats sont similaires à ceux obtenus au Chapitre 4 dans le cas d'une sollicitation sinusoïdale entretenue. On voit aussi clairement l'importance capitale du coefficient d'inversion  $\gamma$  sur les performances de la technique SSHI.

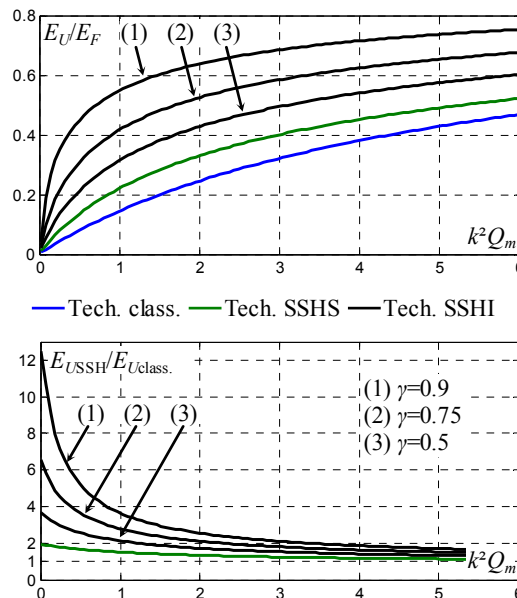


Figure 5-9 Energie maximum récupérée pour les différentes techniques et rapport de l'énergie récupérée avec les techniques SSH sur l'énergie récupérée avec la technique classique

## 5.4 Validation expérimentale

### 5.4.1. Dispositif expérimental et identification des paramètres du modèle

Le dispositif expérimental est le même que celui utilisé dans le Chapitre 4. Il est détaillé dans le paragraphe 4.5.1 et représenté sur la [Figure 4-18](#). Les mesures effectuées pour l'identification du modèle, ainsi que les valeurs des paramètres obtenus sont résumées dans le [Tableau 5-3](#). Ces valeurs sont légèrement différentes de celles obtenues au Chapitre 4. Ceci est dû aux variations des conditions extérieures, en particulier des conditions aux limites, entre les deux séries de mesures. Le paramètre le plus sensible est le facteur de qualité mécanique  $Q_m$ . Celui-ci est fonction de l'amplitude de la vibration à cause notamment de l'augmentation des pertes aérodynamiques avec le niveau de vibration. Pour les mesures présentées dans ce chapitre, le niveau de vibration de la structure est plus élevé que pour les mesures présentées dans le chapitre précédent, ce qui explique en partie la variation importante de  $Q_m$  entre ces deux séries de mesures.

$f_E$	60.15Hz
$f_D$	60.43Hz
$Q_m$	250
$\lambda$	35000V/m
$C_0$	74.3nF
$a$	0.0026N/V
$k^2$	0.94%
$K_E$	9600Nm <sup>-1</sup>
$M$	67g
$C$	0.12Nm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>

Tableau 5-3 Mesures et paramètres du modèle

### 5.4.2. Résultats expérimentaux

#### Formes d'ondes de la tension et du déplacement

La poutre est excitée sur sa première fréquence de résonance, de façon à ce que son énergie interne atteigne 14mJ, ce qui correspond à une amplitude de déplacement de l'extrémité libre de la poutre de 1.7mm. La source d'excitation est alors coupée, et le dispositif de récupération d'énergie est connecté aux 68 éléments piézoélectriques ( $t=0$ ). Des acquisitions de la tension piézoélectrique  $V$ , de la tension  $V_C$  sur le condensateur et du déplacement  $u$  de l'extrémité libre de la poutre ont été effectuées pour la technique classique et pour la technique SSHI, respectivement pour  $C_R=18\mu\text{F}$  et  $C_R=3.2\mu\text{F}$ . Ces résultats sont représentés sur la [Figure 5-10](#) et sur la [Figure 5-11](#). Ces deux figures peuvent être comparées à la [Figure 5-2](#) et à la [Figure 5-6](#) qui correspondent à des simulations numériques pour les mêmes conditions. Les résultats théoriques et expérimentaux sont en très bon accord. La seule différence notable concerne l'évolution de la tension piézoélectrique après la fin du processus de récupération d'énergie, dans le cas de la technique SSHI. Expérimentalement, lorsque le déplacement devient très faible, la détection des extrema n'est plus opérationnelle et la tension n'est plus inversée. C'est ce que l'on observe sur la [Figure 5-11](#), mais ceci n'affecte pas la quantité d'énergie récupérée.

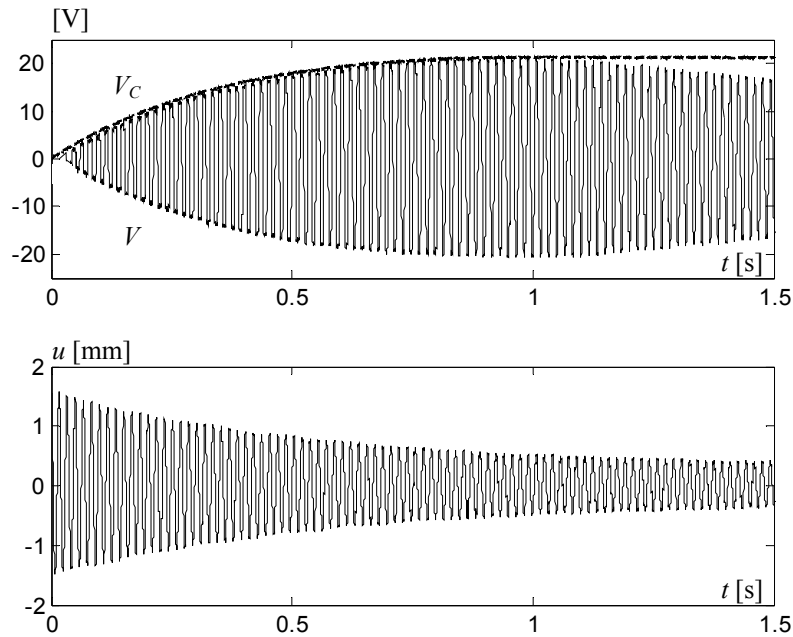


Figure 5-10 Forme d'onde expérimentale de la tension piézoélectrique  $V$ , de la tension  $V_C$  sur le condensateur et du déplacement  $u$  dans le cas de la technique classique

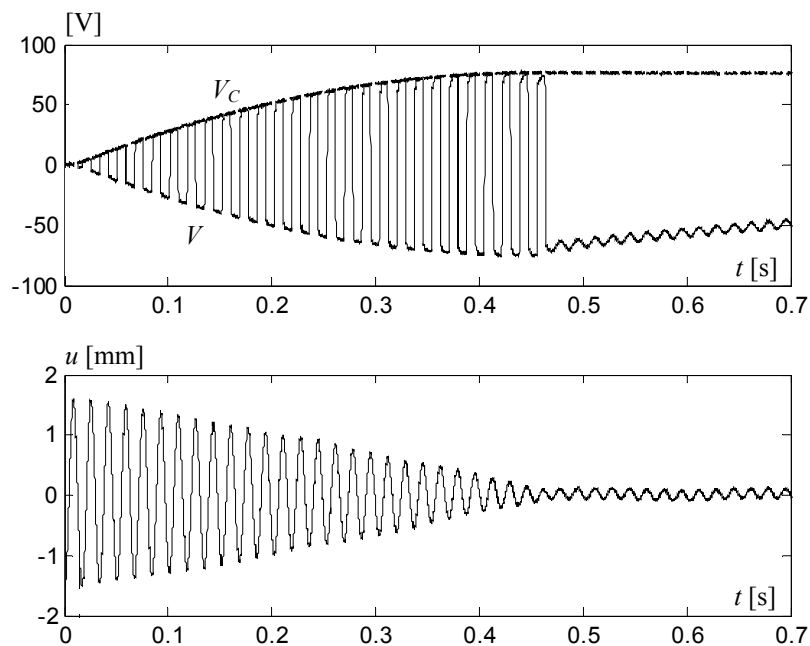


Figure 5-11 Forme d'onde expérimentale de la tension piézoélectrique  $V$ , de la tension  $V_C$  sur le condensateur et du déplacement  $u$  dans le cas de la technique SSHI

Pour ces mesures, le dispositif de commutation n'est pas autoalimenté, et la valeur de l'inductance d'inversion est de 120mH. Le coefficient d'inversion  $\gamma$  est égal à 0.9, ce qui correspond à un facteur de qualité électrique  $Q_I$  de 16. L'inversion est meilleure que pour les

mesures effectuées au Chapitre 4. Ceci est dû à l'amélioration apportée à l'inductance d'inversion  $L_I$  entre les deux séries de mesures. Pour les mesures présentées dans ce chapitre, nous avons utilisé une inductance à air, plus volumineuse que l'inductance à circuit magnétique utilisée précédemment, mais dont les pertes sont beaucoup plus faibles.

### Energie récupérée en fonction de $k^2 Q_m$

L'énergie récupérée en utilisant chacune des deux techniques est mesurée en fonction de la capacité  $C_R$  lorsque tous les patchs sont connectés ( $k^2=0.94\%$ ), lorsque les trois quarts des patchs sont connectés (les deux rangées supérieures et la rangée inférieure la plus loin de l'encastrement –  $k^2=0.62\%$ ), lorsque la moitié des patchs sont connectés (les deux rangées les plus loin de l'encastrement –  $k^2=0.37\%$ ), et lorsqu'un quart des patchs sont connectés (la rangée inférieure la plus loin de l'encastrement –  $k^2=0.18\%$ ).

On peut remarquer que le coefficient de couplage n'est pas exactement proportionnel au nombre d'éléments piézoélectriques connectés. En effet, le couplage électromécanique des patchs situés parmi les deux rangées les plus près de l'encastrement est supérieur à celui des patchs situés parmi les deux rangées plus éloignées.

Pour les mêmes raisons que celles évoquées au Chapitre 4, le coefficient d'inversion est une fonction décroissante de la quantité d'éléments piézoélectriques connectés. Il est mesuré expérimentalement pour chacune des quatre configurations. Les résultats théoriques et expérimentaux sont présentés sur la Figure 5-12 et sont en très bon accord. Les résultats ont été mesurés pour une énergie fournie égale à 14mJ. Ainsi, l'énergie maximale récupérée est 3.2mJ avec la technique classique et de 8.7mJ avec la technique SSHI. En réalité, la poutre pourrait être sollicitée plus fort afin de récupérer plus d'énergie. Pour un débattement de l'extrémité libre de la poutre de 2.5mm par exemple, l'énergie récupérée serait de 18mJ avec la technique SSHI, en supposant que le système ait un comportement linéaire.

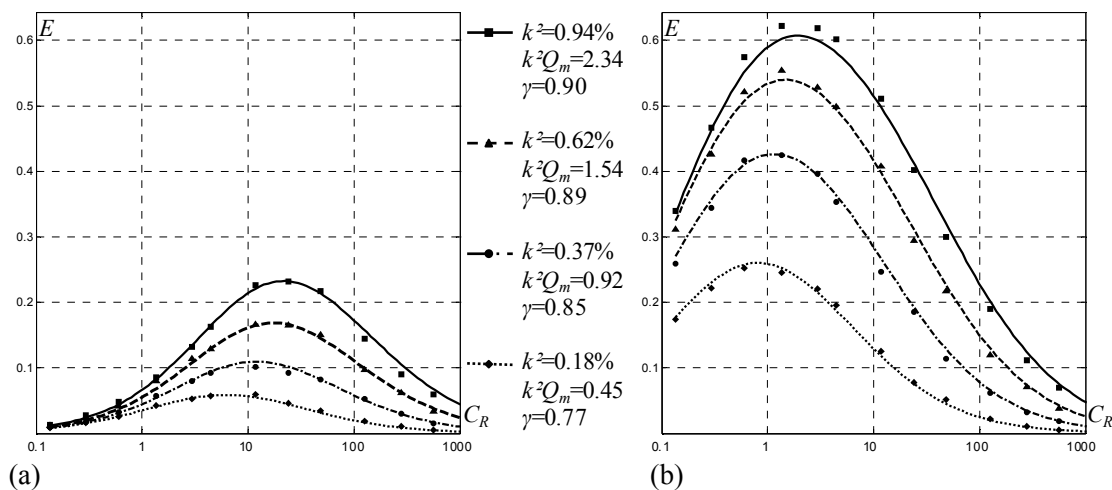


Figure 5-12 Energie récupérée normalisée par rapport à l'énergie fournie en fonction de la capacité  $C_R$  normalisée par rapport à  $C_0$  – Comparaison entre les mesures expérimentales (points) et les résultats théoriques (lignes) pour différents couplages : (a) technique classique, (b) technique SSHI

Le rapport de l'énergie maximale récupérée avec la technique SSHI sur l'énergie maximale récupérée avec la technique classique est représentée sur la **Figure 5-13** en fonction du produit  $k^2 Q_m$ . Cette figure met clairement en évidence le gain apporté par la technique SSHI, qui varie entre 250% pour quatre rangées et 450% pour une rangée. Encore une fois, la technique SSHI s'avère être particulièrement intéressante pour des structures présentant un faible produit  $k^2 Q_m$ , ce qui signifie également qu'à quantité d'énergie récupérée donnée, la technique SSHI permet de diminuer fortement la quantité de matériau piézoélectrique nécessaire.

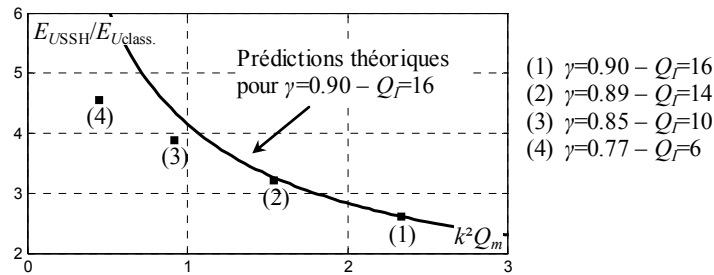


Figure 5-13 Comparaison théorique (points) et expérimentale (ligne) du rapport de l'énergie récupérée avec la technique SSHI sur l'énergie récupérée avec la technique classique en fonction de  $k^2 Q_m$

## 5.5 Conclusion

Nous avons considéré un régime de récupération d'énergie pulsé correspondant à l'extraction de l'énergie mécanique présente dans la structure à un instant  $t_0$ . Nous avons supposé que cette énergie était concentrée sur un seul mode de vibration, et que durant le processus de conversion électromécanique, la structure n'était pas excitée par une force extérieure.

Dans ces conditions, il s'agit de récupérer le maximum de l'énergie fournie au système avant que celle-ci ne soit dégradée en chaleur par les pertes visqueuses intrinsèques à la structure. Puisque que les techniques SSH permettent d'améliorer considérablement la capacité de conversion électromécanique des éléments piézoélectriques, elles sont clairement un moyen d'accélérer le processus de récupération d'énergie et donc de maximiser l'énergie récupérée. On a montré théoriquement et expérimentalement que l'énergie récupérée en utilisant la technique SSHI était augmentée de 250% à 450% suivant le produit  $k^2 Q_m$  correspondant à la structure.

En régime pulsé comme en régime sinusoïdal permanent, les techniques SSH permettent d'augmenter les performances des micro-générateurs piézoélectriques. Pour ces deux types de sollicitation, l'optimisation de l'énergie extraite passe par l'adaptation de l'impédance de charge. Ainsi, en régime sinusoïdal permanent, il existe une résistance de charge  $R_{opt}$  qui maximise le transfert de puissance électromécanique dans la structure, et de la même façon, en régime pulsé, il existe une capacité de stockage  $C_{opt}$  pour laquelle l'énergie extraite est maximisée.

## Chapitre 6

# Autres dispositifs récupérateurs d'énergie

Ce chapitre présente deux nouvelles techniques de récupération d'énergie bénéficiant toutes les deux de l'augmentation des capacités de conversion électromécanique engendrée par le traitement non linéaire de la tension piézoélectrique. La première, appelée SSH série, est similaire à la technique SSH présentée précédemment, que l'on qualifiera par opposition de SSH parallèle, excepté pour la configuration du pont redresseur qui est connecté en série avec le dispositif de commutation et non pas en parallèle. La deuxième technique présentée dans ce chapitre est appelée SSD récupératif. Du point de vue de la structure, cette technique a le même effet que les techniques d'amortissement SSD, mais elle met en œuvre une extraction synchrone des charges électriques générées sur les électrodes des éléments piézoélectriques. Ce chapitre détaille les performances de ces deux nouvelles techniques, en insistant sur leurs avantages et inconvénients par rapport à la technique SSH parallèle. Les techniques seront étudiées dans le cas d'une sollicitation sinusoïdale entretenue. Deux cas seront envisagés, selon que le processus de récupération d'énergie induise ou pas d'amortissement vibratoire.

### 6.1 Technique SSH série

#### 6.1.1. Principe

La technique SSHI série a été décrite sous un autre nom par [Taylor et al \[57\]](#). Le dispositif correspondant à cette technique est représenté sur la [Figure 6-1 \(a\)](#). Dans cette configuration, la tension sur la résistance de charge est continue. La version alternative de cette technique, qui n'est pas étudiée ici, consiste à connecter la résistance de charge directement en série avec l'inductance d'inversion. La technique SSHS série correspond au cas où l'inductance



d'inversion est remplacée par un court-circuit. Les résultats obtenus avec la technique SSHS série peuvent être déduits des résultats obtenus avec la technique SSHI série en prenant  $\gamma=0$ .

Le courant piézoélectrique  $I$  est toujours nul, excepté pendant les phases d'inversion de la tension. On considère un pont redresseur parfait et une capacité de filtrage  $C_R$  suffisamment grande pour que la tension  $V_{DC}$  puisse être considérée constante. Pendant les phases d'inversion, la tension à l'entrée du pont redresseur est égale à  $+V_{DC}$  lorsque la tension bascule en négatif et  $-V_{DC}$  lorsqu'elle bascule en positif. Du point de vue de la structure, le dispositif de récupération d'énergie se comporte ainsi exactement comme un dispositif d'amortissement semi actif SSDV dont la tension continue est  $-V_{DC}$ . L'allure des signaux considérés est représentée sur la Figure 6-1 (b).

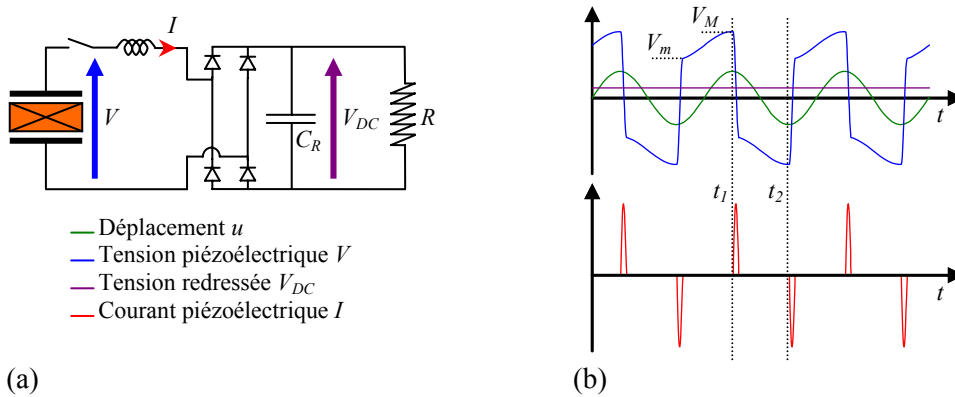


Figure 6-1 Technique SSHI série : (a) dispositif, (b) formes d'ondes associées en régime sinusoïdal permanent

### 6.1.2. Etude théorique à amplitude de vibration constante

#### Calcul de la puissance

On considère une structure animée d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude  $u_M$  constante. On rappelle qu'il s'agit soit d'une structure très faiblement couplée, soit d'une structure excitée hors résonance, soit d'une structure pour laquelle le déplacement est imposé.

L'inversion de la tension piézoélectrique autour de la tension  $V_{DC}$  se traduit par (6.1), tandis que (6.2) traduit l'évolution de la tension entre deux instants de commutation. On considère la demi période correspondant à l'intervalle  $[t_1, t_2]$  défini sur la Figure 6-1 (b). L'énergie  $E_U$  récupérée pendant cette demi période correspond indifféremment à l'énergie absorbée par le pont redresseur pendant l'inversion de la tension et à l'énergie consommée par la résistance de charge  $R$ , ce qui est résumé dans (6.3).

$$V_m + V_{DC} = \gamma(V_M - V_{DC}) \quad (6.1)$$

$$V_M = V_m + \frac{2\alpha}{C_0} u_M \quad (6.2)$$

$$E_U = V_{DC} \int_{t_1}^{t_2} I dt = C_0 V_{DC} (V_M + V_m) = \frac{\pi V_{DC}^2}{\omega R} \quad (6.3)$$

L'expression de la tension  $V_{DC}$  peut être obtenue à partir de (6.1), (6.2) et (6.3), comme le montre (6.4). La puissance récupérée s'exprime par (6.5). Elle admet un maximum  $P_{\max}$  pour une résistance optimale  $R_{opt}$ . Les expressions de  $P_{\max}$  et  $R_{opt}$  sont données dans (6.6). La puissance maximale peut être exprimée en fonction de l'énergie potentielle élastique maximale dans la structure, définie par (4.7), et du coefficient de couplage, comme le montre (6.7).

$$V_{DC} = \frac{2\alpha R(1+\gamma)}{2RC_0\omega(1+\gamma) + \pi(1-\gamma)} \omega u_M \quad (6.4)$$

$$P = \frac{4R\alpha^2(1+\gamma)^2}{(2RC_0\omega(1+\gamma) + \pi(1-\gamma))^2} \omega^2 u_M^2 \quad (6.5)$$

$$R_{opt} = \frac{\pi}{2C_0\omega} \frac{1-\gamma}{1+\gamma} \text{ et } P_{\max} = \frac{\alpha^2}{2\pi C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \omega u_M^2 \quad (6.6)$$

$$P_{\max} = \frac{k^2}{1-k^2} \frac{E_e}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \omega \quad (6.7)$$

La Figure 6-2 (a) représente la puissance récupérée en fonction de la résistance de charge  $R$  pour les techniques SSH série et parallèle et pour la technique classique. Ce graphique est normalisé en abscisse et en ordonnée respectivement par rapport à la résistance optimale et à la puissance récupérée maximale dans le cas de la technique classique. Normalisé ainsi, ce graphe est uniquement fonction du coefficient d'inversion  $\gamma$ , ici fixé à 0.76.

Le rapport de la puissance maximale avec la technique SSHI série sur la puissance maximale avec la technique SSHI parallèle est égal à  $(1+\gamma)/2$ . Il est égal à  $1/2$  dans le cas de la technique SSHS ( $\gamma=0$ ) et tend vers un quand l'inversion électrique s'améliore. La technique SSHS série donne exactement les mêmes performances que la technique classique. Pour un coefficient d'inversion suffisamment grand, les performances des techniques SSHI série et parallèle sont très proches et leurs résistances optimales respectives sont distribuées symétriquement sur une échelle logarithmique de  $R$ , par rapport à la résistance optimale avec la technique classique, comme le montre (6.8).

$$\text{Pour } \gamma \rightarrow 1, \sqrt{\left(\frac{\pi}{2C_0\omega} \frac{1-\gamma}{1+\gamma}\right) \left(\frac{\pi}{C_0(1-\gamma)\omega}\right)} \approx \frac{\pi}{2C_0\omega} \quad (6.8)$$

La technique SSHI série permet ainsi de récupérer l'énergie sur des niveaux de tensions beaucoup plus faibles. Dans le cas de la Figure 6-2 (a) la résistance optimale est 58 fois plus faible en SSHI série qu'en SSHI parallèle, ce qui signifie qu'à puissance récupérée égale, la tension est 7.6 fois plus faible. Pour le dispositif expérimental présenté au Chapitre 4 par exemple, la tension optimale pour un déplacement de 1mm de l'extrémité libre de la poutre est de 120V en SSHI parallèle alors qu'elle n'est que de 15.5 V en SSHI série. Cette diminution de la résistance optimale présente ainsi un avantage certain pour les systèmes piézoélectriques à forte impédance de sortie et forts niveaux de tensions. L'expression de l'énergie transférée optimale, correspondant au cas où le micro-générateur débite sur la résistance  $R_{opt}$ , est donnée par (6.9). Cette énergie est deux fois plus grande que l'énergie consommée par la résistance  $R_{opt}$ , ce qui signifie que la moitié de l'énergie transférée est dissipée dans le circuit de commutation.

Les cycles énergétiques optimaux correspondant aux techniques SSH série sont représentés sur la **Figure 6-2 (b)**, ainsi que les cycles énergétiques correspondant aux techniques SSH parallèles et à la technique classique. On peut vérifier que dans le cas de la technique SSHS série, l'énergie transférée est deux fois plus grande que dans le cas de la technique classique, même si la puissance maximale récupérée est la même.

$$E_{Topt} = \frac{2\alpha^2}{C_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} u_M^2 = \frac{4k^2}{1-k^2} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} E_e \quad (6.9)$$

### Calcul du rendement à la résonance

On considère une structure excitée à sa fréquence de résonance par une force sinusoïdale  $F$ . On suppose que cette structure est suffisamment faiblement couplée pour que le processus de récupération d'énergie n'affecte pas l'amplitude de la vibration. La puissance fournie à la structure par la force excitatrice  $F$  est donnée par (6.10). Par hypothèse, elle n'est pas fonction du dispositif de récupération d'énergie. Le rendement du micro-générateur piézoélectrique est égal à la puissance dissipée dans la résistance sur la puissance fournie, son expression est donnée par (6.11). Le rendement atteint un maximum  $\eta_{\max}$  pour la résistance  $R_{opt}$  définie précédemment. Il peut être exprimé très simplement en fonction du coefficient de couplage de la structure, de son facteur de qualité mécanique et du coefficient d'inversion électrique, comme le montre (6.12).

$$P_F = \frac{C\omega^2 u_M^2}{2} \quad (6.10)$$

$$\eta = \frac{8R\alpha^2(1+\gamma)^2}{C(2RC_0\omega(1+\gamma) + \pi(1-\gamma))^2} \quad (6.11)$$

$$\eta_{\max} = \frac{\alpha^2}{\pi C C_0 \omega} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} = \frac{k^2 Q_m}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} \quad (6.12)$$

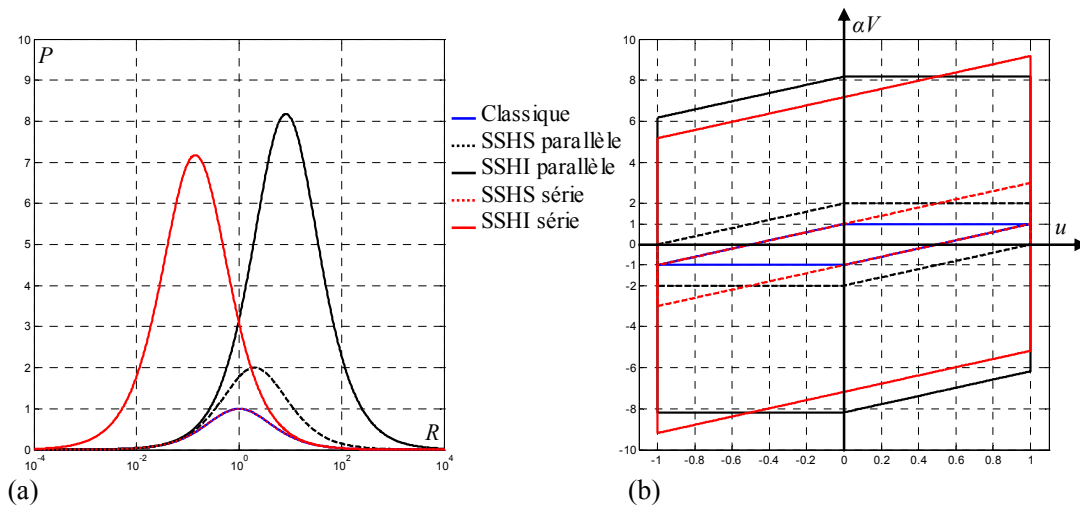


Figure 6-2 Comparaison des techniques SSH série et parallèle à amplitude de vibration constante : (a) puissances récupérées normalisées en fonction de la résistance de charge normalisée, (b) Cycles énergétiques optimaux normalisés

### 6.1.3. Prise en compte de l'amortissement

Dans cette partie, nous étudierons le comportement du micro-générateur piézoélectrique excité à sa fréquence de résonance par une force sinusoïdale d'amplitude constante. Nous nous intéresserons à la puissance, au rendement et à l'amortissement dû à ce micro-générateur.

#### Calcul de l'amortissement induit à la résonance

Comme pour l'étude de la technique SSH parallèle présentée au Chapitre 4, nous nous intéressons au bilan énergétique de la structure sur la demi période correspondant à l'intervalle  $[t_1, t_2]$  défini sur la **Figure 6-1 (b)**. L'énergie fournie à la structure est égale à la somme des pertes visqueuses, de l'énergie perdue pendant l'inversion et de l'énergie consommée par la résistance de charge, ce qui se traduit par (6.13). A la résonance, et en supposant que le déplacement reste sinusoïdal, ce bilan énergétique peut être simplifier et permet d'obtenir l'expression (6.14) de l'amplitude du déplacement. L'amortissement est alors donné par (6.15).

$$\int_{t_1}^{t_2} F u dt = C \int_{t_1}^{t_2} \dot{u}^2 dt + \frac{1}{2} C_0 (V_M - V_{DC})^2 (1 - \gamma^2) + \frac{V_{DC}^2}{R} \frac{T}{2} \quad (6.13)$$

$$u_M = \frac{F_M}{C \omega_D + \frac{4\alpha^2}{C_0} \frac{1 + \gamma}{2RC_0(1 + \gamma)\omega_D + \pi(1 - \gamma)}} \quad (6.14)$$

$$A = 20 \log \left( \frac{C \omega_D}{C \omega_D + \frac{4\alpha^2}{C_0} \frac{1 + \gamma}{2RC_0(1 + \gamma)\omega_D + \pi(1 - \gamma)}} \right) \quad (6.15)$$

#### Calcul de la puissance

La puissance fournie par le micro-générateur piézoélectrique est exprimée par (6.16), en fonction de la charge  $R$ , de l'amplitude de la force excitatrice, du coefficient d'inversion électrique  $\gamma$  et des paramètres  $\alpha$ ,  $C$  et  $C_0$  du modèle. Elle est obtenue en substituant (6.14) dans (6.5).

$$P = \frac{4R\alpha^2(1 + \gamma)^2}{(2RC_0\omega_D(1 + \gamma) + \pi(1 - \gamma))^2} \frac{F_M^2}{\left( C + \frac{4\alpha^2}{C_0\omega_D} \frac{1 + \gamma}{2RC_0(1 + \gamma)\omega_D + \pi(1 - \gamma)} \right)^2} \quad (6.16)$$

#### Calcul du rendement

La puissance fournie au micro-générateur est donnée par (6.17) et le rendement de la conversion électromécanique par (6.18). Le rendement admet un maximum pour une résistance optimale unique qui est différente de la résistance qui maximise la puissance délivrée par le micro-générateur piézoélectrique.

$$P_F = \frac{F_M^2}{2 \left( C + \frac{4\alpha^2}{C_0\omega_D} \frac{1 + \gamma}{2RC_0(1 + \gamma)\omega_D + \pi(1 - \gamma)} \right)} \quad (6.17)$$

$$\eta = \frac{8R\alpha^2(1+\gamma)^2}{(2RC_0\omega_D(1+\gamma) + \pi(1-\gamma))^2} \frac{1}{\left( C + \frac{4\alpha^2}{C_0\omega_D} \frac{1+\gamma}{2RC_0(1+\gamma)\omega_D + \pi(1-\gamma)} \right)} \quad (6.18)$$

### Représentation graphique

La puissance normalisée, le rendement et l'amortissement engendré par la technique SSHI série sont représentés sur la **Figure 6-3**. L'évolution du produit  $k^2Q_m$  est réalisée comme dans les chapitres précédents, c'est-à-dire en considérant une variation de la surface de matériaux piézoélectriques utilisés. Les résistances de charge sont normalisées par rapport à la résistance optimale critique avec la technique classique et la puissance par rapport à la puissance  $P_{\text{limite}}$ . Les courbes en rouge correspondent au maximum de puissance récupérée, et les courbes en bleu au maximum de rendement.

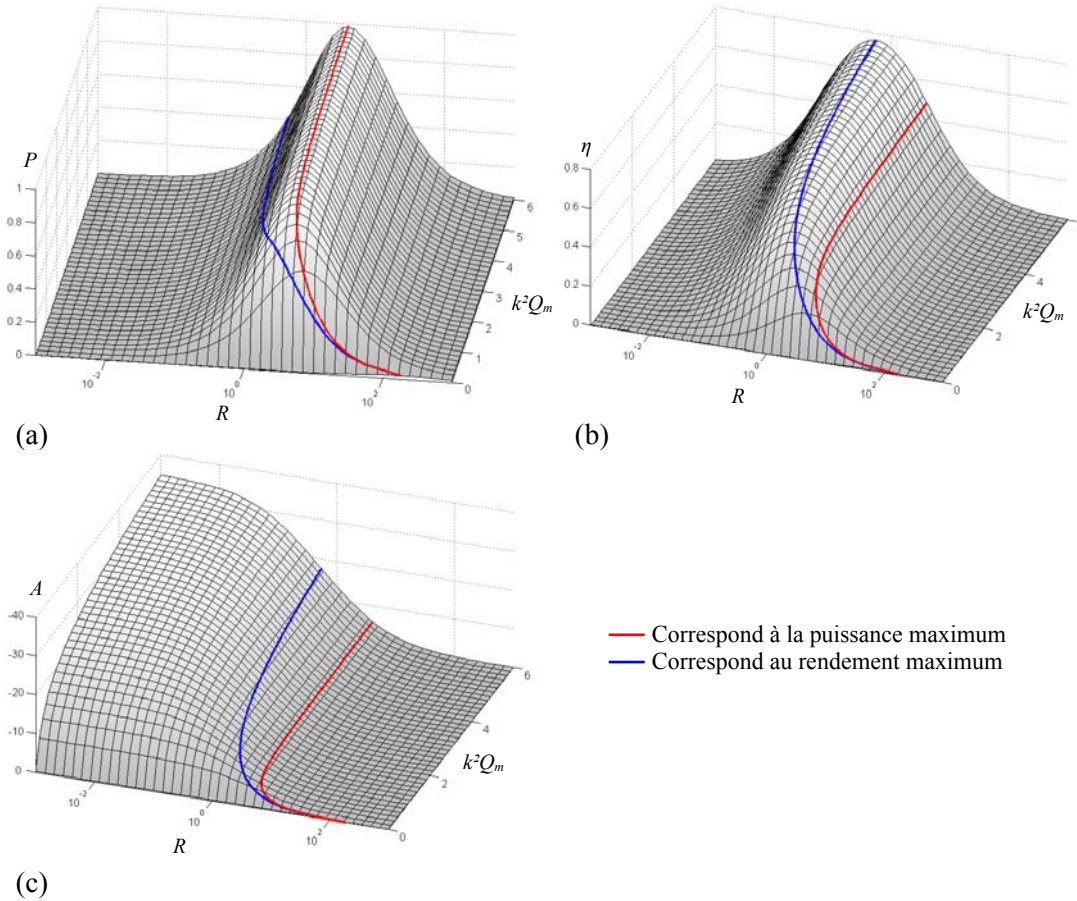


Figure 6-3 Technique SSHI série : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement, en fonction de la résistance normalisée et du produit  $k^2Q_m$

Contrairement à la technique SSHI parallèle, le maximum d'amortissement est obtenu pour une résistance de charge nulle et non pas pour une résistance de charge infinie. En effet, lorsque le pont redresseur est court-circuité, la technique SSHI série est strictement identique à la technique d'amortissement SSDI. Cette différence de comportement explique pourquoi, contrairement à la technique SSHI parallèle, le rendement maximum est atteint pour une

résistance inférieure à la résistance qui maximise la puissance. On peut également remarquer que la valeur de la résistance optimale, que ce soit en terme de puissance récupérée ou de rendement, est moins sensible aux variations du produit  $k^2 Q_m$  que dans le cas de la technique SSHI parallèle.

La **Figure 6-4 (a)** représente l'évolution de la puissance récupérée, du rendement et de l'amortissement dans le cas où la résistance de charge est choisie pour maximiser la puissance débitée par le micro-générateur et la **Figure 6-4 (b)** représente ces mêmes grandeurs dans le cas où la résistance de charge est choisie pour maximiser le rendement. Ces grandeurs sont tracées en fonction de  $k^2 Q_m$  pour les techniques classique, SSH série et SSH parallèle. La puissance récupérée est normalisée par rapport à  $P_{\text{limite}}$  et  $\gamma$  a été fixé à 0.76 pour les techniques SSHI.

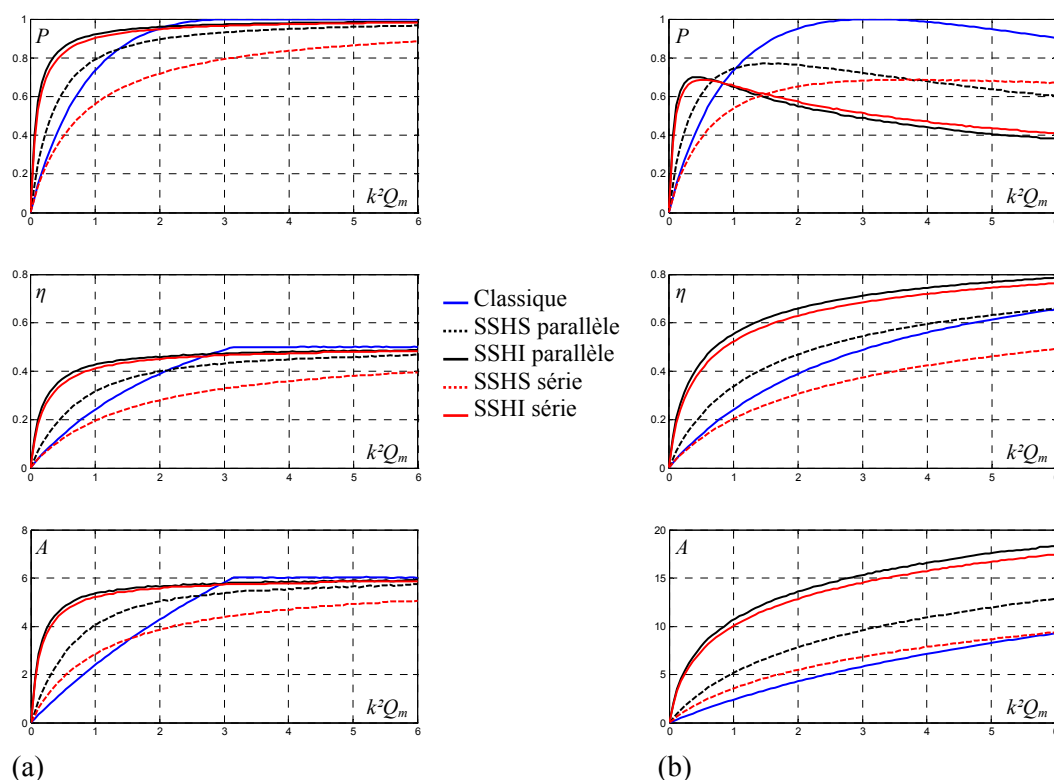


Figure 6-4 Evolution de la puissance normalisée, du rendement et de l'amortissement en fonction de  $k^2 Q_m$  pour les techniques SSH séries, SSH parallèles et classiques : (a) lorsqu'on maximise la puissance, (b) lorsqu'on maximise le rendement

Les performances obtenues avec la technique SSHS série sont bien moins intéressantes que celles obtenues avec la technique SSHS parallèle. La technique SSHS série est même moins efficace que la technique classique (sauf pour les très faibles valeurs de  $k^2 Q_m$  où elles sont équivalentes). Par contre, pour des valeurs du coefficient d'inversion  $\gamma$  usuelles, la technique SSHI série est quasiment aussi performante que la technique SSHI parallèle. En réalité, les performances de la technique SSHI parallèle sont toujours supérieures, mais les courbes de la **Figure 6-4** correspondant à ces deux techniques tendent à se superposer lorsque  $\gamma$  tend vers 1.

## 6.2 Technique SSD récupératif

### 6.2.1. Principe

On considère un dispositif permettant d'extraire une partie de l'énergie électrostatique présente sur les éléments piézoélectriques en un temps très bref. La réalisation technologique de ce dispositif n'est pas détaillée ici, mais un schéma de principe correspondant à la technique SSDS récupératif sera proposé dans le paragraphe 6.3.3.

Le dispositif correspondant à la technique SSDI récupératif est représenté sur la Figure 6-5 (a). Une partie de l'énergie électrostatique présente sur les éléments piézoélectriques est extraite à chaque extremum de déplacement. La tension restant sur les éléments piézoélectriques après cette extraction est ensuite inversée à travers le dispositif de commutation classique. Les formes d'ondes associées à cette technique sont représentées sur la Figure 6-5 (b). Pour une alternance positive de la tension, entre les instants  $t_1$  et  $t_2$ ,  $V_M$  correspond à la tension maximale sur les éléments piézoélectriques,  $xV_M$  à la tension après extraction de l'énergie et  $-V_m$  à la tension après inversion.

Dans le cas de la technique SSDS récupératif, toute l'énergie présente sur les éléments piézoélectriques est extraite à chaque extremum de déplacement, ce qui ramène la tension sur les éléments piézoélectriques à zéro. La branche correspondant au dispositif de commutation classique n'est donc plus nécessaire.

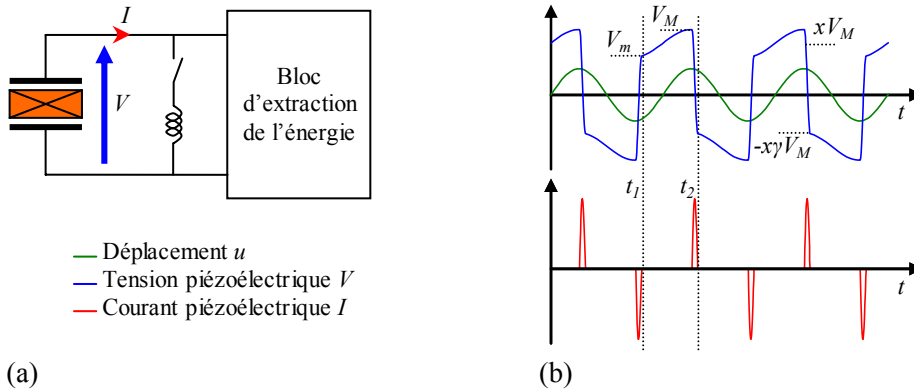


Figure 6-5 Technique SSDI récupératif : (a) dispositif, (b) formes d'ondes associées en régime sinusoïdal permanent

### 6.2.2. Etude théorique à amplitude de vibration constante

#### Calcul de la puissance

On considère une structure animée d'un mouvement sinusoïdal d'amplitude  $u_M$  constante. La relation (6.2) correspondant à l'évolution de la tension entre deux instants de commutation est toujours valable, mais l'inversion de la tension se traduit désormais par (6.19). L'énergie récupérée à chaque demi période est donnée par (6.20). L'équation (6.21) est obtenue à partir de (6.2), (6.19) et (6.20). Elle correspond à l'expression de la puissance récupérée en fonction de l'amplitude du déplacement, des paramètres  $\alpha$  et  $C_0$  du modèle, du coefficient d'inversion  $\gamma$  et



du coefficient  $x$  qui traduit le niveau de tension sur les éléments piézoélectriques après extraction de l'énergie.

$$V_m = x\gamma V_M \quad (6.19)$$

$$E_U = \frac{1}{2} C_0 V_M^2 (1 - x^2) \quad (6.20)$$

$$P = \frac{2\alpha^2}{\pi C_0} \frac{1 - x^2}{(1 - x\gamma)^2} \omega u_M^2 \quad (6.21)$$

Il existe une valeur  $x_{opt}$  optimale pour laquelle la puissance récupérée est maximum. Son expression ainsi que celle de la puissance maximale récupérée est donnée dans (6.22).  $P_{max}$  peut également être exprimée en fonction du coefficient de couplage, du coefficient d'inversion électrique et de l'énergie élastique maximale dans les éléments piézoélectriques, comme le montre (6.23).

$$x_{opt} = \gamma \text{ et } P_{max} = \frac{2\alpha^2}{\pi C_0 (1 - \gamma^2)} \omega u_M^2 \quad (6.22)$$

$$P_{max} = \frac{k^2}{1 - k^2} \frac{4E_e}{\pi (1 - \gamma^2)} \omega \quad (6.23)$$

La Figure 6-6 (a) représente la puissance récupérée en fonction de la résistance de charge  $R$  pour les techniques SSD récupératif, SSH parallèle et pour la technique classique. Ce graphique est normalisé comme précédemment.

La puissance récupérée avec les techniques SSD récupératifs n'est pas fonction de l'impédance d'entrée du dispositif à alimenter, puisque par hypothèse la tension piézoélectrique n'est pas fonction de la charge électrique mais uniquement de la quantité d'énergie extraite avant chaque inversion.

Le rapport de la puissance maximale récupérée avec la technique SSD récupératif sur la puissance maximale récupérée avec la technique SSH parallèle est égal à  $2/(1+\gamma)$ . La technique SSD récupératif est donc plus performante que la technique SSH parallèle. Le gain est de deux dans le cas des techniques de commutation sur court-circuit et tend vers 1 lorsque le coefficient d'inversion tend vers 1.

L'énergie transférée pendant une période lorsque le micro-générateur débite sur la résistance  $R_{opt}$  est donnée par (6.24) et le rapport de l'énergie récupérée sur l'énergie transférée est alors égal à  $1/(1+\gamma^2)$ . Dans le cas de la technique SSDS récupératif, toute l'énergie transférée est ainsi récupérée.

$$E_{Topt} = \frac{4\alpha^2}{C_0} \frac{1 + \gamma^2}{1 - \gamma^2} u_M^2 = \frac{8k^2}{1 - k^2} \frac{1 + \gamma^2}{1 - \gamma^2} E_e \quad (6.24)$$

Les cycles énergétiques optimaux correspondant aux techniques SSD récupératifs sont comparés sur la Figure 6-6 (b) aux cycles énergétiques correspondant aux techniques SSH parallèles et à la technique classique.



### Calcul du rendement à la résonance

On considère un micro-générateur excité à sa fréquence de résonance. On suppose que la récupération d'énergie induit un amortissement vibratoire négligeable, ce qui revient à dire que la structure électromécanique est caractérisée par un produit  $k^2 Q_m$  très faible. Le rendement de ce micro-générateur lorsque la technique SSD récupératif est mise en œuvre est donné par (6.25). Ce rendement est maximum lorsque la puissance récupérée est maximum, c'est-à-dire pour  $x=\gamma$  et son expression dans ce cas est donnée par (6.26).

$$\eta = \frac{4\alpha^2}{\pi C C_0 \omega} \frac{1-x^2}{(1-x\gamma)^2} = \frac{4k^2 Q_m}{\pi} \frac{1-x^2}{(1-x\gamma)^2} \quad (6.25)$$

$$\eta_{\max} = \frac{4\alpha^2}{\pi C C_0 (1-\gamma^2) \omega} = \frac{4k^2 Q_m}{\pi (1-\gamma^2)} \quad (6.26)$$

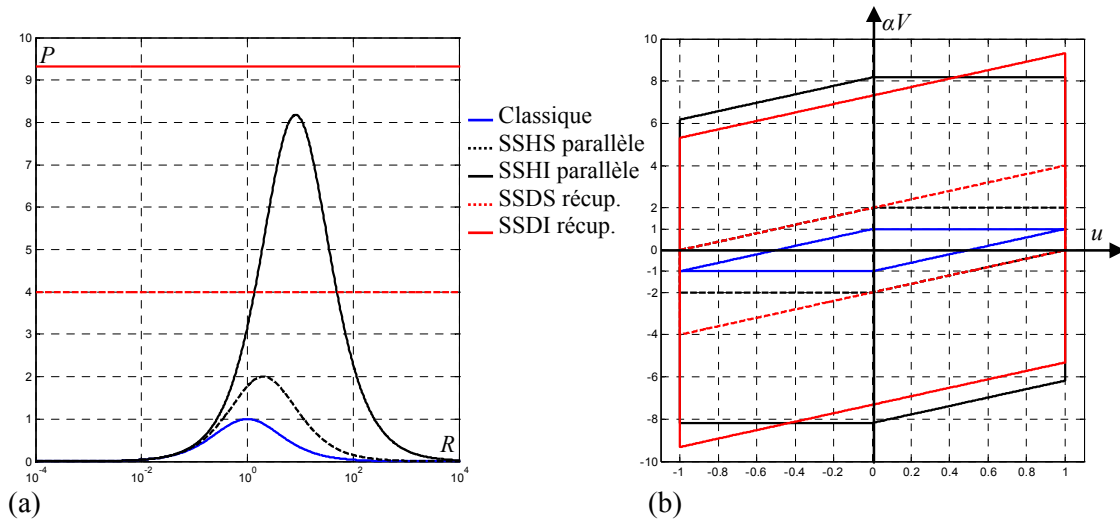


Figure 6-6 Comparaison des techniques SSD récupératifs et SSH parallèle à amplitude de vibration constante : (a) puissances récupérées normalisées en fonction de la résistance de charge normalisée, (b) Cycles énergétiques optimaux normalisés

### 6.2.3. Prise en compte de l'amortissement

On considère maintenant une structure électromécanique excitée à l'une de ses fréquences de résonance et on étudie la puissance et le rendement du dispositif en prenant en compte l'amortissement vibratoire entraîné par l'extraction et la conversion de l'énergie mécanique dans la structure.

#### Calcul de l'amortissement induit à la résonance

Du point de vue de la structure électromécanique, la technique de récupération d'énergie SSD récupératif est équivalente à la technique semi passive d'amortissement vibratoire SSDI avec un coefficient d'inversion égale à  $x\gamma$ . L'amplitude du déplacement est ainsi donnée par (6.27) et l'expression de l'amortissement par (6.28).

$$u_M = \frac{F_M}{C\omega_D + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0} \frac{1+x\gamma}{1-x\gamma}} \quad (6.27)$$

$$A = 20 \log \left( \frac{C\omega_D}{C\omega_D + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0} \frac{1+x\gamma}{1-x\gamma}} \right) = 20 \log \left( \frac{1}{1 + \frac{4}{\pi} k^2 Q_m \frac{1+x\gamma}{1-x\gamma}} \right) \quad (6.28)$$

### Calcul de la puissance

La puissance récupérée est donnée par (6.29) en fonction des paramètres du modèle ou par (6.30) en fonction de caractéristiques plus physiques. Elle est calculée en substituant (6.27) dans (6.21).

$$P = \frac{2\alpha^2}{\pi C_0 \omega_D} \frac{1-x^2}{(1-x\gamma)^2} \frac{F_M^2}{\left( C + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0 \omega_D} \frac{1+x\gamma}{1-x\gamma} \right)^2} \quad (6.29)$$

$$P = \frac{1-x^2}{(1-x\gamma)^2} \frac{2\pi k^2 Q_m}{\left( \pi + 4k^2 Q_m \frac{1+x\gamma}{1-x\gamma} \right)^2} \frac{F_M^2}{C} \quad (6.30)$$

$\partial P / \partial x$  admet une seule racine réelle, donnée par (6.31). Mathématiquement, cette racine correspond toujours à un maximum. Pour  $k^2 Q_m > \pi/4$  cependant, la valeur de cette racine devient négative, ce qui n'a pas de sens physique puisque l'intervalle de définition de  $x$  est  $[0,1]$ . La valeur optimale de  $x$  est alors la limite basse de son intervalle de définition, c'est-à-dire 0. Cela signifie que pour  $k^2 Q_m > \pi/4$ , la technique SSD récupératif est optimale en SSDS récupératif.

$$x = \gamma \frac{\pi C C_0 \omega_D - 4\alpha^2}{\pi C C_0 \omega_D + 4\alpha^2} = \gamma \frac{\pi - 4k^2 Q_m}{\pi + 4k^2 Q_m} \quad (6.31)$$

Pour  $k^2 Q_m \leq \pi/4$ , la puissance maximale récupérée est donnée par (6.32) en fonction des paramètres du modèle et par (6.33) en fonction de  $k^2 Q_m$ . Elle admet un maximum maximum pour  $k^2 Q_m = \pi/4$  et atteint alors  $P_{\text{limite}}$ , comme le précise (6.34).

$$P_{\text{max}} = \frac{2\alpha^2 \pi C_0 \omega_D F_M^2}{\left( 4\alpha^2 (1-\gamma) + \pi C_0 C \omega_D (1+\gamma) \right) \left( 4\alpha^2 (1+\gamma) + \pi C_0 C \omega_D (1-\gamma) \right)} \quad (6.32)$$

$$P_{\text{max}} = \frac{\frac{2}{\pi} k^2 Q_m}{\left( \frac{4}{\pi} k^2 Q_m (1-\gamma) + (1+\gamma) \right) \left( \frac{4}{\pi} k^2 Q_m (1+\gamma) + (1-\gamma) \right)} \frac{F_M^2}{C} \quad (6.33)$$

$$\frac{dP_{\text{max}}}{d(k^2 Q_m)} = 0 \Rightarrow \begin{cases} k^2 Q_m = \frac{\pi}{4} \\ P_{\text{max}} = P_{\text{limite}} = \frac{F_M^2}{8C} \end{cases} \quad (6.34)$$

Pour  $k^2 Q_m \geq \pi/4$ , la valeur optimale de  $x$  est zéro et la puissance maximale récupérée n'est plus fonction de  $\gamma$ . Son expression est donnée par (6.35) ou (6.36). L'étude de sa dérivée par rapport

à  $k^2 Q_m$  montre que la puissance maximale est une fonction décroissante de  $k^2 Q_m$ , qu'elle est maximale pour  $k^2 Q_m = \pi/4$  et qu'elle atteint alors  $P_{\text{limite}}$ . La continuité de  $P_{\text{max}}$  en fonction de  $k^2 Q_m$  est ainsi vérifiée.

$$P_{\text{max}} = \frac{2\alpha^2}{\pi C_0 \omega_D} \frac{F_M^2}{\left(C + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0 \omega_D}\right)^2} \quad (6.35)$$

$$P_{\text{max}} = \frac{2\pi k^2 Q_m}{(4k^2 Q_m + \pi)^2} \frac{F_M^2}{C} \quad (6.36)$$

### Calcul du rendement

La puissance fournie au micro-générateur est donnée par (6.37) et le rendement de la conversion électromécanique par (6.38) ou (6.39). Le rendement atteint un maximum pour une valeur optimale de  $x$  qui ne correspond pas à celle qui maximise la puissance. L'expression analytique de la valeur optimale de  $x$  n'est pas très simple et n'est pas précisée ici. Contrairement à la puissance, le rendement maximum en SSDI récupératif est toujours supérieur au rendement maximum en SSDS récupératif.

$$P_F = \frac{F_M^2}{2 \left( C + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0 \omega_D} \frac{1+x\gamma}{1-x\gamma} \right)} \quad (6.37)$$

$$\eta = \frac{4\alpha^2}{\pi C_0 \omega_D} \frac{1-x^2}{(1-x\gamma)^2} \frac{1}{\left( C + \frac{4\alpha^2}{\pi C_0 \omega_D} \frac{1+x\gamma}{1-x\gamma} \right)} \quad (6.38)$$

$$\eta = \frac{1-x^2}{(1-x\gamma)^2} \frac{4k^2 Q_m}{\left( \pi + 4k^2 Q_m \frac{1+x\gamma}{1-x\gamma} \right)} \quad (6.39)$$

### Représentation graphique

La puissance normalisée, le rendement et l'amortissement associés à la technique SSDI récupératif sont représentés sur la **Figure 6-7** en fonction de  $k^2 Q_m$  et de  $x$ . L'évolution du produit  $k^2 Q_m$  ainsi que la normalisation de la puissance récupérée sont effectuée de la même façon que précédemment.

Les courbes rouges correspondent au cas où  $x$  est choisi de façon à maximiser la puissance récupérée et les courbes bleues au cas où  $x$  est choisi de façon à maximiser le rendement. Les courbes en magenta correspondent aux cas où  $x=0$  et où  $x=1$ , c'est-à-dire respectivement à la technique SSDS récupératif et à la technique d'amortissement semi passif SSDI.

On vérifie bien que pour  $k^2 Q_m \geq \pi/4$ , la puissance récupérée avec la technique SSDI récupératif est maximisée pour  $x=0$ , ce qui signifie que la technique optimale est alors la technique SSDS récupératif et que le dispositif d'inversion n'est plus nécessaire. En terme de puissance récupérée, il n'est de toute façon pas intéressant d'utiliser les techniques SSDI récupératif pour

$k^2 Q_m \geq \pi/4$ , puisque au-delà de cette limite, la puissance maximale récupérée devient une fonction décroissante de  $k^2 Q_m$ . Ceci constitue une différence fondamentale par rapport à toutes les autres techniques présentées précédemment, pour lesquelles la puissance maximale atteint ou tend vers  $P_{\text{limite}}$  lorsque  $k^2 Q_m$  augmente.

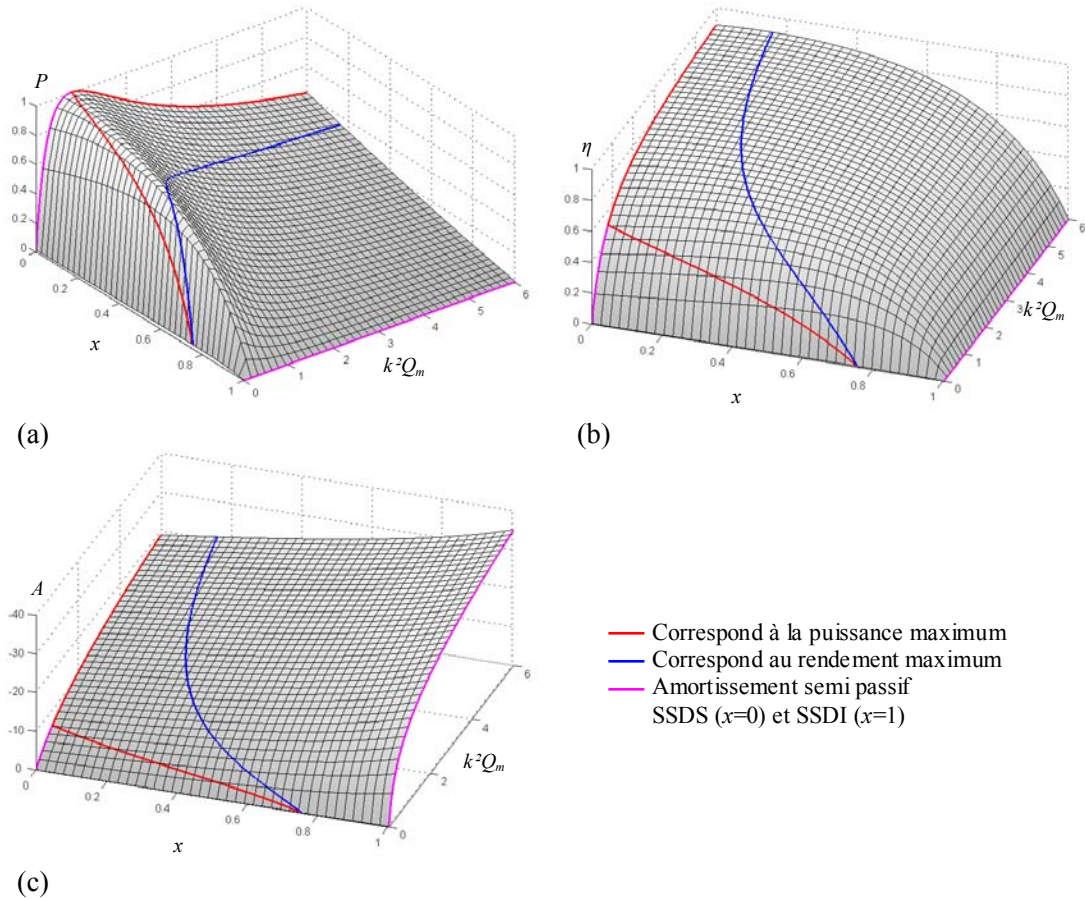


Figure 6-7 Technique SSDI récupératif: (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement, en fonction de la résistance normalisée et du produit  $k^2 Q_m$

La Figure 6-8 permet de comparer les performances des techniques classiques, SSH parallèles et SSD récupératifs en fonction du produit  $k^2 Q_m$ . Pour toutes les techniques mettant en œuvre une inversion électrique,  $\gamma$  a été fixé à 0.76. La Figure 6-8 (a) représente l'évolution de la puissance récupérée, du rendement et de l'amortissement dans le cas où la résistance de charge est choisie pour maximiser la puissance débitée par le micro-générateur. On vérifie bien que les courbes correspondant aux techniques SSDS récupératif et SSDI récupératif se confondent lorsque  $k^2 Q_m \geq \pi/4$ . Les techniques SSD récupératifs atteignent la puissance  $P_{\text{limite}}$  pour  $k^2 Q_m = \pi/4$ , c'est-à-dire pour un produit  $k^2 Q_m$  4 fois plus faible que celui nécessaire pour atteindre  $P_{\text{limite}}$  avec la technique classique. Cela signifie que d'un point de vue théorique, les techniques SSD récupératifs permettent d'obtenir la puissance  $P_{\text{limite}}$  pour 4 fois moins de matériaux. Pour les faibles valeurs de  $k^2 Q_m$  (inférieure à 1), la technique SSDI récupératif est la technique la plus efficace. En pratique, le rendement du dispositif extracteur de charge n'est pas parfait et donc la puissance récupérée est moindre, mais la technique SSD récupératif reste d'un intérêt certain,

notamment parce que le transfert d'énergie n'est *a priori* pas fonction de l'impédance d'entrée du dispositif alimenté.

La **Figure 6-8 (b)** représente la puissance récupérée, le rendement et l'amortissement dans le cas où la résistance de charge est choisie pour maximiser le rendement. On constate que le rendement des techniques SSD récupératifs est sensiblement plus grand que celui des techniques SSH parallèles. On peut également observer que le rendement de la technique SSDS récupératif tend vers celui de la technique SSDI récupératif lorsque  $k^2 Q_m$  augmente, ce qui est correspond au fait que la valeur de  $x$  qui maximise le rendement tend vers 0 lorsque  $k^2 Q_m$  augmente, comme on peut le vérifier sur la **Figure 6-7**.

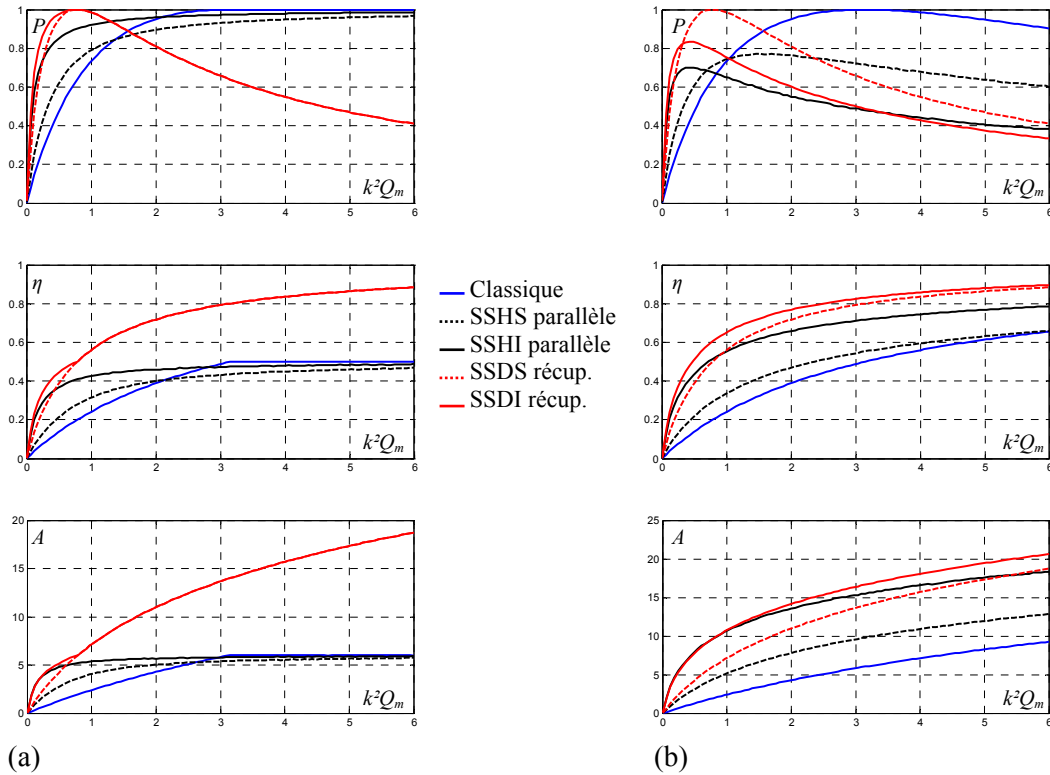


Figure 6-8 Evolution de la puissance normalisée, du rendement et de l'amortissement en fonction de  $k^2 Q_m$  pour les techniques SSD récupératifs, SSH parallèles et classiques : (a) lorsqu'on maximise la puissance, (b) lorsqu'on maximise le rendement

## 6.3 Validation expérimentale

### 6.3.1. Dispositif expérimental

Le dispositif expérimental est le même que celui utilisé pour les résultats expérimentaux du Chapitre 4 et du Chapitre 5. Il est décrit dans le paragraphe 4.5.1 et est représenté sur la **Figure 4-18**. Les mesures effectuées pour l'identification du modèle, ainsi que les valeurs des paramètres obtenus sont résumées dans le **Tableau 5-3**. Bien que le dispositif expérimental soit le même pour ces différentes séries de mesures, les valeurs des paramètres du modèle diffèrent

légèrement d'une série de mesure à l'autre. Ceci est dû à l'importance des conditions extérieures sur les systèmes électromécaniques à faibles pertes mécaniques et en particulier de la forte sensibilité de ces systèmes aux conditions aux limites.

$f_E$	60.15Hz
$f_D$	60.43Hz
$Q_m$	208
$\lambda$	35000V/m
$C_0$	74.3nF
$\alpha$	0.0026N/V
$k^2$	0.92%
$K_E$	9850Nm <sup>-1</sup>
$M$	69g
$C$	0.126Nm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup>

Tableau 6-1 Mesures et paramètres du modèle

### 6.3.2. Technique SSH série

La **Figure 6-9** représente la puissance récupérée à amplitude de vibration constante pour les techniques SSHI série et parallèle en fonction de la résistance de charge. Les puissances et les résistances sont normalisées comme à l'accoutumée, respectivement par rapport à la puissance maximale et à la résistance optimale avec la technique classique.

Trois séries de mesures ont été réalisées, respectivement pour  $Q_I=13$ ,  $Q_I=8$  et  $Q_I=5$ , afin de mettre en évidence l'influence cruciale de la qualité de l'inversion électrique sur la puissance récupérée. Pour  $Q_I=8$  et  $Q_I=5$ , une résistance est ajoutée en série avec l'inductance d'inversion afin de diminuer la qualité de l'inversion électrique. Les résultats théoriques et expérimentaux sont en très bon accord, et confirment que la technique SSHI série est quasiment aussi performante que la technique SSHI parallèle, surtout lorsque le facteur de qualité de l'inversion électrique est grand.

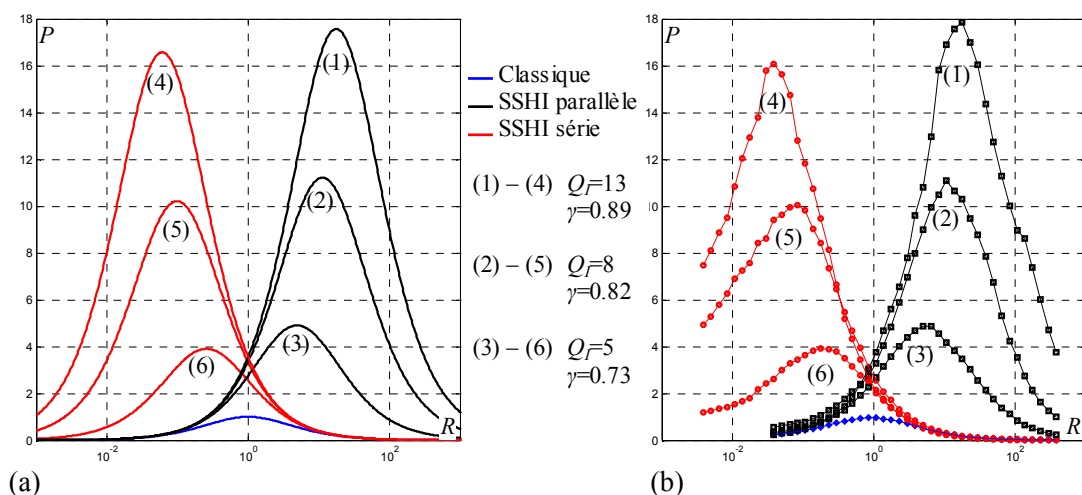


Figure 6-9 Puissances en fonction de la résistance de charge pour les techniques SSH série et parallèles, pour différentes valeurs de  $\gamma$  : (a) résultats théoriques, (b) résultats expérimentaux.

Pour ces mesures expérimentales, l'amplitude de déplacement de l'extrémité libre de la poutre a été fixée à 1.7mm environ. La puissance récupérée avec la technique SSHI parallèle lorsque  $Q_f=13$  est alors de 140mW environ sur une résistance optimale de 490k $\Omega$ , ce qui correspond à une tension continue de 260V. Avec la technique SSHI série, la puissance récupérée est légèrement plus faible, 132mW, mais la résistance optimale est également plus faible, 56k $\Omega$ , ce qui permet de limiter la tension à 86V.

### 6.3.3. Technique SSDS récupératif

Une réalisation possible du circuit d'extraction de charge correspondant à la technique SSDS récupératif est représentée sur la **Figure 6-10**. Ce circuit est constitué d'un pont redresseur et d'un convertisseur DC-DC à découpage de type flyback. La charge électrique est représentée par la résistance  $R$ .

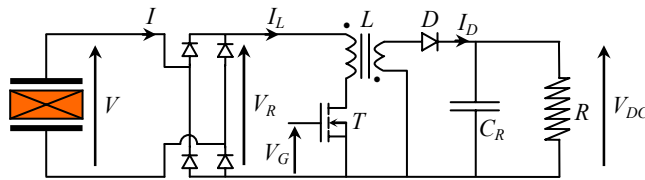


Figure 6-10 Schéma électrique du dispositif SSDS récupératif

Le convertisseur est commandé par la tension de grille  $V_G$  du transistor MOSFET  $T$ . Cette tension est déterminée par un circuit de contrôle assurant la détection des maxima et des passages à zéro de la tension redressée  $V_R$ . Lorsque la tension  $V_R$  atteint un maximum, une tension de 15V est appliquée sur la grille du transistor. Le transistor est alors passant et permet le transfert vers l'inductance  $L$  de l'énergie électrostatique sur les éléments piézoélectriques. Lorsque toutes les charges électriques présentes sur les électrodes des patches piézoélectriques ont été extraites, le circuit de contrôle détecte l'annulation de la tension redressée  $V_R$  et applique une tension nulle sur la grille du transistor. De cette façon, le transistor est bloqué, les éléments piézoélectriques sont de nouveau en circuit ouvert et l'énergie présente dans l'inductance couplée  $L$  s'écoule vers le condensateur  $C_R$ . Les formes d'ondes du déplacement, des tensions et des courants décrits précédemment sont représentées sur la **Figure 6-11**. D'après ces chronogrammes, les éléments piézoélectriques sont en circuit ouvert pendant 8.3ms, tandis que l'extraction de charge dure environ 10 $\mu$ s. Le rendement théorique du convertisseur flyback idéal est de un. La puissance de sortie est ainsi égale à la puissance d'entrée du convertisseur et n'est pas fonction de la résistance de charge  $R$ . Ceci signifie également que la tension de sortie  $V_{DC}$  du convertisseur DC-DC est uniquement déterminée par la résistance de charge  $R$ .

En réalité, le rendement du convertisseur n'est évidemment pas parfait et est fonction de la résistance de charge  $R$ . La **Figure 6-12 (a)** représente la puissance en entrée du convertisseur et la puissance récupérée en fonction de la résistance de charge à amplitude de vibration fixée. Les puissances et résistances sont normalisées comme précédemment. La puissance en entrée du convertisseur correspond également à la puissance extraite des éléments piézoélectriques. Dans sa plage optimale de fonctionnement, le rendement du convertisseur est de 70% environ. La puissance récupérée est alors 2.8 fois plus grande qu'avec la technique classique, pour une plage de résistance beaucoup plus grande, pratiquement deux décades pour ce montage non optimisé.



Avec la technique classique, la puissance maximum atteint 4.3mW pour une résistance optimale de 55k $\Omega$  et pour une amplitude du déplacement de l'extrémité libre de la poutre d'environ 0.9mm. Pour cette même amplitude de déplacement, la puissance extraite des éléments piézoélectriques avec la technique SSDS récupératif est quatre fois supérieure quelque soit la résistance de charge, ce qui correspond à 17.2mW. Le convertisseur flyback délivre alors une puissance utile de 12.3mW pour une résistance de charge comprise entre 500 $\Omega$  et 55k $\Omega$ , ce qui correspond à une tension de sortie comprise entre 2.5V et 25V. Cette plage de fonctionnement correspond à un rendement de 70% du convertisseur. La consommation du convertisseur flyback est alors de 4.9mW. Les trois-quarts de cette énergie sont dissipés dans le circuit de puissance représenté sur la [Figure 6-10](#), et un quart environ est consommé par le circuit de contrôle autoalimenté (non représenté). La réalisation technologique du convertisseur pourrait vraisemblablement être optimisée afin d'obtenir un meilleur rendement et une plage de fonctionnement encore plus grande.

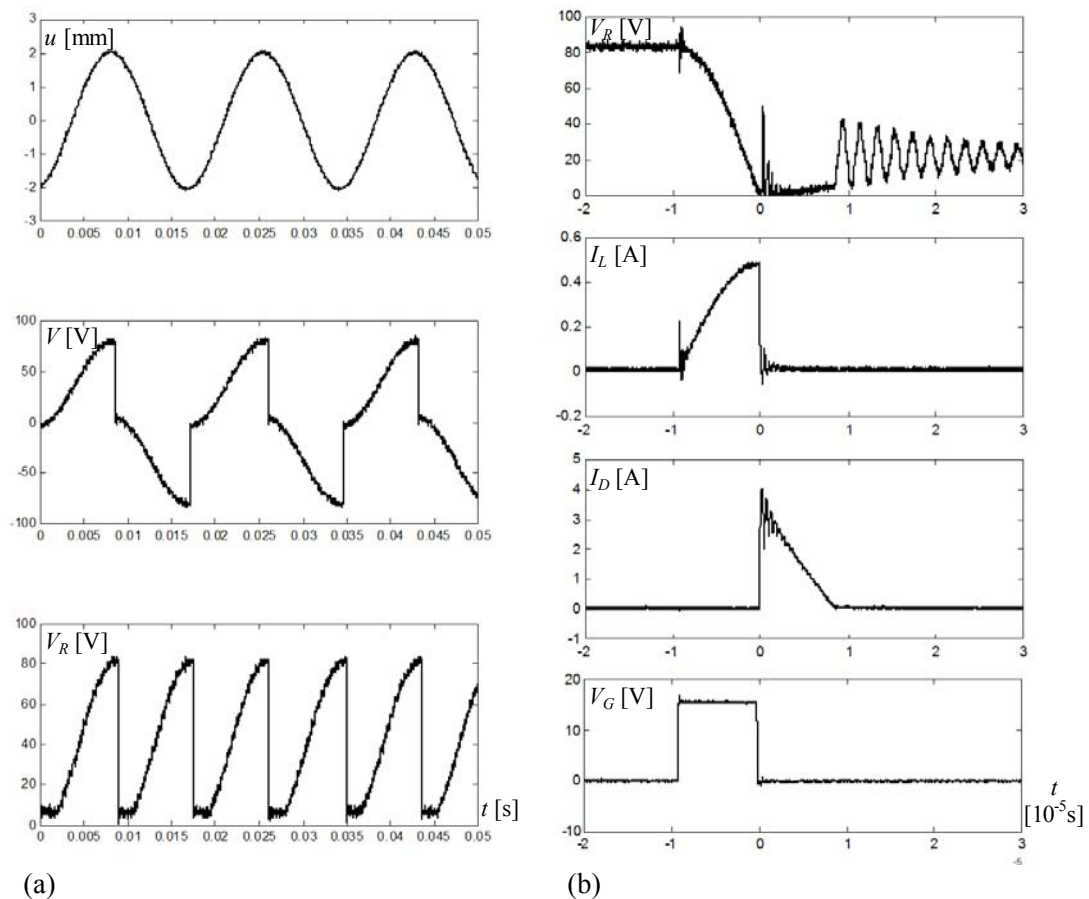


Figure 6-11 Tension et courants expérimentaux correspondant à la technique SSDS récupératif : (a) Formes d'ondes globales, (b) Formes d'ondes pendant l'extraction de charges

La [Figure 6-12 \(b\)](#) montre la puissance extraite et la puissance récupérée avec la technique SSDS récupératif en fonction du produit  $k^2 Q_m$ . Ces puissances sont normalisées par rapport à la puissance  $P_{\text{limite}}$  et sont comparées à la puissance maximale récupérée avec la technique classique. La puissance extraite correspond très bien aux prédictions théoriques. La puissance



récupérée théorique est égale à la puissance extraite. En réalité, le rendement du convertisseur étant de 70%, la puissance récupérée est diminuée d'autant. La puissance récupérée avec la technique SSDS récupératif est cependant supérieure à celle récupérée avec la technique classique, tant que  $k^2 Q_m < 1$ . Lorsque  $k^2 Q_m$  est très faible, le gain en puissance est de 2.8.

La conception du dispositif SSDS récupératif nous a obligé à utiliser un convertisseur DC-DC pour alimenter la charge électrique. En réalité, l'utilisation de n'importe quelle autre technique (classique, SSH série, SSH parallèle) nécessite également l'emploi d'un tel convertisseur pour une utilisation réaliste du micro-générateur. Un convertisseur doit en effet être utilisé pour adapter le niveau de tension et/ou l'impédance entre le micro-générateur et la charge. En supposant que le rendement du convertisseur sera du même ordre de grandeur que celui utilisé pour la technique SSDS récupératif, on peut raisonnablement avancer que la technique SSDS récupératif permet une diminution de 75% de la quantité de matériaux nécessaire pour obtenir la puissance  $P_{\text{limite}}$  (ou 70% de  $P_{\text{limite}}$  en tenant compte du rendement).

Ajoutons à cela que plus la tension délivrée par le micro-générateur sera élevée, et moins bon sera le rendement du convertisseur chargé d'abaisser la tension à un niveau convenable pour l'alimentation d'un circuit électronique classique. Ceci signifie par exemple que dans le cas d'une application réaliste mettant en jeu un convertisseur DC-DC, la technique SSHI série sera peut être plus efficace que la technique SSHI parallèle, car elle fournit sa puissance maximale sous une tension plus faible.

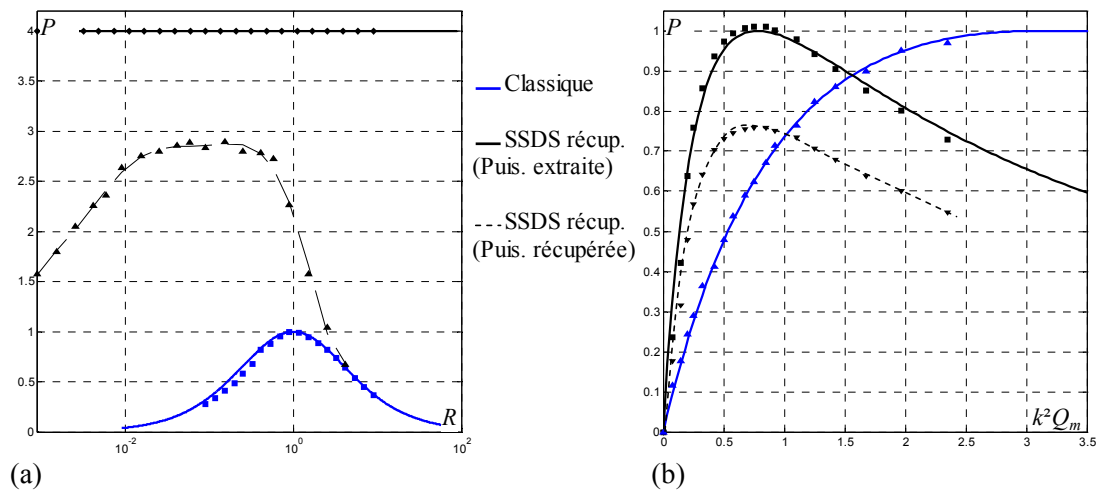


Figure 6-12 Puissance récupérée avec la technique SSDS récupératif: (a) à amplitude de vibration constante, (b) à la résonance, en fonction de  $k^2 Q_m$

## Chapitre 7

# Considérations sur la réalisation pratique d'un micro-générateur

Ce chapitre se rapporte à la réalisation pratique de micro-générateurs piézoélectriques utilisant les techniques de récupération d'énergie non linéaires présentées précédemment. Cette étude n'est pas exhaustive, nous nous limiterons à quelques points fondamentaux concernant le dimensionnement de la structure électromécanique et la réalisation de fonctions électroniques autoalimentées. Il s'agit d'optimiser le coefficient de couplage et le volume du micro-générateur, et d'assurer l'autoalimentation des circuits électroniques réalisant la détection des extrema, la commutation de la tension et l'adaptation du niveau de tension continue

### 7.1 Structure considérée

La structure électromécanique étudiée est représentée sur la [Figure 7-1](#). Il s'agit d'une poutre encastree à l'une de ses extrémités sur laquelle sont collés des patchs piézoélectriques. Afin de simplifier les calculs, les patchs sont disposés le plus près possible de l'encastrement, ce qui correspond *a fortiori* à la position optimale pour laquelle la déformation dans la poutre nue (sans patchs) est maximale.

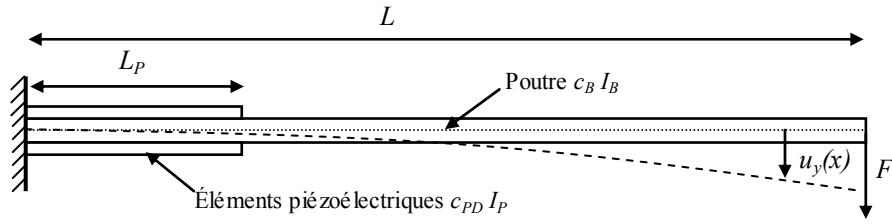


Figure 7-1 Structure étudiée

Lorsqu'elle vibre en régime sinusoïdal ou pseudo sinusoïdal autour de sa première fréquence de résonance, nous avons vu au Chapitre 2 que cette structure pouvait être modélisée par le système à constantes localisées représenté sur la [Figure 7-2](#).

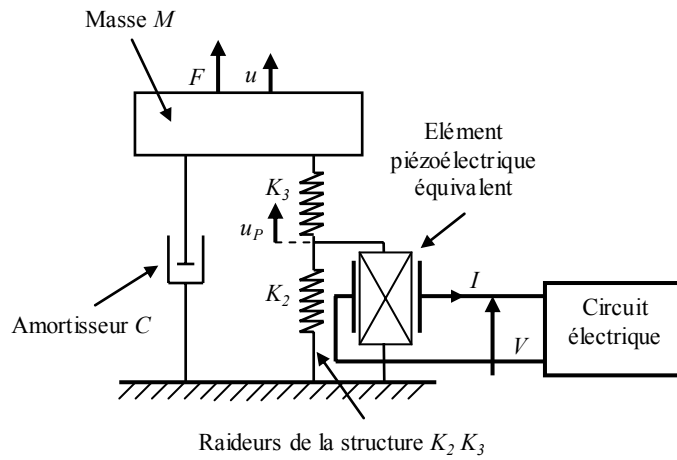


Figure 7-2 modèle de la structure

Nous utiliserons les mêmes notations qu'au Chapitre 2 pour les paramètres physiques et géométriques de la structure. Les expressions des paramètres du modèle sont données dans le paragraphe 2.5 du Chapitre 2, en prenant  $x_P=0$ . Dans ces conditions, les équations constitutives du modèle sont données par (7.1), (7.2) et (7.3).

$$F = M\ddot{u} + K_3(u - u_P) + C\dot{u} \quad (7.1)$$

$$K_3(u - u_P) = (K_2 + K_{PE})u_P + \alpha_P V \quad (7.2)$$

$$I = \alpha_P \dot{u}_P - C_{0P} \dot{V} \quad (7.3)$$

## 7.2 Optimisation du couplage

Le carré du coefficient de couplage électromécanique s'exprime par (7.4) en fonction des raideurs équivalentes  $K_D$  et  $K_E$  de la structure, respectivement en circuit ouvert et en court-circuit.

$$k^2 = 1 - \frac{K_E}{K_D} \quad (7.4)$$

$K_D$  et  $K_E$  peuvent s'exprimer respectivement en fonction de  $K_2$ ,  $K_3$  et  $K_{PD}$  et de  $K_2$ ,  $K_3$  et  $K_{PE}$ . Les expressions de  $K_2$ ,  $K_3$ ,  $K_{PD}$  et  $K_{PE}$  en fonction des caractéristiques physiques et géométriques de la structure électromécanique sont données par les équations (2.33) à (2.36). On peut alors obtenir l'expression de  $K_D$  et  $K_E$  en fonction de ces mêmes caractéristiques, comme le montre (7.5) et (7.6).

$$K_D = \frac{(K_2 + K_{PD})K_3}{K_2 + K_{PD} + K_3} = \frac{c_B I_B (c_B I_B + c_{PD} I_P)}{c_{PD} I_P (L - L_P)^3 + c_B I_B L^3} \quad (7.5)$$

$$K_E = \frac{(K_2 + K_{PD})K_3}{K_2 + K_{PD} + K_3} = \frac{c_B I_B (c_B I_B + c_{PE} I_P)}{c_{PE} I_P (L - L_P)^3 + c_B I_B L^3} \quad (7.6)$$

En substituant (7.5) et (7.6) dans (7.4), on obtient l'expression (7.7) du coefficient de couplage en fonction des caractéristiques physiques et géométriques de la structure.  $r_L$  et  $r_I$  sont définis dans (7.8) comme étant respectivement le rapport de la longueur des patchs piézoélectriques sur la longueur de la poutre et le rapport du moment quadratique des patchs sur le moment quadratique de la poutre. Le coefficient de couplage peut alors s'exprimer en fonction de  $r_L$ ,  $r_I$  et des raideurs des patchs et de la poutre, comme le montre (7.9).

$$k^2 = \frac{L_P I_P c_B I_B (3L^2 - 3LL_P + L_P^2)(c_{PD} - c_{PE})}{(c_B I_B + c_{PD} I_P)(c_{PE} I_P (L - L_P)^3 + c_B I_B L^3)} \quad (7.7)$$

$$r_L = \frac{L_P}{L} \text{ et } r_I = \frac{I_P}{I_B} \quad (7.8)$$

$$k^2 = \frac{r_L r_I c_B (3 - 3r_L + r_L^2)(c_{PD} - c_{PE})}{(c_B + r_I c_{PD})(c_B + r_I c_{PE}(1 - r_L)^3)} \quad (7.9)$$

On peut remarquer si  $r_L=1$  (bimorphe piézoélectrique) et si  $r_I$  est très supérieur au rapport de la raideur de la poutre sur la raideur des patchs, alors le coefficient de couplage de la structure est égal au coefficient de couplage du matériau piézoélectrique<sup>12</sup>, comme le montre (7.10). Ce résultat est très logique car dans ces conditions pratiquement toute l'énergie élastique de la structure est stockée dans le matériau piézoélectrique.

$$\begin{cases} r_L = 1 \\ r_I \gg \frac{c_B}{c_{PD}} \end{cases} \Rightarrow k^2 = \frac{c_{PD} - c_{PE}}{c_{PD}} = k_p^2 \quad (7.10)$$

L'étude des zéros de  $\partial k^2 / \partial r_I$  montre que pour un rapport  $r_L$  fixé, Il existe une valeur optimale de  $r_I$  qui maximise le coefficient de couplage. L'expression de  $r_{Iopt}$  est donnée par (7.11).

$$\frac{\partial k^2}{\partial r_I} = 0 \Rightarrow r_{Iopt} = \frac{c_B}{(1 - r_L)^{\frac{3}{2}} \sqrt{c_{PE} c_{PD}}} \quad (7.11)$$

<sup>12</sup> En mode 31 et en déformation plane

L'expression de  $r_I$  en fonction de l'épaisseur de la poutre  $e_B$  et de l'épaisseur des patchs  $e_P$  est donnée par (7.12). Ainsi, dans le cas d'une structure pour laquelle les matériaux ainsi que le rapport  $r_L$  sont fixés, la maximisation du couplage passe par l'optimisation du rapport de l'épaisseur des patchs par rapport à l'épaisseur de la poutre.

$$r_I = \left(1 + \frac{2e_P}{e_B}\right)^3 - 1 \quad (7.12)$$

La Figure 7-3 représente l'évolution du coefficient de couplage en fonction de  $r_L$  et  $r_I$ . Les valeurs de  $c_B$ ,  $c_{PE}$  et  $c_{PD}$  utilisées pour ce tracé correspondent aux matériaux utilisés au Chapitre 2 (acier et céramique P189). La courbe en rouge correspond à la valeur maximale du coefficient de couplage en fonction de  $r_L$ . Elle correspond à  $r_I = r_{Iopt}$ .

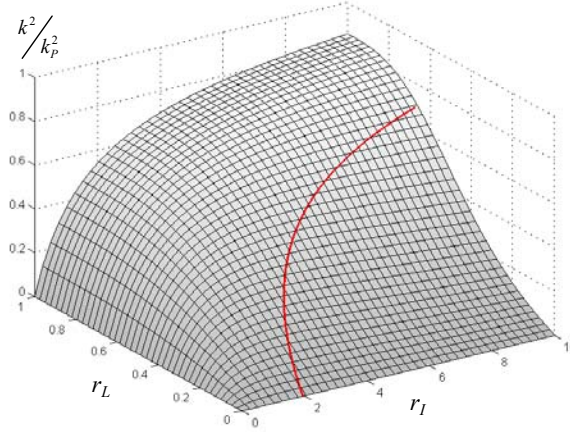


Figure 7-3 Evolution du coefficient de couplage en fonction de  $r_L$  et  $r_I$  – La courbe en rouge correspond à la valeur maximale du coefficient de couplage en fonction de  $r_L$

Pour cette étude, nous nous sommes placés dans le cas où les patchs sont collés tout contre l'encastrement. La prise en compte d'une distance  $x_P$  entre les patchs et l'encastrement ne présente pas de difficulté particulière, mais aboutie à des expressions analytiques plus lourdes. Ainsi, l'expression du coefficient de couplage lorsque  $x_P \neq 0$  est donnée par (7.13). On peut vérifier facilement que (7.13) est équivalent à (7.7) lorsque  $x_P = 0$ .

$$k^2 = \frac{L_P I_P c_B I_B (3L^2 - 3LL_P + L_P^2 - 6Lx_P + 3L_P x_P + 3x_P^2)(c_{PD} - c_{PE})}{(c_B I_B + c_{PD} I_P)(c_{PE} I_P (L - L_P)^3 + c_B I_B L^3 + 3c_{PE} I_P (2LL_P x_P - L_P^2 x_P - L_P x_P^2))} \quad (7.13)$$

La Figure 7-4 représente l'évolution du coefficient de couplage de la structure étudiée au Chapitre 2 en fonction de l'épaisseur des patchs piézoélectriques. Toutes les dimensions de la structure ainsi que les propriétés physiques des matériaux sont conservées, excepté  $e_P$  que l'on fait varier entre 0 et 2mm. Le coefficient de couplage est calculé à partir de (7.13). L'épaisseur optimale des patchs est de 0.5mm environ, et  $k^2$  atteint alors 3.7%. Pour  $e_P = 0.3$ mm, on retrouve bien le coefficient de couplage obtenu au Chapitre 2.

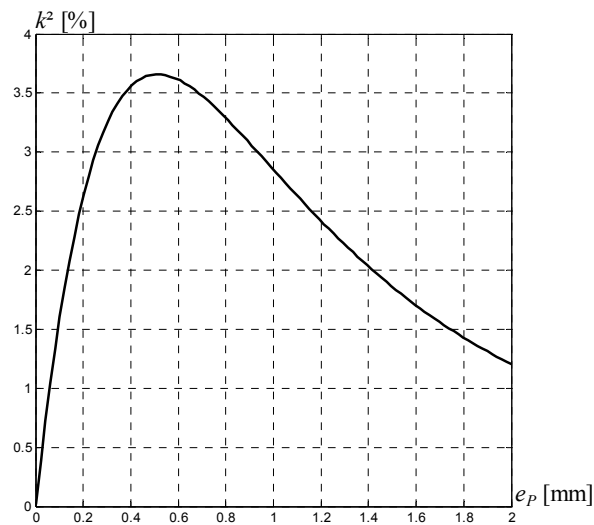


Figure 7-4 Evolution du coefficient de couplage de la structure étudiée au Chapitre 2 en fonction de l'épaisseur des patches piézoélectriques

## 7.3 Dimensionnement de la structure

### 7.3.1. Contrainte maximale dans les éléments piézoélectriques

Pour une amplitude de vibration donnée, la contrainte maximale dans les éléments piézoélectriques n'est pas la même suivant si on utilise ou non une technique de traitement non linéaire de la tension. En effet, comme on l'a vu au Chapitre 2, les techniques non linéaire de type SSD induisent des sauts de contrainte et de déformation qui augmentent l'amplitude des sollicitations dans le matériau piézoélectrique, comme on peut le voir sur la **Figure 7-5**, où  $T_{MCO}$  est la contrainte maximale dans les éléments piézoélectriques en circuit ouvert et  $T_{MSSDI}$  la contrainte maximale lorsqu'on utilise la technique SSDI.

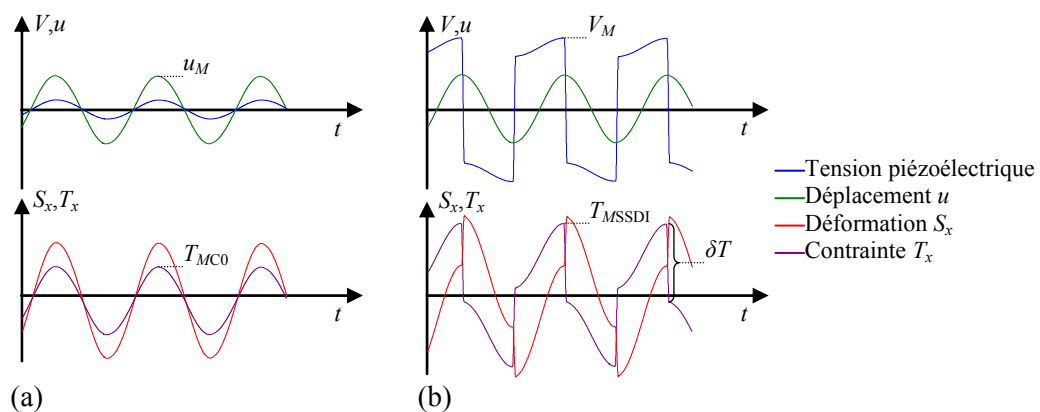


Figure 7-5 Allure de la contrainte et de la déformation : (a) en circuit ouvert, (b) en SSDI

### Pour des systèmes n'utilisant pas de dispositif non linéaire

Si on n'utilise aucun dispositif non linéaire, la déformation  $S_x$  dans les éléments piézoélectriques est directement proportionnelle au déplacement  $u$  de l'extrémité libre de la poutre. Pour une amplitude de vibration  $u_M$  donnée, la contrainte dans les éléments piézoélectriques est maximale en circuit ouvert. A partir de l'équation (2.26) du Chapitre 2, on obtient (7.14), qui donne  $S_x$  à la position  $(x,y)$ . La valeur maximale  $S_{MCO}$  de la déformation en circuit ouvert est obtenue au niveau de l'encastrement, sur la surface libre des patches piézoélectriques. L'expression de  $S_{MCO}$  est donnée par (7.15).

$$S_x = y \frac{L-x}{c_B I_B + c_{PD} I_P} K_D u \quad (7.14)$$

$$S_{MCO} = \frac{Lh}{c_B I_B + c_{PD} I_P} K_D u_M \text{ avec } h = \frac{e_B}{2} + e_P \quad (7.15)$$

En substituant l'expression (7.5) de  $K_D$  dans (7.15), on obtient l'expression (7.16) de  $S_{MCO}$  en fonction de  $u_M$  et des caractéristiques physiques et géométriques de la structure. L'expression de la contrainte maximale dans les éléments piézoélectriques en circuit ouvert  $T_{MCO}$  est alors donnée par (7.17).

$$S_{MCO} = \frac{3c_B I_B Lh}{c_{PD} I_P (L-L_P)^3 + c_B I_B L^3} u_M \quad (7.16)$$

$$T_{MCO} = \frac{3c_{PD} c_B I_B Lh}{c_{PD} I_P (L-L_P)^3 + c_B I_B L^3} u_M \quad (7.17)$$

Nous avons vu au Chapitre 2 que la contrainte dans les éléments piézoélectriques était proportionnelle à la force  $F_P$  exercée par l'élément piézoélectrique équivalent. L'expression de  $F_P$  est donnée par (7.18). La valeur maximale de  $F_P$  en circuit ouvert est donnée par (7.19) en fonctions des paramètres du modèle et par (7.20) en fonctions des caractéristiques physiques et géométriques de la structure. Le coefficient de proportionnalité  $\chi$  entre  $F_P$  et la contrainte dans les éléments piézoélectriques (pour  $x=0$  et  $y=h$ ) est obtenu à partir de (7.17) et (7.20). Son expression est donnée par (7.21).

$$F_P = K_{PE} u_P + \alpha_P V \quad (7.18)$$

$$F_{PMCO} = \frac{K_3 K_{PD}}{K_3 + K_2 + K_{PD}} u_M \quad (7.19)$$

$$F_{PMCO} = \frac{3c_B I_B c_{PD} I_P}{c_{PD} I_P (L-L_P)^3 + c_B I_B L^3} u_M \quad (7.20)$$

$$\chi = \frac{T_{MCO}}{F_{PMCO}} = \frac{Lh}{I_P} \quad (7.21)$$

### Pour des systèmes utilisant un système non linéaire de type SSD ou SSH

Nous cherchons à déterminer la variation  $\delta F_P$  de  $F_P$  lors du traitement non linéaire de la tension. A partir du coefficient de proportionnalité  $\chi$ , nous pourrions alors remonté au saut de contrainte  $\delta T$  et à la contrainte maximale.

L'expression du déplacement  $u_P$  de l'élément piézoélectrique équivalent est donnée par (7.22) en fonction du déplacement  $u$  et de la tension  $V$ . Soit  $\delta V$  et  $\delta u_P$  les variations de  $V$  et  $u_P$  pendant le traitement non linéaire. On suppose que le déplacement  $u$  est constant pendant les phases de commutation. L'expression de  $\delta u_P$  est alors donnée par (7.23).  $\delta F_P$  peut être obtenu à partir de (7.18) et (7.23). Son expression est donnée par (7.24) en fonction de  $\delta V$  et des paramètres du modèle.  $\delta F_P$  sera maximum lorsque l'on utilise une inductance d'inversion (on ne considère pas ici le cas des techniques SSDV). Soit  $V_M$  la tension avant inversion, l'expression de  $\delta F_P$  est alors donnée par (7.25).

$$u_P = \frac{K_3}{K_3 + K_2 + K_{PE}} u - \frac{\alpha_P}{K_3 + K_2 + K_{PE}} V \quad (7.22)$$

$$\delta u_P = -\frac{\alpha_P}{K_3 + K_2 + K_{PE}} \delta V \quad (7.23)$$

$$\delta F_P = K_{PE} \delta u_P + \alpha_P \delta V = \frac{\alpha_P (K_2 + K_3)}{K_3 + K_2 + K_{PE}} \delta V \quad (7.24)$$

$$\delta F_P = \frac{\alpha_P (K_2 + K_3)}{K_3 + K_2 + K_{PE}} V_M (1 + \gamma) \quad (7.25)$$

A amplitude de vibration donnée, la tension  $V_M$  sera maximum dans le cas de la technique SSDI. Son expression est alors donnée par (7.26), où  $\alpha$  et  $C_0$  sont des paramètres du modèle à constantes localisés simplifié (cf. Chapitre 2). En substituant (7.26) dans (7.25), on obtient l'expression (7.27) de  $\delta F_P$  en fonction de  $u_M$  et des paramètres du modèle.

$$V_M = \frac{2\alpha}{C_0} \frac{u_M}{1 - \gamma} = \frac{2\alpha_P K_3}{\alpha_P^2 + C_{0P} (K_2 + K_{PE} + K_3)} \frac{u_M}{1 - \gamma} \quad (7.26)$$

$$\delta F_P = \frac{2(K_{PD} - K_{PE})(K_2 + K_3)K_3}{(K_3 + K_2 + K_{PE})(K_2 + K_{PD} + K_3)} \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} u_M \quad (7.27)$$

$\delta F_P$  peut être exprimé par (7.28) en fonctions des caractéristiques physiques et géométriques de la structure, et on peut alors remonter à l'expression (7.29) du saut de contrainte  $\delta T$  par l'intermédiaire du coefficient de proportionnalité  $\chi$ .

$$\delta F_P = \frac{6c_B^2 I_B^2 L^3 (c_{PD} - c_{PE}) I_P}{\left( c_{PD} I_P (L - L_P)^3 + c_B I_B L^3 \right) \left( c_{PE} I_P (L - L_P)^3 + c_B I_B L^3 \right)} \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} u_M \quad (7.28)$$

$$\delta T = \frac{6c_B^2 I_B^2 (c_{PD} - c_{PE}) L^4 h}{\left( c_{PD} I_P (L - L_P)^3 + c_B I_B L^3 \right) \left( c_{PE} I_P (L - L_P)^3 + c_B I_B L^3 \right)} \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} u_M \quad (7.29)$$

Comme on peut le voir sur la Figure 7-5, la contrainte maximale  $T_{MSSDI}$  dans les éléments piézoélectriques est donnée par (7.30), ce qui conduit à l'expression (7.31) de  $T_{MSSDI}$  en fonctions de  $u_M$  et des caractéristiques physiques et géométriques de la structure.

$$T_{MSSDI} = T_{MCO} + \frac{\delta T}{2} \quad (7.30)$$



$$T_{MSSDI} = \frac{3c_{PD}c_B I_B L h}{c_{PD}I_P(L-L_P)^3 + c_B I_B L^3} u_M + \frac{3c_B^2 I_B^2 (c_{PD} - c_{PE}) L^4 h}{(c_{PD}I_P(L-L_P)^3 + c_B I_B L^3)(c_{PE}I_P(L-L_P)^3 + c_B I_B L^3)} \frac{1+\gamma}{1-\gamma} u_M \quad (7.31)$$

On appelle  $r_T$  le rapport de la contribution due aux non linéarités sur la contribution linéaire dans l'expression de  $T_{MSSDI}$ . L'expression de  $r_T$  est donnée par (7.32) en fonction des caractéristiques physiques et géométriques de la structure et par (7.33) en fonction de  $r_L$ ,  $r_I$  et des raideurs des patches et de la poutre.

$$r_T = \frac{c_B I_B (c_{PD} - c_{PE}) L^3}{c_{PD} (c_{PE} I_P (L - L_P)^3 + c_B I_B L^3)} \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \quad (7.32)$$

$$r_T = \frac{c_{PD} - c_{PE}}{c_{PD}} \frac{c_B}{(c_{PE} r_I (1 - r_L)^3 + c_B)} \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} = k_P^2 \frac{c_B}{(c_{PE} r_I (1 - r_L)^3 + c_B)} \frac{1 + \gamma}{1 - \gamma} \quad (7.33)$$

### Application numérique en récupération d'énergie

On considère la même structure que dans le Chapitre 2, excepté  $x_P$  qui est fixé à zéro. L'objectif est de calculer la flèche maximale admissible par la structure avant détérioration du matériau piézoélectrique lorsqu'on utilise respectivement la technique SSHI et la technique classique. Pour ces deux techniques nous considérons que la tension piézoélectrique est redressée, filtrée et qu'elle alimente une charge dont l'impédance d'entrée est égale à la résistance  $R_{opt}$  qui maximise la puissance.

On suppose qu'avec la technique classique, la contrainte maximale dans les éléments piézoélectriques est égale à la contrainte maximale en circuit ouvert (en réalité elle est très légèrement inférieure).

Nous avons vu au paragraphe 4.2.4. du Chapitre 4 qu'à amplitude de vibration constante, la tension maximale sur les éléments piézoélectriques est deux fois plus faible avec la technique SSHI qu'avec la technique SSDI. Le saut de contrainte est donc divisé par deux, et les expressions (7.31), (7.32) et (7.33) doivent être modifiées en conséquence.

Soit  $T_{lim}$  la contrainte maximale admissible avant rupture mécanique des éléments piézoélectriques, et  $E_{lim}$  le champ électrique maximum au-delà duquel le matériau piézoélectrique se dépolarise. Dans le cas de la céramique P189,  $T_{lim}$  est de l'ordre de 65MPa et  $E_{lim}$  est de l'ordre de 2kV/mm.

Supposons que la contrainte  $T_{lim}$  soit atteinte pour une flèche plus faible que le champ électrique  $E_{lim}$ . On peut alors calculer la flèche maximale admissible à partir de (7.17) et de (7.31). A partir des résultats du Chapitre 4, on peut alors déterminer la puissance maximale débitée par la structure avant détérioration pour chacune des deux techniques. On peut également calculer la tension maximale sur les éléments piézoélectriques et vérifier que le champ électrique est inférieur à  $E_{lim}$ . Les applications numériques sont résumées dans le **Tableau 7-1**. Pour la technique SSHI, on a pris  $\gamma=0.76$ . Le champ électrique est toujours inférieur à  $E_{lim}$ , donc il s'agit bien de la contrainte  $T_{lim}$  qui limite l'amplitude de la flèche maximale.

	Technique classique	Technique SSHI
Flèche maximale	5.19mm	3.22mm
puissance maximale	0.53W	1.57W
Tension maximale	118V	565V
Champ électrique maximal	395V/mm	1.88kV/mm

Tableau 7-1 Flèches et puissances limites pour les techniques classiques et SSHI

Ces résultats doivent être nuancés. La structure électromécanique étudiée ici a été réalisée pratiquement et la valeur expérimentale du carré de son coefficient de couplage est deux fois plus faible que sa valeur théorique de 3%. Cet écart est sans doute dû à la mauvaise qualité de l'encastrement expérimental, car les mesures du coefficient de couplage de la poutre libre (suspendue par des fils) se sont avérées en très bon accord avec les prédictions théoriques correspondantes.

Ainsi, les flèches maximales admissibles par le dispositif expérimental sont vraisemblablement proches de celles données dans le [Tableau 7-1](#), par contre les puissances maximales sont environ deux fois plus faibles.

Soit  $G_P$  le gain en puissance de la technique SSHI par rapport à la technique classique pour une même amplitude de vibration, et  $G_{Pr}$  le gain entre les puissances maximales récupérables avant détérioration. Le [Tableau 7-2](#) résume les expressions de  $G_P$  et de  $G_{Pr}$  ainsi que leur valeurs numériques.

	Expression	A.N.
Rapport $r_T$	$\frac{1}{2}$ (7.33)	0.61
Gain en puissance $G_P$	$\frac{2}{1-\gamma}$	7.7
Gain en puissance avant rupture $G_{Pr}$	$\frac{G_P}{(1+r_T)^2}$	3

Tableau 7-2 Gains en puissance de la technique SSHI par rapport à la technique classique

### 7.3.2. Énergie électromécanique maximale

Quelque soit le type de sollicitation mécanique (pulse, régime continu, *etc.*) et quelque soit la technique de récupération d'énergie utilisée, la puissance (ou l'énergie) récupérée est toujours proportionnelle à l'énergie électromécanique stockée dans la structure. Cette énergie est donnée par (7.34), où  $u_{M\max}$  correspond à la flèche maximale admissible par la structure.

$$E_{\max} = \frac{1}{2} K_D u_{M\max}^2 \quad (7.34)$$

A partir des résultats des Chapitres 4, 5 et 6, on peut déterminer  $E_{\max}$  en fonction de la technique de récupération d'énergie utilisée, du type de sollicitation, et des performances que l'on souhaite obtenir en terme de puissance ou d'énergie récupérée. Connaissant l'expression de  $u_{M\max}$  en fonction de  $T_{\lim}$  et de la technique utilisée, on peut alors exprimer  $E_{\max}$  en fonction de  $T_{\lim}$ , de la technique utilisée et des caractéristiques physique et géométriques de la structure.

### Technique classique de récupération d'énergie en régime sinusoïdal

Dans le cas de la technique classique, nous avons vu que la contrainte maximale dans les éléments piézoélectriques était reliée à la flèche par (7.17). L'expression de la flèche maximale  $u_{M\max}$  en fonction de  $T_{\lim}$  est donc donnée par (7.35). En substituant (7.35) dans (7.34), on obtient l'expression (7.36) de  $E_{\max}$  en fonction de  $T_{\lim}$  et des caractéristiques physiques et géométriques de la structure.

$$u_{M\max} = \frac{c_{PD}I_P(L-L_P)^3 + c_B I_B L^3}{c_{PD}c_B I_B L h} T_{\lim} \quad (7.35)$$

$$E_{\max} = \frac{3}{2} \frac{(c_B I_B + c_{PD} I_P) (c_{PD} I_P (L-L_P)^3 + c_B I_B L^3)}{h^2 L^2 c_{PD}^2 c_B I_B} T_{\lim}^2 \quad (7.36)$$

A partir des expressions (7.37) de  $I_P$  et  $I_B$ , on peut exprimer  $E_{\max}$  en fonction du volume  $\Omega_B$  de la poutre, des rapports  $r_L$  et  $r_I$ , ainsi que des raideurs et des épaisseurs des patches et de la poutre. L'expression de  $E_{\max}$  est alors donnée par (7.38).

$$I_P = \frac{2}{3} b \left( \left( \frac{e_B}{2} + e_P \right)^3 - \left( \frac{e_B}{2} \right)^3 \right) \text{ et } I_B = \frac{b e_B^3}{12} \quad (7.37)$$

$$E_{\max} = \frac{1}{2} V_B \left( \frac{e_B}{e_B + 2e_P} \right)^2 \frac{(c_B + r_I c_{PD}) (r_I c_{PD} (1-r_L)^3 + c_B)}{c_{PD}^2 c_B} T_{\lim}^2 \quad (7.38)$$

Lorsque tous les paramètres de (7.38) sont fixés, exceptées la longueur et la largeur de la poutre, le dimensionnement du micro-générateur revient à calculer la surface de la poutre. Le rapport de la longueur sur la largeur permettant alors de jouer sur la fréquence de résonance.

### Technique SSHI en régime sinusoïdal

Dans le cas de la technique SSHI, l'expression de la flèche maximale  $u_{M\max}$  en fonction de  $T_{\lim}$  est donnée par (7.39). L'expression de  $E_{\max}$  est alors donnée par (7.40).

$$u_{M\max} = \frac{c_{PD}I_P(L-L_P)^3 + c_B I_B L^3}{c_{PD}c_B I_B L h (1+r_T)} T_{\lim} \quad (7.39)$$

$$E_{\max} = \frac{1}{2} V_B \left( \frac{e_B}{e_B + 2e_P} \right)^2 \frac{(c_B + r_I c_{PD}) (r_I c_{PD} (1-r_L)^3 + c_B)}{c_{PD}^2 c_B (1+r_T)^2} T_{\lim}^2 \quad (7.40)$$

Dimensionner un micro-générateur utilisant la technique SSHI pour une énergie  $E_{\max}$  revient donc à dimensionner un micro-générateur utilisant la technique classique pour une énergie  $E_{\max}/(1+r_T)^2$ .

#### 7.3.3. Validité

Les paragraphes précédents ne prétendent pas fournir une méthode systématique de dimensionnement d'un micro-générateur, ne serait-ce que parce que les imperfections inévitables de l'encastrement entraînent des écarts significatifs entre les calculs théoriques et les mesures expérimentales.

Les développements théoriques proposés permettent cependant de mettre en évidence l'augmentation des niveaux de contrainte liés à l'utilisation des techniques non linéaires, et montrent concrètement la proportionnalité logique entre le niveau de puissance et le volume d'un micro-générateur.

## 7.4 Fonctions électroniques autoalimentées

### 7.4.1. Objectif

Dans le cadre d'application technologique des techniques de récupération d'énergie non linéaire, le développement d'un dispositif de commutation et d'un convertisseur DC-DC autoalimentés est nécessaire. Le dispositif de commutation permet le traitement non linéaire de la tension sur les éléments piézoélectriques. Le convertisseur DC-DC permet d'adapter l'impédance d'entrée du dispositif à alimenter à la charge optimale sur laquelle doit débiter le micro-générateur

#### Premier exemple : recharge d'une batterie en régime sinusoïdal entretenu

On considère la charge d'une batterie de tension  $V_B$  à l'aide d'un micro-générateur piézoélectrique mettant en œuvre la technique SSHI parallèle. Dans le cas d'une sollicitation sinusoïdale à amplitude de vibration constante, nous avons montré au paragraphe 4.2.4 du Chapitre 4 que le transfert de puissance était optimisé pour une tension redressée et filtrée  $V_{DCopt}$  correspondant à une charge résistive optimale  $R_{opt}$ . Dans l'application considérée ici, le micro-générateur n'alimente pas une résistance mais une batterie, par l'intermédiaire d'un convertisseur DC-DC, comme le montre la Figure 7-6. Le gain du convertisseur est ainsi choisi égal à  $V_B/V_{DCopt}$  de façon à maximiser le transfert de puissance.

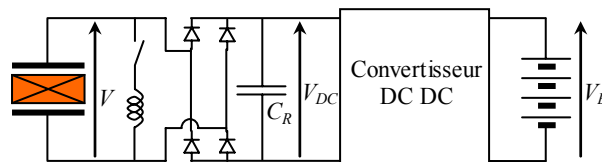


Figure 7-6 Récupération d'énergie sur une batterie

#### Deuxième exemple : récupération d'énergie sur un pulse et stockage basse tension

On considère un micro-générateur en régime pulsé avec stockage de l'énergie récupérée sur un condensateur  $C_R$ . Dans ces conditions, nous avons vu au Chapitre 5 qu'il existe une capacité de stockage optimale pour laquelle la récupération d'énergie est optimisée. Dans le cas de la technique SSHI parallèle, cette capacité optimale est relativement faible (typiquement quelques  $\mu F$ ), et le stockage de l'énergie se fait donc à tension élevée (typiquement une centaine de V). Un convertisseur DC-DC peut alors être utilisé pour transférer l'énergie de la capacité  $C_R$  optimale à une capacité plus élevée  $C_{BT}$ , afin d'aboutir à un stockage basse tension de l'énergie électrique. Un tel dispositif est représenté sur la Figure 7-7. Les circuits électroniques présentés dans les deux paragraphes suivants correspondent à ce dispositif et ont été réalisés dans le cadre d'un contrat avec un industriel.

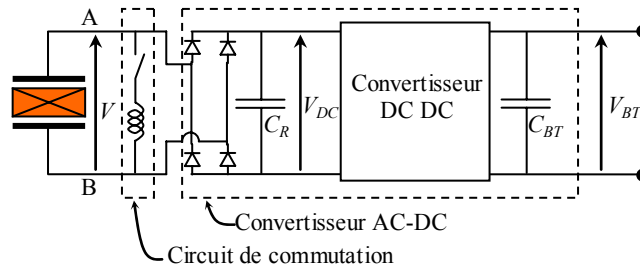
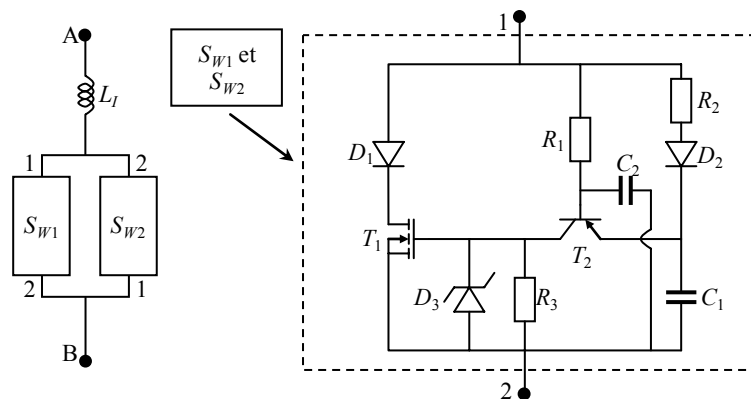


Figure 7-7 Récupération d'énergie et stockage basse tension

#### 7.4.2. Circuit électronique autoalimenté de commutation sur self

Le schéma du circuit électronique autoalimenté qui réalise les inversions de la tension aux bornes des éléments piézoélectriques est représenté sur la **Figure 7-8**. Ce dispositif peut être utilisé pour la récupération d'énergie (techniques SSHI série et parallèle) comme pour l'amortissement vibratoire (technique SSDI). Si on remplace la self  $L_I$  par un court-circuit, on obtient le circuit électronique autoalimenté correspondant aux techniques SSHS et SSDS.

Le dipôle [A,B] est connecté en parallèle avec les électrodes terminales des éléments piézoélectriques. Le fonctionnement du circuit des interrupteurs électroniques  $S_{W1}$  et  $S_{W2}$  représenté est assuré par l'énergie stockée dans le condensateur  $C_1$ . Tant que la tension  $V_{AB}$  délivrée par l'insert piézoélectrique demeure supérieure ou égale à la tension de  $C_1$ , la diode  $D_2$  est passante et charge  $C_1$  à travers la résistance  $R_2$  et l'inductance  $L_I$ . Lorsque la tension  $V_{AB}$  passe par un maximum, sa diminution juste après son maximum provoque la mise en conduction du transistor PNP  $T_2$ , dont la jonction base-émetteur se trouve alors polarisée en direct. La conduction de  $T_2$  provoque la mise en conduction de  $T_1$  : la charge stockée dans  $C_1$  est transférée via  $T_2$  dans la capacité de grille du transistor MOS-FET  $T_1$ . A ce moment, le dipôle [1,2] est équivalent à un interrupteur fermé, et le courant oscillant dû au circuit  $L_I C_0$  peut traverser  $D_1$  et  $T_1$ , tant qu'il est positif. Son annulation provoque le blocage de la diode  $D_1$ , c'est à dire l'ouverture de l'interrupteur [1,2].

Figure 7-8 Circuit SSHI et schéma des interrupteurs électroniques  $S_{W1}$  et  $S_{W2}$ .

La quantité de charge nécessaire au fonctionnement des interrupteurs  $S_{W1}$  et  $S_{W2}$  est reliée à la charge  $Q_G$  nécessaire à la mise en conduction de  $T_1$  (donnée constructeur). La valeur de  $C_1$  est

déterminée à partir de (7.41). L'excédent de charge en provenance de  $C_1$  s'écoule à travers la diode Zener  $D_3$ , qui limite la tension de grille à 15V.

$$C_1 (V_{AB})_{\max} \geq Q_G \quad (7.41)$$

La résistance  $R_2$  permet d'éviter d'éventuelles résonances entre  $L$  et  $C_1$ . Elle permet également de filtrer la tension  $V_{AB}$ . La fréquence de coupure du filtre  $R_2 C_1$  est choisie environ 15 fois supérieure à la fréquence de vibration mécanique, de manière à ne pas introduire trop de retard entre les variations de  $V_{CI}$  et celles de  $V_{AB}$ .

La résistance  $R_3$  contribue à la décharge de la capacité de grille  $C_G$  de  $T_1$ , qui permet au transistor de retrouver son état bloqué. La constante de temps  $R_3 C_G$  doit être comprise entre cinq fois la durée d'inversion  $t_i$  et un dixième de la période de vibration mécanique.

La Figure 7-9 représente une réalisation du circuit électronique avec des composants CMS (excepté pour  $T_1$ ). Cette photographie montre le très faible encombrant du circuit imprimé, qui rend très facile son intégration au sein d'une structure électromécanique.

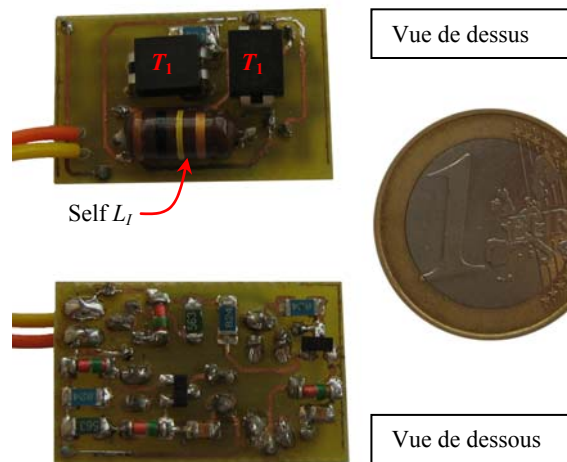


Figure 7-9 Photographie du circuit électronique de commutation

Un des paramètres critiques de la réalisation du circuit de commutation est le dimensionnement de l'inductance d'inversion  $L_I$ . La qualité de cette inductance joue sur le coefficient d'inversion  $\gamma$  qui a une influence cruciale sur les performances des techniques non linéaires. Il s'agit souvent de trouver un compromis entre la compacité de l'inductance et ses qualités électriques. Suivant la taille, le niveau de sollicitation et le couplage de la structure électromécanique, le courant traversant  $L_I$  pendant les phases d'inversion est parfois relativement élevé (quelques centaines de mA). Ceci peut entraîner la saturation du circuit magnétique de la self<sup>13</sup>, ce qui se traduit par des pertes lors de l'inversion électrique. Ainsi, la petite inductance utilisée sur le montage de la Figure 7-9 n'est pas adaptée à toutes les structures, et doit être réservée pour des systèmes pour lesquels le courant traversant le circuit de commutation n'est pas trop élevé.

<sup>13</sup> Pour une solution compacte, l'emploi de selfs à air (sans pertes par saturation magnétiques) n'est pas envisageable car leur taille est rédhibitoire.

### 7.4.3. Circuit électronique du convertisseur AC-DC

Le convertisseur représenté **Figure 7-10** est relié par ses bornes d'entrée (A) et (B) en parallèle avec le circuit SSHI et les électrodes terminales des éléments piézoélectriques. Son rôle est de passer d'un stockage haute tension sur faible capacité à un stockage faible tension sur forte capacité. Il correspond ainsi au convertisseur AC-DC de la **Figure 7-7**.

La tension maximale d'entrée peut atteindre 200V. Le cœur du circuit de ce convertisseur est une structure de type Flyback, commandée en boucle ouverte par un oscillateur à composants discrets. Cette solution rustique s'avère beaucoup moins gourmande en énergie que les circuits intégrés dédiés disponibles sur le marché.

La tension alternative d'entrée est redressée par les diodes  $D_4$  à  $D_7$ .  $C_3$  et  $C_4$  assurent le stockage intermédiaire d'énergie sous tension élevée (environ 100 V). Ces condensateurs forment un diviseur de tension qui permet d'alimenter le circuit oscillateur sous une tension variable entre 0 et 10V.

Le circuit oscillateur en question est constitué de l'ensemble  $[T_3, T_4, C_5, C_6, R_4, R_5, R_6, R_7]$ . Il délivre un train d'impulsions à la fréquence de 10 kHz avec un rapport cyclique de 10%. Ces paramètres sont déterminés par les valeurs des constantes de temps  $R_5C_5$  et  $R_6C_6$ .

$T_5$  et  $T_6$  permettent d'amplifier le signal de l'oscillateur pour attaquer la grille de  $T_7$ . La fermeture de  $T_7$  provoque l'alimentation de l'enroulement primaire du transformateur  $TR_1$ . Pendant cette phase, une partie de l'énergie prélevée sur  $C_3$  est renvoyée sur  $C_4$  via l'un des enroulements secondaires de  $TR_1$  et la diode  $D_8$ , ce qui permet de maintenir la tension d'alimentation de l'oscillateur à un niveau supérieur à 5V.

Lorsque  $T_7$  se bloque, l'énergie magnétique stockée dans  $TR_1$  est transférée au condensateur  $C_7$  de stockage basse tension (0 à 5V) par l'intermédiaire du deuxième secondaire de  $TR_1$  et de la diode  $D_9$ . Une diode Zener  $D_{10}$  assure la limitation de la tension de sortie à 5.1V.

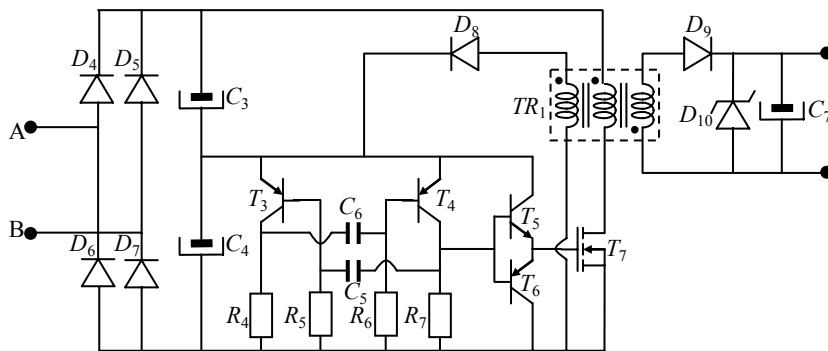


Figure 7-10 Convertisseur AC-DC abaisseur

Ce convertisseur AC-DC a été conçu pour une utilisation du micro-générateur en régime pulsé, mais il peut également être utilisé en régime sinusoïdal permanent, dans le cas de la recharge d'une batterie de tension  $V_B$ . Il suffit en effet de régler le rapport cyclique de l'oscillateur de façon à ce que le gain du convertisseur DC-DC soit égal à  $V_B/V_{DCopt}$ . Le rendement expérimental

de ce convertisseur est de 70% environ, ce résultat devrait sans doute pouvoir être amélioré en optimisant le choix des composants électroniques utilisés.

## 7.5 Conclusion

Les points à prendre en considération pour la réalisation d'un micro-générateur piézoélectrique concernent le dimensionnement du transducteur en lui-même, l'optimisation de la conversion électromécanique et la mise en forme de l'énergie électrique récupérée. La liste des questions à se poser et des problèmes à résoudre est vaste :

- Choix et dimensionnement de la structure vibrante (poutre, diapason, cymbale...)
- Choix du matériau actif (céramiques massives, matériaux composites, monocristaux...)
- Dimensionnement et positionnement des éléments piézoélectriques
- Choix de la technique de récupération d'énergie
- Dimensionnement de l'inductance d'inversion

Ces choix dépendent bien évidemment du niveau de puissance attendu, des caractéristiques électriques de la charge, du type de sollicitation, du coût de fabrication envisagé, de la place disponible, *etc.*

Les quelques développements présentés dans ce chapitre doivent être vus comme un point de départ au dimensionnement d'un micro-générateur. Les points abordés concernent l'optimisation du couplage électromécanique d'une structure de type poutre, ainsi que la réalisation de fonctions électroniques autoalimentées assurant le traitement non linéaire de la tension piézoélectrique et la mise en forme de la tension de sortie. Ces considérations ont permis le dimensionnement du prototype de micro-générateur que nous avons réalisé dans le cadre d'un contrat avec un industriel. Ce générateur autonome est susceptible d'alimenter un appareil électroménager de faible puissance et fonctionne en régime pulsé. A chaque impulsion, il délivre une énergie de 100mJ stockée sur un condensateur sous une tension de 3V. Le rendement global de la conversion, c'est-à-dire le rapport de l'énergie électrique utilisable (basse tension) sur l'énergie mécanique fournie, est de l'ordre de 50%. Pour cette application spécifique, ce rendement est trois fois supérieur à celui obtenu sans la mise en œuvre de la technique SSHI.





## Chapitre 8

# Généralisation aux signaux large bande

Nous avons étudié plusieurs dispositifs non linéaires d'amortissement vibratoire ou de récupération d'énergie. La stratégie de contrôle de tous ces dispositifs consiste à modifier brièvement les conditions électriques aux bornes des éléments piézoélectriques de façon synchrone avec la vibration. Pour des vibrations monomodales, on montre facilement que les cycles énergétiques correspondant au transfert de l'énergie mécanique en énergie électrique sont maximisés en opérant la tension à chaque extremum de déplacement. En régime sinusoïdal ou pseudo sinusoïdal, les extrema de déplacement correspondent également à des extrema de déformation dans les éléments piézoélectriques et donc à des extrema de tension.

Dans le cas de sollicitations large bande, la loi optimale de commande des éléments de commutation n'est plus aussi triviale. Les extrema de déformation et de déplacement ne coïncident plus forcément, et il peut s'avérer plus opportun d'opérer la tension uniquement sur certains extrema principaux choisis, plutôt que sur tous les extrema de déformation dans les patches piézoélectriques.

Comme nous le préciserons par la suite, l'énergie extraite de la structure lorsqu'on utilise les techniques SSD est proportionnelle à  $\sum V_k^2$ , où  $V_k$  est la tension piézoélectrique juste avant le  $k^{\text{ème}}$  traitement non linéaire de la tension. Ce chapitre propose une loi de contrôle des instants de commutation visant à maximiser  $\sum V_k^2$ . Cette maximisation n'est pas triviale, car l'évolution de la tension piézoélectrique à un instant donné est conditionnée par l'ensemble des commutations antérieures. La loi de contrôle proposée est basée sur une description probabiliste de la tension générée sur les éléments piézoélectriques. Elle s'adresse aussi bien à l'amortissement vibratoire qu'à la récupération d'énergie. Compte tenu du caractère large bande de la sollicitation mécanique envisagée, les techniques de récupération d'énergie les plus adaptées sont les techniques SSD récupératifs, puisqu'elles ne nécessitent pas d'adaptation d'impédance. Du

point de vue de la structure, ces techniques sont similaires aux techniques semi passives d'amortissement vibratoire SSD, ce qui simplifiera d'autant l'analyse proposée. Les résultats présentés dans ce chapitre sont l'objet d'une publication [67].

L'approche probabiliste proposée dans ce chapitre peut être vue comme une généralisation de la technique de contrôle originale consistant à opérer la tension sur chaque extrema de déformation. En réalité, il serait plus juste de dire que la technique de contrôle originale correspond au cas particulier de l'approche probabiliste appliquée à des signaux sinusoïdaux, comme nous le verrons plus loin.

## 8.1 Problématique

Dans le cas de sollicitations multimodales, la stratégie de contrôle consistant à opérer la tension piézoélectrique à chaque extremum de déformation n'est pas forcément optimale. Ceci est illustré sur la Figure 8-1, où intuitivement on sent bien que la stratégie de contrôle (b), qui permet de maximiser la tension sur les éléments piézoélectriques est plus efficace que la stratégie de contrôle originale (a). L'objectif de l'approche probabiliste présentée dans ce chapitre est d'aboutir à un algorithme de contrôle simple dont l'exécution amène la séquence de commutation (b).

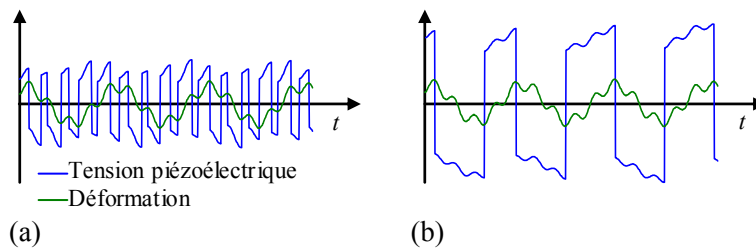


Figure 8-1 Deux stratégies de contrôle différentes : (a) stratégie originale, (b) stratégie *a priori* plus efficace

## 8.2 Modélisation

### 8.2.1. Modèle multimodal

Jusqu'à présent, nous avons considéré des structures vibrant en régime sinusoïdal ou pseudo sinusoïdal, pouvant ainsi être modélisées par un second ordre. Ce modèle n'est bien entendu pas adapté à des sollicitations large bande de structures multimodales.

Nous considérons une structure électromécanique excitée par une force  $F$ , sur laquelle sont collés des patches piézoélectriques connectés électriquement entre eux.  $C_0$  est la capacité bloquée des patches piézoélectriques,  $V$  est la tension piézoélectrique et  $I$  est le courant sortant des patches. Nous supposons que le mouvement de la structure vibrante peut être décomposé sur sa base modale. Ceci est une bonne approximation dans le cas de structures à faibles pertes visqueuses pour lesquelles les modes de résonances sont clairement distincts. Dans ces conditions, les variables spatiales et temporelles peuvent être séparées. Le déplacement de la structure peut

alors être écrit comme la sommation pour chaque mode du produit d'une coordonnée temporelle par la déformée modale. Ceci est résumé dans (8.1), où  $N$  correspond au nombre de modes considérés,  $\phi_j$  à la déformée du  $j^{\text{ème}}$  mode et  $r_j$  à la coordonnée temporelle du  $j^{\text{ème}}$  mode.  $\phi_j$  est normalisé de façon à ce que la valeur maximale de sa valeur absolue soit égale à 1. De cette façon,  $r_j$  correspond au déplacement maximal de la structure sur le  $j^{\text{ème}}$  mode.

$$u(x, y, z, t) = \sum_{j=1}^N \phi_j(x, y, z) r_j(t) \quad (8.1)$$

La structure électromécanique peut alors être modélisée par un système comportant  $N$  seconds ordres, correspondant chacun à un mode de résonance. Un tel système est représenté sur la Figure 8-2 et ses équations constitutives sont données par (8.2) et (8.3).

$$\forall j = 1..N \quad M_j \ddot{r}_j + K_j^E r_j + C_j \dot{r}_j + \alpha_j V = \beta_j F \quad (8.2)$$

$$I = \sum_{j=1}^N \alpha_j \dot{r}_j - C_0 \dot{V} \quad (8.3)$$

$M_j$  est la  $j^{\text{ème}}$  masse dynamique du système. Elle est déterminée de façon à ce que l'énergie cinétique associée au  $j^{\text{ème}}$  oscillateur électromécanique soit égale à l'énergie cinétique de la structure sur son  $j^{\text{ème}}$  mode.

$K_j^E$  est la  $j^{\text{ème}}$  raideur du système en court-circuit. Elle est déterminée de façon à ce que l'énergie élastique associée au  $j^{\text{ème}}$  oscillateur électromécanique en court-circuit soit égale à l'énergie élastique de la structure en court-circuit sur son  $j^{\text{ème}}$  mode.

$\alpha_j$  est le  $j^{\text{ème}}$  coefficient piézoélectrique macroscopique de la structure. Il est déterminé de façon à ce que le coefficient de couplage  $k_j$  du  $j^{\text{ème}}$  oscillateur électromécanique corresponde au coefficient de couplage de la structure sur son  $j^{\text{ème}}$  mode.

$C_j$  est le  $j^{\text{ème}}$  amortisseur de la structure. Il est déterminé de façon à ce que le facteur de qualité mécanique  $Q_{mj}$  du  $j^{\text{ème}}$  oscillateur électromécanique corresponde au facteur de qualité de la structure sur son  $j^{\text{ème}}$  mode.

$\beta_j$  est le  $j^{\text{ème}}$  coefficient d'application de la force. Il est déterminé de façon à ce que l'énergie fournie au  $j^{\text{ème}}$  oscillateur électromécanique corresponde à l'énergie fournie à la structure sur son  $j^{\text{ème}}$  mode.

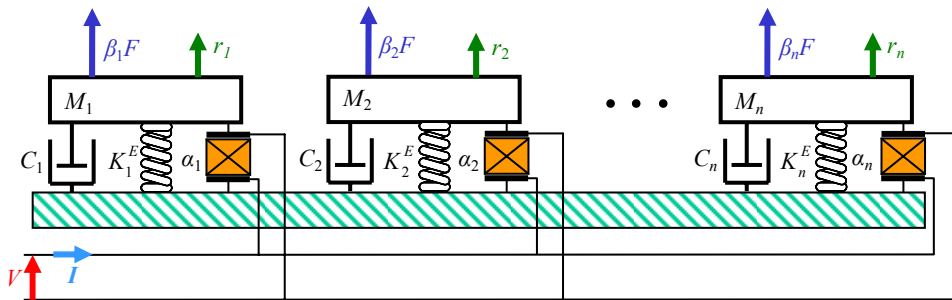


Figure 8-2 Modèle multimodal

Par analogie avec le modèle monomodal utilisé précédemment, on obtient la  $j^{\text{ème}}$  raideur du système en circuit ouvert  $K_j^D$  à partir de  $K_j^E$ ,  $\alpha_j$  et  $C_0$ , comme le montre (8.4).

$$K_j^D = K_j^E + \frac{\alpha_j^2}{C_0} \quad (8.4)$$

La  $j^{\text{ème}}$  pulsation de résonance en circuit ouvert  $\omega_j^D$  est alors donnée par (8.5) et la  $j^{\text{ème}}$  pulsation de résonance en court-circuit  $\omega_j^E$  par (8.6).

$$\omega_j^D = \sqrt{\frac{K_j^D}{M_j}} \quad (8.5)$$

$$\omega_j^E = \sqrt{\frac{K_j^E}{M_j}} \quad (8.6)$$

Toujours par analogie avec le modèle monomodal utilisé précédemment, l'expression du  $j^{\text{ème}}$  coefficient de couplage est donnée par (8.7) et celle du  $j^{\text{ème}}$  facteur de qualité par (8.8).

$$k_j^2 = \frac{\alpha_j^2}{K_j^D C_0} \quad (8.7)$$

$$Q_{mj} = \frac{K_j^D}{C_j \omega_j^D} \quad (8.8)$$

Si la  $j^{\text{ème}}$  déformée est normalisée de façon à ce que  $r_j$  corresponde au déplacement maximal de la structure sur son  $j^{\text{ème}}$  mode alors  $\beta_j$  est donnée par (8.9), où  $(x_F, y_F, z_F)$  sont les coordonnées du point d'application de la force.

$$\beta_j = \phi_j(x_F, y_F, z_F) \quad (8.9)$$

A partir d'un dispositif expérimental, les paramètres du modèle multimodal peuvent être identifiés en suivant pour chaque mode une procédure similaire à celle décrite au Chapitre 2, paragraphe 2.8. Pour chaque mode, les mesures à effectuer sont résumées dans le **Tableau 8-1**.

---

$f_j^D$	Fréquence de résonance en circuit ouvert (Hz)
$f_j^E$	Fréquence de résonance en court-circuit (Hz)
$Q_{mj}$	Facteur de qualité mécanique
$\lambda_j$	Coefficient de proportionnalité entre la tension $V$ et le déplacement maximal $r_j$ (V/m)
$\beta_j$	Coefficient d'application de la force (rapport du déplacement au point d'application de la force sur le déplacement maximal $r_j$ )

---

Tableau 8-1 Mesures nécessaires à l'identification du modèle pour le  $j^{\text{ème}}$  mode

Les équations (8.10) à (8.13) donnent les relations entre ces mesures et les paramètres du modèle. Cette méthode permet d'obtenir très rapidement un modèle multimodal cohérent avec

la structure électromécanique réelle : mêmes fréquences de résonances, mêmes coefficients de couplages, mêmes facteurs de qualité mécanique, même énergie interne et même distribution modale de cette énergie.

$$\alpha_j = \lambda_j C_0 \quad (8.10)$$

$$K_j^E = \alpha_j \lambda_j \frac{(f_j^D)^2}{(f_j^D)^2 - (f_j^E)^2} \quad (8.11)$$

$$M_j = \frac{K_j^E}{4\pi^2 (f_j^E)^2} \quad (8.12)$$

$$C_j = \frac{2\pi M_j f_j^D}{Q_{mj}} \quad (8.13)$$

En circuit ouvert, la tension sur les éléments piézoélectriques est donnée par (8.14). On peut ainsi considérer que  $\sum_{j=1}^N \alpha_j r_j$  est une image de la déformation moyenne dans les éléments piézoélectriques. Cette grandeur sera particulièrement utile pour l'étude probabiliste de la tension sur les éléments piézoélectriques.

$$V = \frac{1}{C_0} \sum_{j=1}^N \alpha_j r_j \quad (8.14)$$

### 8.2.2. Analyse énergétique

On considère qu'un circuit électrique est connecté aux éléments piézoélectriques. Ce circuit peut soit être utilisé pour récupérer de l'énergie, soit pour amortir la structure électromécanique, soit les deux simultanément. Le bilan énergétique de la structure correspond à la sommation des  $N$  équations énergétiques obtenues en multipliant chacun des termes de l'équation (8.2) par la dérivée temporelle de  $r_j$  et en intégrant par rapport au temps. L'énergie fournie  $E_F$  se répartie en énergie mécanique  $E_M$ , en pertes visqueuses  $E_D$  et en énergie transférée  $E_T$ . Les expressions de ces énergies sont données dans le [Tableau 8-2](#).

$$E_F = E_M + E_D + E_T \quad (8.15)$$

L'énergie transférée correspond à la part d'énergie mécanique convertie en énergie électrique. On cherche *a priori* à maximiser cette énergie, soit sans autre but que de la dégrader dans le cas de l'amortissement vibratoire, soit pour alimenter un circuit électrique dans le cas de la récupération d'énergie. Si l'on considère que la moyenne temporelle de l'énergie électrostatique sur les éléments piézoélectriques est constante, alors maximiser l'énergie transférée revient à maximiser la consommation du dispositif électrique connecté aux patchs piézoélectriques.

Il semble donc que la récupération d'énergie, tout comme l'amortissement vibratoire puissent tirer bénéfice d'une loi de contrôle des instants de commutation ayant pour objectif de maximiser la puissance électrique débitée par les éléments piézoélectriques.

Energie fournie	$E_F = \sum_{j=1}^N \beta_j \int_0^t F \dot{r}_j dt$
Energie mécanique	$E_M = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N M_j \dot{r}_j^2 + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N K_j^E r_j^2$
Pertes visqueuses	$E_D = \sum_{j=1}^N C_j \int_0^t \dot{r}_j^2 dt$
Energie transférée	$E_T = \sum_{j=1}^N \alpha_j \int_0^t \dot{r}_j V dt = \frac{1}{2} C_0 V^2 + \int_0^t V I dt$

Tableau 8-2 Termes énergétiques

### 8.3 Différentes approches multimodales

Dans ce paragraphe, nous présentons deux lois de contrôle multimodales s'adressant aux techniques SSD développées au LGEF. La première loi de contrôle a été proposée par [Corr et Clark \[68\]](#). Cette approche s'adresse uniquement à l'amortissement vibratoire semi passif SSD et est basée sur l'idée d'assurer une énergie transférée positive pour une sélection de modes à contrôler. La deuxième loi de contrôle est une approche probabiliste originale, dont l'objectif est de maximiser les cycles de conversion énergétiques. Cette approche s'adresse aux techniques SSD d'amortissement semi passif et aux techniques de récupération d'énergie SSD récupératif.

#### 8.3.1. Loi de contrôle par sélection de modes (LCSM)

L'équation (8.16) est l'expression de la puissance transférée pour l'ensemble des modes de la structure électromécanique. Si  $M$  est l'ensemble des modes que l'on désire contrôler, alors la puissance transférée pour ces modes particuliers est donnée par (8.17). La loi de contrôle proposée par Corr et Clark consiste à inverser la tension (SSDI) ou à la ramener à zéro (SSDS) à chaque fois que  $\sum_{j \in M} \alpha_j r_j$  change de signe, de façon à ce que  $P_{TM}$  reste toujours positif.

$$P_T = \sum_{j=1}^N \alpha_j \dot{r}_j V \quad (8.16)$$

$$P_{TM} = \sum_{j \in M} \alpha_j \dot{r}_j V \quad (8.17)$$

Cette technique nécessite des dispositifs de filtrage évolués, de façon à pouvoir extraire les informations concernant les modes sélectionnés. Ces dispositifs entraînent inévitablement des délais qui conduisent nécessairement à une perte d'efficacité.

Remarquons que puisque  $\sum_{j=1}^N \alpha_j r_j$  correspond à la déformation moyenne dans les éléments piézoélectriques, alors contrôler les  $N$  modes revient à opérer la tension à chaque extremum de déformation. Ceci correspond à la stratégie de contrôle utilisée jusqu'ici.

### 8.3.2. Loi de contrôle probabiliste (LCP)

Cette approche s'adresse aussi bien aux techniques SSD d'amortissement semi passif qu'aux techniques de récupération d'énergie SSD récupératif. Elle consiste à maximiser l'énergie débitée par les éléments piézoélectriques en ne prenant en compte aucune information relative aux différents modes de la structure. La consommation des dispositifs SSD est toujours nulle, excepté pendant les phases où la tension est inversée ou ramenée à zéro.

Soit  $V_k$  la tension piézoélectrique juste avant la  $k^{\text{ème}}$  opération non linéaire sur la tension. Le **Tableau 8-3** résume l'expression des énergies absorbées et récupérées en fonction des techniques envisagées. Pour les techniques SSD récupératifs,  $\eta_E$  correspond au rendement du système d'extraction des charges électriques.

Il apparaît donc clairement que l'optimisation des techniques SSD passe par la maximisation de la somme des carrés de la tension piézoélectrique avant chaque commutation. L'objectif de la loi de contrôle probabiliste est ainsi d'aboutir à la séquence de commutation qui maximise  $\sum V_k^2$ .

Technique utilisée	Energie absorbée	Energie récupérée
SSDS	$\frac{1}{2} C_0 \sum_k V_k^2$	0
SSDI	$\frac{1}{2} C_0 \sum_k V_k^2 (1 - \gamma^2)$	0
SSDS récupératif	$\frac{1}{2} C_0 \sum_k V_k^2$	$\frac{1}{2} \eta_E C_0 \sum_k V_k^2$
SSDI récupératif	$\frac{1}{2} C_0 \sum_k V_k^2 (1 - x^2 \gamma^2)$	$\frac{1}{2} \eta_E C_0 \sum_k V_k^2 (1 - x^2)$

Tableau 8-3 Energies absorbées par le dispositif de commutation et énergies récupérées pour les différentes techniques

La loi de contrôle probabiliste est basée sur l'idée de laisser la tension piézoélectrique atteindre une valeur  $v_{\min}$  significative mais statistiquement probable avant d'autoriser l'inversion ou le forçage à zéro de la tension. Puisque la puissance extraite s'annule quand la dérivée temporelle de la déformation dans les éléments piézoélectriques passe par zéro, l'énergie extraite atteint un extremum local à chaque extremum de déformation. Comme les extrema de déformation et de tension coïncident, les instants de commutation seront définis par  $V^2 > v_{\min}^2$  et  $V^2$  atteint un maximum.

La tension piézoélectrique est une fonction continue par morceaux. Son évolution temporelle entre deux instants de commutation est donnée par (8.18), où  $t_k$  et  $t_{k+1}$  sont deux instants consécutifs de commutation,  $-iV_k$  la tension après le  $k^{\text{ème}}$  traitement non linéaire de la tension et  $r_{jk}$  la valeur de la  $j^{\text{ème}}$  coordonnée temporelle du déplacement à l'instant  $t_k$ . La valeur de  $i$  vaut 0 dans le cas des techniques SSDS et SSDS récupératif,  $\gamma$  dans le cas de la technique SSDI et  $x\gamma$  dans le cas de la technique SSDI récupératif.

$$\text{Pour } t \in [t_k, t_{k+1}] \quad V(t) = -iV_k + \frac{1}{C_0} \sum_{j=1}^N \alpha_j (r_j(t) - r_{jk}) \quad (8.18)$$



Après la  $k^{\text{ème}}$  commutation,  $V^2$  peut être considérée comme une fonction continue, dont la fonction de répartition est définie par (8.19).  $v_{\min}$  est définie après chaque instant de commutation de façon à ce que la probabilité d'observer  $V^2 > v_{\min}^2$  soit égale à  $P_{SW}$ , où  $P_{SW}$  est une probabilité fixée par l'utilisateur, soit de manière arbitraire, soit de manière évolutive en fonction du type de sollicitations subies par la structure. Ceci est résumé dans (8.20), où l'on voit que  $v_{\min}$  peut être déterminée à partir de la fonction de répartition. La Figure 8-3 donne une représentation graphique de l'équation (8.20).

$$F_{V^2}(v^2) = P[V^2 \leq v^2] \quad (8.19)$$

$$P[V^2 > v_{\min}^2] = P_{SW} = 1 - F_{V^2}(v_{\min}^2) \quad (8.20)$$

Le point critique de cette approche consiste à estimer correctement la fonction de répartition de la tension piézoélectrique après chaque commutation. A partir de cette estimation, il est alors aisé de déterminer  $v_{\min}$ .

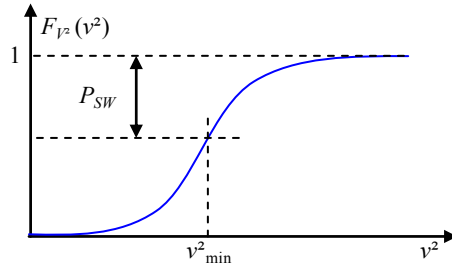


Figure 8-3 Détermination de  $v_{\min}$

On suppose que la fonction de répartition de la déformation dans les éléments piézoélectriques est une fonction à faible variation temporelle pendant un temps d'observation  $T_{es}$ . Ceci se justifie dans le cas où  $T_{es}$  n'excède pas quelques périodes de la plus basse fréquence de résonance de la structure. L'évolution de la tension après le  $k^{\text{ème}}$  instant de commutation peut alors être estimée en utilisant (8.21), où l'on considère que l'évolution de la déformation dans les éléments piézoélectriques pendant le temps  $T_{es}$  après la commutation sera similaire à son évolution pendant le temps  $T_{es}$  avant la commutation.

$$V_{es}(t^+) = -tV_k + \frac{1}{C_0} \sum_{j=1}^N \alpha_j (r_j(t^-) - r_{jk}) \text{ avec } \begin{cases} t^+ \in [t_k, t_k + T_{es}] \text{ (future)} \\ t^- \in [t_k - T_{es}, t_k] \text{ (passé)} \end{cases} \quad (8.21)$$

On suppose alors logiquement que la fonction de répartition de la tension piézoélectrique après le  $k^{\text{ème}}$  instant de commutation est presque égale à celle de la tension piézoélectrique estimée, laquelle peut facilement être déduite de la tension estimée, comme le montre (8.22), où  $t_{V_{es}^2 \leq v_{es}^2}$  correspond au temps cumulé où  $V_{es}^2 \leq v_{es}^2$ .  $v_{\min}$  est alors calculé à partir de cette fonction de répartition estimée. La procédure d'estimation de la tension est illustrée sur la Figure 8-4.

$$F_{V^2}(v^2) \approx F_{V_{es}^2}(v_{es}^2) = P[V_{es}^2 \leq v_{es}^2] = \frac{t_{V_{es}^2 \leq v_{es}^2}}{T_{es}} \quad (8.22)$$

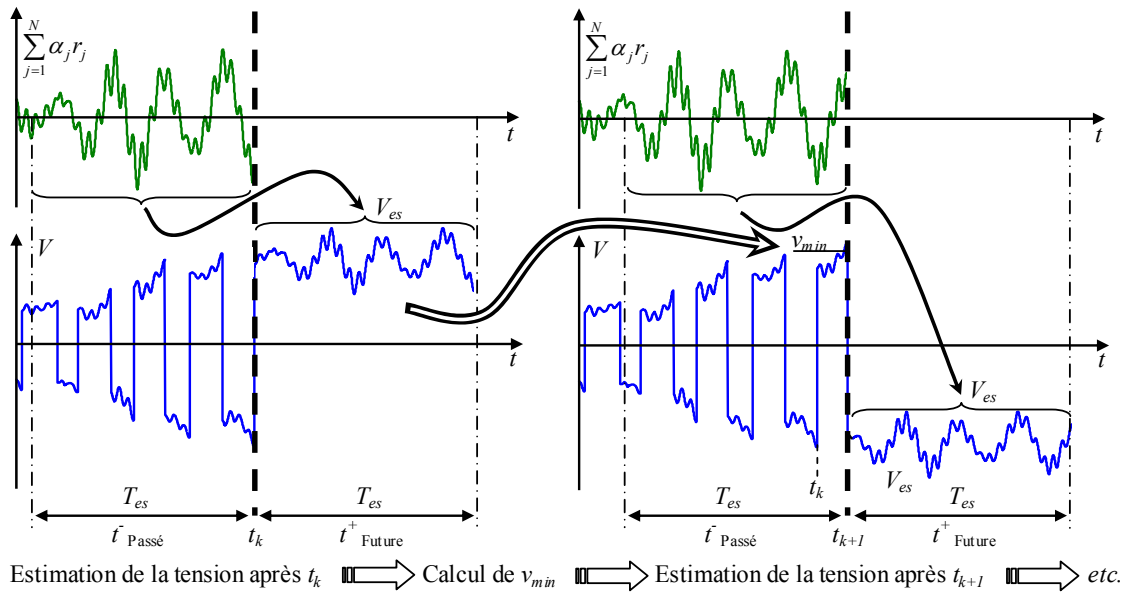


Figure 8-4 Estimation de la tension après un instant de commutation

En pratique, l'estimation de la tension piézoélectrique peut se faire à partir d'un élément piézoélectrique additionnel, placé dans la même zone que les éléments piézoélectriques utilisés pour l'amortissement vibratoire ou la récupération d'énergie. Cet élément piézoélectrique est utilisé comme capteur de déformation et doit avoir les mêmes caractéristiques et la même épaisseur que les autres patches. Dans ces conditions, la tension  $V_S$  à ses bornes est égale à la tension à vide sur les autres patches et est donnée par (8.23). La tension piézoélectrique après la  $k^{\text{ème}}$  commutation peut alors être estimée à partir d'un enregistrement de la tension  $V_S$  sur un horizon temporel  $T_{es}$  avant la  $k^{\text{ème}}$  commutation, comme le montre (8.24), où  $V_{Sk}$  est la tension sur le capteur à l'instant  $t_k$ . Il est clair que les équations (8.21) et (8.24) sont parfaitement équivalentes.

$$V_S = \frac{1}{C_0} \sum_{j=1}^N \alpha_j r_j \quad (8.23)$$

$$V_{es}(t^+) = -tV_k + V_S(t^-) - V_{Sk} \quad (8.24)$$

Remarquons que cette technique ne nécessite aucun dispositif de filtrage et qu'elle peut être facilement implémentée, puisque pour être mise en œuvre, elle ne nécessite que la connaissance de la tension piézoélectrique  $V$  et de la tension  $V_S$  sur l'élément piézoélectrique capteur.

### 8.3.3. Loi de contrôle probabiliste en régime sinusoïdal

Dans le cas d'une sollicitation monomodale entraînant une vibration sinusoïdale de la structure, la LCP conduit à effectuer le traitement non linéaire de la tension à chaque extrema de déformation, quelque soit la valeur de  $P_{SW} > 0^{14}$ . Ceci est illustré sur la **Figure 8-5**. La stratégie de contrôle utilisée dans les chapitres précédents apparaît donc comme un cas particulier de la LCP.

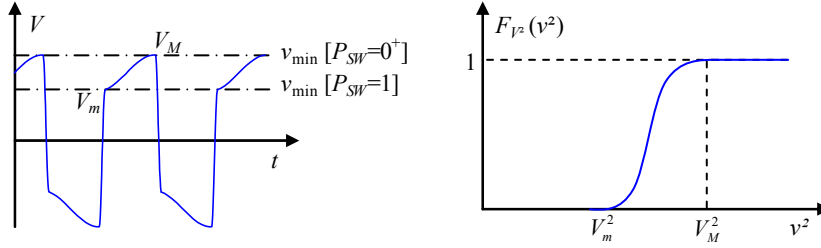


Figure 8-5 Approche probabiliste en régime sinusoïdal

## 8.4 Critères d'optimisation

Afin de comparer l'efficacité des deux approches multimodales présentées précédemment, nous utiliserons plusieurs critères permettant de caractériser l'efficacité de ces approches en terme d'amortissement vibratoire et de récupération d'énergie.

### 8.4.1. Cas de l'amortissement vibratoire

L'amortissement vibratoire engendré par chacune des lois de contrôle multimodales sera évalué à partir de deux critères. Le premier est relatif au déplacement de la structure. On considère la double intégrale spatiale et temporelle  $I_u$  du carré du déplacement. Cette intégrale peut s'exprimer en fonction des coordonnées temporelles du déplacement et des déformées modales, comme le montre (8.25), où  $\Omega$  représente le volume de la structure. Soit  $\Phi_j^2$  l'intégrale volumique du carré de la déformée associée au  $j^{\text{ème}}$  mode,  $I_u$  peut alors être exprimé comme la somme des intégrales temporelles du carré des coordonnées temporelles du déplacement pondérées par  $\Phi_j^2$ , comme le montre (8.26). Dans le cas d'une poutre en vibration,  $\Phi_j^2=1$  quelque soit le mode de vibration considéré, ce qui simplifie encore l'expression de  $I_u$ .

$$I_u = \int_0^t \iiint_{\Omega} u(x, y, z, t)^2 d\Omega dt = \sum_{i=1}^N \int_0^t r_j(t)^2 dt \iiint_{\Omega} \phi_j(x, y, z)^2 d\Omega \quad (8.25)$$

$$I_u = \sum_{i=1}^N \Phi_j^2 \int_0^t r_j(t)^2 dt \quad (8.26)$$

<sup>14</sup> Pour  $P_{SW}=0$ ,  $v_{\min}$  est choisi de façon à ce que la probabilité d'avoir  $V^2 \geq v_{\min}^2$  soit nulle, donc le dispositif ne commute jamais et les éléments piézoélectriques sont toujours en circuit ouvert.

L'amortissement relatif au déplacement est défini comme le rapport de l'intégrale  $I_u$  en utilisant une technique SSD sur l'intégrale  $I_u$  en circuit ouvert (CO). Son expression en dB est donnée par (8.27).

$$A_u = 10 \log \left( \frac{(I_u)_{\text{SSD}}}{(I_u)_{\text{CO}}} \right) \quad (8.27)$$

Le second critère est un critère énergétique. On considère cette fois l'intégrale temporelle  $I_E$  de l'énergie mécanique dans la structure, dont l'expression est donnée par (8.28). L'amortissement énergétique est défini comme le rapport de l'intégrale  $I_E$  en utilisant une technique SSD sur l'intégrale  $I_E$  en circuit ouvert. Son expression en dB est donnée par (8.29).

$$I_E = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^N \left[ M_j \int_0^t \dot{r}_j^2 dt + K_j^E \int_0^t r_j^2 dt \right] \quad (8.28)$$

$$A_E = 10 \log \left( \frac{(I_E)_{\text{SSD}}}{(I_E)_{\text{CO}}} \right) \quad (8.29)$$

#### 8.4.2. Cas de la récupération d'énergie

Dans le cas de la récupération d'énergie, on cherche simplement à maximiser l'énergie récupérée, dont l'expression est donnée par (8.30), avec  $x=0$  dans le cas de la technique SSDS récupératif.

$$E_U = \frac{1}{2} \eta_E C_0 \sum_k V_k^2 (1 - x^2) \quad (8.30)$$

## 8.5 Simulations

### 8.5.1. Modélisation d'une poutre

On considère une poutre équipée de patches piézoélectriques, similaire aux dispositifs expérimentaux présentés dans les chapitres précédents. Elle est représentée sur la Figure 8-6 et ses caractéristiques sont résumées dans le Tableau 8-4.

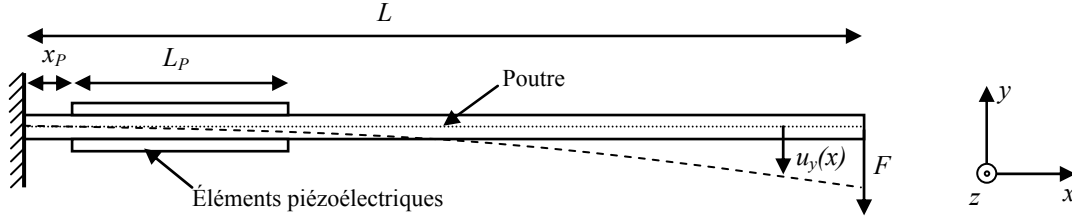


Figure 8-6 Poutre vibrante équipée de patches piézoélectriques

Largeur de la structure	$b$
Longueur de la poutre	$L$
Volume de la poutre	$\Omega_B$
Densité de la poutre	$\rho_B$
Raideur de la poutre	$c_B$
Longueur des éléments piézo	$L_p$
Epaisseur des éléments piézo	$e_p$
Volume des éléments piézo	$\Omega_p$
Densité des éléments piézo	$\rho_p$
Raideur des éléments piézo en court-circuit	$c_{PE}$
Raideur des éléments piézo en circuit ouvert	$c_{PD}$
Permittivité des éléments piézo à déformation nulle	$\epsilon^S$
Coefficient piézoélectrique	$e$

Tableau 8-4 Caractéristiques de la structure

On adopte les hypothèses suivantes :

- (iv) Les déformations suivant  $z$  sont nulles (déformation plane)
- (v) Les hypothèses d'Euler-Bernouilli pour les poutres en flexion sont respectées
- (vi) Le champ électrique est dirigé suivant  $y$  et est identique dans tout le matériau piézoélectrique

Dans ces conditions, les relations entre les grandeurs mécaniques et électriques dans le matériau piézoélectrique sont données par le système (8.31). On rappelle que  $c_{PE}$  peut se calculer en fonction des caractéristiques du matériau piézoélectrique à partir de l'équation (2.18) du Chapitre 2. Le coefficient piézoélectrique  $e$  peut également s'exprimer à partir de ces caractéristiques, comme le montre l'équation (8.32) qui découle de l'équation (2.17) du Chapitre 2 lorsque  $S_x=0$ .

$$\begin{bmatrix} T_x \\ D_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{PE} & -e \\ e & \epsilon^S \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_x \\ E_y \end{bmatrix} \quad (8.31)$$

$$e = \frac{-d_{xy}}{s_{xx}^E + s_{xz}^E} \quad (8.32)$$

Dans l'acier, la contrainte est liée à la déformation par (8.33), où l'on rappelle que  $c_B$  peut être calculée en fonction du module d'Young et du coefficient de Poisson de la poutre en utilisant l'équation (2.18) du Chapitre 2.

$$T_x = c_B S_x \quad (8.33)$$

Pour une structure de type poutre, les déformées modales sont unidimensionnelles. Ainsi, l'expression du déplacement de la poutre est donnée par (8.34). Les déformées modales peuvent être déterminées en supposant une poutre homogène suivant  $x$  et en utilisant les expressions analytiques classiques des déformées des poutres en flexion, ou bien en utilisant un logiciel de calcul aux éléments finis, ou encore dans certains cas à partir d'une déformée statique<sup>15</sup>.

$$u(x, t) = \sum_{j=1}^N \phi_j(x) r_j(t) \quad (8.34)$$

L'hypothèse d'Euler Bernoulli stipule que la déformation dans la structure est égale au produit de la distance par rapport à la fibre neutre par la dérivée spatiale seconde du déplacement, ce qui est résumé dans (8.35).

$$S_x = -y u''(x, t) = -y \sum_{j=1}^N \phi_j''(x) r_j(t) \quad (8.35)$$

A partir de l'expression de la déformation et du déplacement, et en considérant la répartition des énergies dans la structure et dans le modèle multimodal, on obtient l'expression des paramètres du modèle en fonction des caractéristiques de la structures et de ses déformées modales. Les résultats obtenus sont détaillés dans le **Tableau 8-5**. L'expression de l'amortisseur  $C_j$  est absente de ce tableau. Le calcul de  $C_j$  nécessite de connaître *a priori* le facteur de qualité de la structure sur son  $j^{\text{ème}}$  mode de résonance,  $C_j$  est alors obtenu par (8.13).

$j^{\text{ème}}$ masse dynamique	$M_j = \rho_B \int_{\Omega_B} \phi_j(x)^2 d\Omega_B + \rho_P \int_{\Omega_P} \phi_j(x)^2 d\Omega_P$
$j^{\text{ème}}$ raideur du système en court-circuit	$K_j^E = c_B \int_{\Omega_B} y^2 \phi_j''(x)^2 d\Omega_B + c_{PE} \int_{\Omega_P} y^2 \phi_j''(x)^2 d\Omega_P$
$j^{\text{ème}}$ coefficient piézoélectrique macroscopique	$\alpha_j = e \int_{\Omega_P} \frac{ y }{e_P} \phi_j''(x) d\Omega_P$
$j^{\text{ème}}$ coefficient d'application de la force	$\beta_j = \phi_j(x_F)$
Capacité bloquée des éléments piézoélectriques	$C_0 = 2 \frac{\varepsilon^S L_P b}{e_P}$

Tableau 8-5 Expression des paramètres du modèle multimodal dans le cas d'une poutre

<sup>15</sup> C'est la méthode que nous avons utilisée au Chapitre 2 pour modéliser le premier mode de flexion de la poutre.

### 8.5.2. Caractéristiques du modèle utilisé pour les simulations

Ce modèle correspond au dispositif expérimental décrit dans le Chapitre 4, paragraphe 4.5. En réalité, les paramètres du modèle n'ont pas été complètement identifiés à partir de mesures expérimentales. Nous n'avions en effet pas le souci de faire coller le modèle à un dispositif expérimental en particulier, mais simplement d'obtenir un modèle réaliste d'une structure électromécanique de type poutre.

Seuls les trois premiers modes de flexion ont été modélisés. Les caractéristiques de la structure sont résumées dans le **Tableau 8-6**. Les coefficients de couplages et les fréquences de résonance correspondent à des mesures expérimentales. Les facteurs de qualité mécanique ont été fixés arbitrairement. Les déformées modales, représentées sur la **Figure 8-7** ont été obtenues en faisant l'hypothèse d'une poutre homogène suivant  $x$ . Les raideurs en court-circuit ainsi que les masses dynamiques ont été déterminées à partir de ces déformées. Les autres paramètres du modèle ont été déduits des grandeurs précédentes. Les valeurs des paramètres du modèle sont données dans le **Tableau 8-7**.

Matériau de la poutre	acier
Dimension de la poutre	180x90x2mm <sup>3</sup>
Matériau piézoélectrique	P189
Volume de matériau piézo.	2x[30x90x0.5]mm <sup>3</sup>
Position des éléments piézo.	à 14mm de l'encastrement
Capacité bloquée des éléments piézo. $C_0$	74.9nF
Facteur de qualité de l'inversion $Q_I$	5
Fréquence de résonance en circuit ouvert	56.4Hz, 353Hz, 990Hz
Coefficients de couplage au carré	0.0092, 0.0044, 0.0007
Facteurs de qualité mécanique	400, 400, 400

Tableau 8-6 Caractéristiques de la structure

	1 <sup>er</sup> Mode	2 <sup>ème</sup> Mode	3 <sup>ème</sup> Mode
$M_j$ (g)	62.0	62.0	62.0
$K_j^E$ (Nm <sup>-1</sup> )	7 710	30 500	2 400 000
$C_j$ (NV <sup>-1</sup> )	0.0549	0.344	0.964
$\alpha_j$ (Nm <sup>-1</sup> s <sup>-1</sup> )	0.00230	0.0100	0.0111
$\beta_i$	1	1	1

Tableau 8-7 Paramètres du modèle

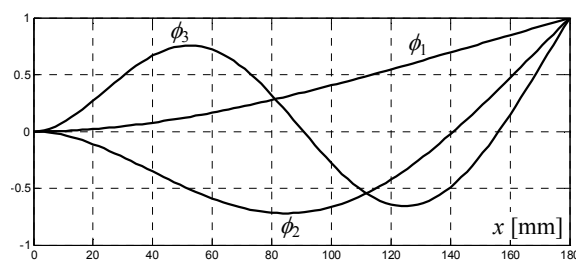


Figure 8-7 Déformée de la structure

### 8.5.3. Cas de l'amortissement vibratoire

#### Pour un pulse

Dans ce paragraphe, nous considérons un pulse de force appliqué à l'extrémité libre de la poutre. Des simulations ont été réalisées pour la loi de contrôle par sélection de mode (LCSM) proposée par Corr et Clark et pour la loi de contrôle probabiliste (LCP). Les calculs ont été effectués pour un temps correspondant à 20 périodes de la plus basse fréquence de résonance. La méthode d'intégration utilisée est un algorithme d'intégration Runge Kutta au quatrième ordre, dont le pas fixe est choisi de façon à avoir 50 pas de temps par période de la plus haute fréquence de résonance. Dans le cas de la LCP, le temps d'observation  $T_{es}$  est fixé à deux fois la période de la plus basse fréquence de résonance. Ce temps doit être suffisamment grand pour obtenir une image réaliste de la déformation, et suffisamment court pour que la technique reste réactive. Il est apparu que deux fois la période de la plus basse fréquence de résonance est le meilleur compromis, mais une valeur de  $T_{es}$  comprise entre une fois et trois fois cette période donne des résultats satisfaisants.

La **Figure 8-8 (a)** représente les amortissements relatifs au déplacement ( $A_u$ ) et à l'énergie mécanique ( $A_E$ ) en fonction de la probabilité  $P_{SW}$ . Pour  $P_{SW}=0$ , les deux amortissements sont nuls, puisque  $v_{min}$  est déterminée de façon à ce que la probabilité d'observer  $V^2 > v_{min}^2$  soit nulle.  $P_{SW}=0$  correspond donc aux cas où les éléments piézoélectriques sont laissés en circuit ouvert (CO). Lorsque  $P_{SW}=1$ ,  $v_{min}$  est déterminée de façon à ce que la probabilité d'observer  $V^2 > v_{min}^2$  soit égale à un, ce qui conduit à inverser la tension à chaque extremum de déformation.  $A_u$  et  $A_E$  atteignent un extremum pour une valeur optimale de  $P_{SW}$  égale à 0.1. L'amortissement relatif au déplacement atteint alors  $-7.7\text{dB}$  et l'amortissement énergétique  $-6.5\text{dB}$ , alors qu'ils sont respectivement égaux à  $-3.8\text{dB}$  et  $-4.8\text{dB}$  lorsque l'on inverse la tension sur tous les extrema de déformation.

La **Figure 8-8 (b)** montre que l'énergie transférée est quasiment constante pour  $P_{SW} \geq 0.1$ . Ceci amène à penser que la récupération d'énergie ne profitera pas de la LCP, même si celle-ci permet d'augmenter le rapport de l'énergie transférée sur l'énergie mécanique moyenne dans la structure. En fait, la LCP permet d'améliorer l'efficacité de la conversion électromécanique, mais l'augmentation de l'amortissement vibratoire induit par cette amélioration limite l'énergie mécanique à convertir et entraîne la saturation de l'énergie transférée. Il s'agit en fait du même phénomène qui limite la puissance récupérée à  $P_{limite}$  lorsque l'on augmente le produit  $k^2 Q_m$  dans le cas de sollicitations sinusoïdales, cf. Chapitre 4 et Chapitre 6.

La **Figure 8-9** permet de comparer les performances en amortissement de la LCSM et de la LCP. Dans le premier cas, toutes les combinaisons de modes ont été envisagées. Le sous-titre 000 signifie qu'aucun mode n'est contrôlé (circuit ouvert), 100 que seul le premier mode est contrôlé, 111 que tous les modes sont contrôlés, etc. Le premier graphique représente l'amortissement énergétique  $A_E$ . Une barre est représentée pour chacune des lois de contrôle envisagées. Chaque barre est composée de trois parties. La partie du bas représente l'énergie mécanique associée au premier mode, celle du milieu l'énergie mécanique associée au second mode, et celle du haut l'énergie mécanique associée au troisième mode. En utilisant la LCSM, le meilleur amortissement énergétique est obtenu lorsque l'on contrôle simultanément le



premier et le deuxième mode.  $A_E$  atteint alors  $-5.4\text{dB}$ , à comparer aux  $-6.5\text{dB}$  obtenus avec la LCP lorsque  $P_{SW}=0.1$ . Le second graphe correspond à l'amortissement relatif au déplacement  $A_u$ . Avec la LCSM,  $A_u$  est optimisé lorsque seul le premier mode est contrôlé. Il atteint alors  $-7.6\text{dB}$ , à comparer aux  $-7.7\text{dB}$  obtenus avec la LCP pour  $P_{SW}=0.1$ .

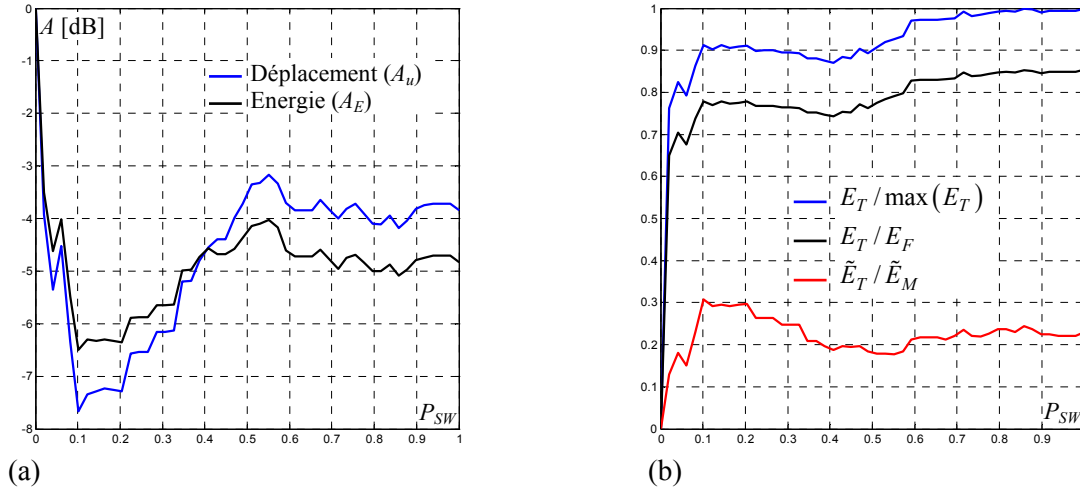


Figure 8-8 Sollicitation pulsée – LCP : (a)  $A_u$  et  $A_E$ , (b) Energie transférée normalisée, rapport de l'énergie transférée  $E_T$  sur l'énergie fournie  $E_F$  et rapport de l'énergie moyenne transférée pendant une période de la plus basse fréquence de résonance  $\tilde{E}_T$  sur l'énergie mécanique moyenne dans la structure  $\tilde{E}_M$

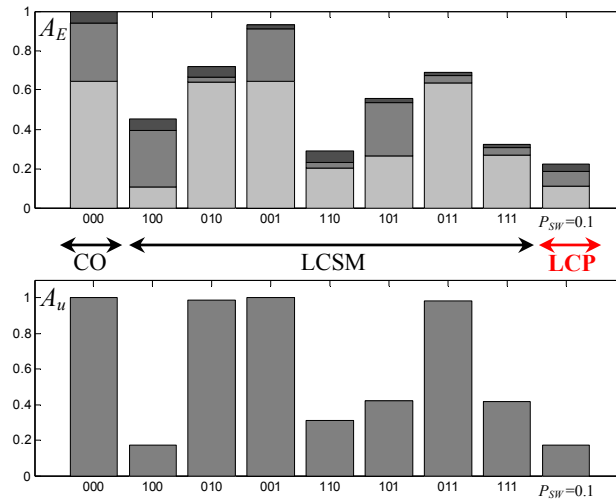


Figure 8-9 Sollicitation pulsée – amortissement énergétique et amortissement relatif au déplacement pour la LCSM et pour la LCP

Ces simulations montrent que la LCP permet d'obtenir un meilleur amortissement vibratoire que la LCSM quel que soit le critère d'amortissement utilisé. Soulignons en outre que la LCP permet d'optimiser les deux critères d'amortissement simultanément, tandis qu'avec la LCSM, les modes à sélectionner ne sont pas les mêmes suivant si l'on veut minimiser le déplacement de la structure ou son énergie mécanique.

La **Figure 8-10** représente les formes d'ondes de la tension et de la déformation normalisée pour différentes lois de contrôle représentatives. Les formes d'ondes des déplacements de l'extrémité libre de la poutre correspondant sont représentées sur la **Figure 8-11**. Les principaux résultats en dB sont résumés dans le **Tableau 8-8**.

La **Figure 8-12** montre le module du spectre de la vitesse de l'extrémité libre de la poutre en dB. Cette représentation permet de visualiser l'amortissement relatif à chaque mode de vibration. La LCP permet d'amortir simultanément les trois modes et son effet est plus intense sur les modes les plus énergétiques. Ceci est une propriété intéressante qui montre l'adaptabilité de la LCP. La LCSM ne permet pas cet amortissement privilégié des pics de résonance principaux. Ainsi, lorsque les trois modes sont contrôlés, c'est le troisième mode qui est le mieux amorti, alors qu'il n'est que peu sollicité, ce qui limite l'efficacité globale de la technique SSD. De plus, lorsque seul le premier mode est contrôlé, il n'est pas mieux amorti qu'avec la LCP, et le contrôle non linéaire entraîne même une légère augmentation du niveau des deuxième et troisième modes.

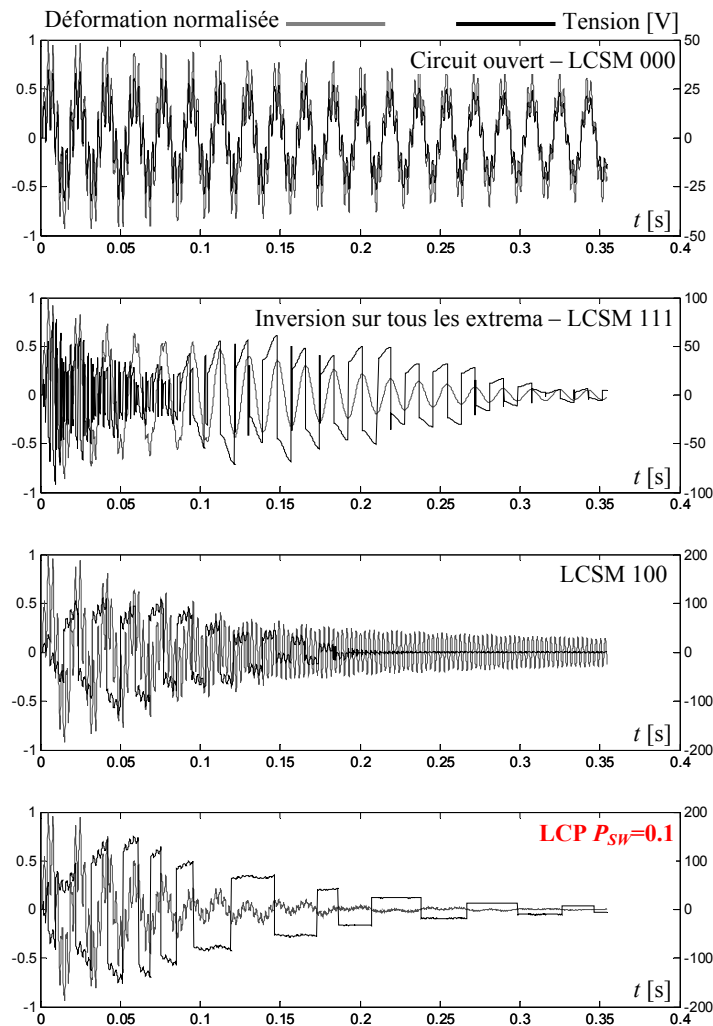


Figure 8-10 Sollicitation pulsée – Formes d'onde de la tension et de la déformation normalisée pour différentes lois de contrôle.

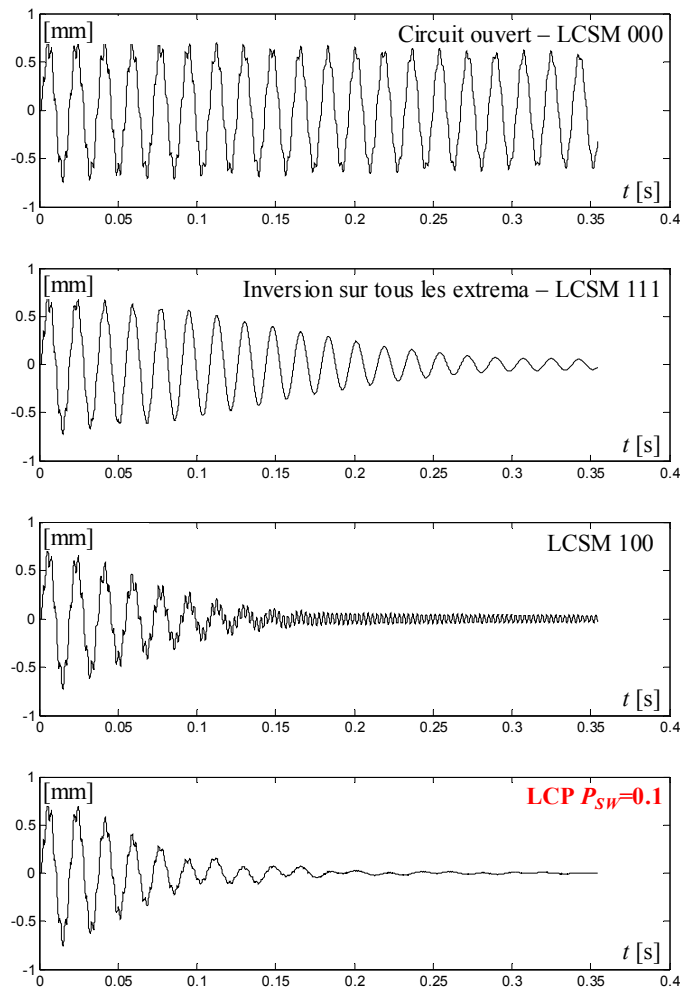


Figure 8-11 Sollicitation pulsée – Forme d’onde du déplacement de l’extrémité libre de la poutre pour différentes lois de contrôle

Loi de contrôle		$A_E$	$A_u$
Sélection des modes	000 – Sans contrôle	0	0
	100	-3.45	<b>-7.62</b>
	010	-1.43	-0.0461
	001	-0.311	0.0145
	110	<b>-5.41</b>	-5.06
	101	-2.56	-3.78
	011	-1.61	-0.0700
	111 – Commut. sur tous les extrema	-4.89	-3.81
Probabiliste – $P_{SW}=0.1$		<b>-6.50</b>	<b>-7.67</b>

Tableau 8-8 Résultats de simulation pour une sollicitation pulsée

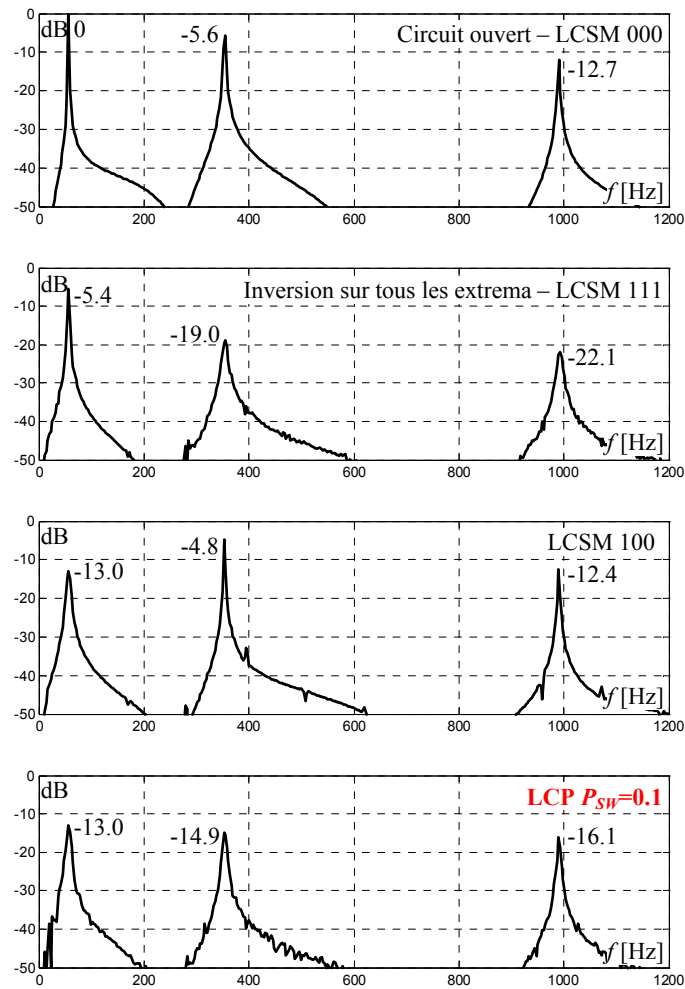


Figure 8-12 Sollicitation pulsée – Spectre de la vitesse de l’extrémité libre de la poutre pour différentes lois de contrôle

### Pour un bruit blanc

On considère cette fois une sollicitation de type bruit blanc appliquée à l’extrémité libre de la poutre. Les mêmes simulations que précédemment ont été réalisées. Les intégrations numériques ont été effectuées avec le même pas de temps, mais pour un horizon temporel dix fois plus long (200 périodes de la plus basse fréquence de résonance) de façon à ce que les résultats soient répétables.

La **Figure 8-13 (a)** montre qu’en utilisant la LCP,  $A_u$  et  $A_E$  sont optimisés pratiquement pour la même valeur de  $P_{SW}$ . La valeur optimale de  $A_u$  est de  $-8.5\text{dB}$  et celle de  $A_E$  est de  $-6.3\text{dB}$ , alors que ces amortissements valent respectivement  $-3.0\text{dB}$  et  $-4.3\text{dB}$  lorsque l’on inverse la tension sur tous les extrema de déformation. La **Figure 8-13 (b)** confirme que l’énergie transférée est quasiment constante quelque soit  $P_{SW} \geq 0.1$ . Ce point sera vu plus en détail dans le paragraphe suivant qui traite de la récupération d’énergie avec les techniques SSD récupératifs.

La Figure 8-14 permet de comparer la LCSM avec la LCP lorsque  $P_{SW}=0.1$ . Lorsque l'on utilise la LCSM, l'amortissement énergétique est optimisé lorsque l'on contrôle le premier et le deuxième mode. Il atteint alors  $-5.1\text{dB}$ , ce qui est moins bon que les  $-6.3\text{dB}$  obtenus avec la LCP. En ce qui concerne l'amortissement relatif au déplacement, il est optimisé avec la LCSM lorsque l'on ne contrôle que le premier mode et il atteint alors  $-8.8\text{dB}$ , ce qui est très légèrement mieux que les  $-8.5\text{dB}$  obtenus avec la LCP. Comme dans le paragraphe précédent, ces résultats montrent que la LCP permet d'optimiser simultanément les deux critères d'amortissement.

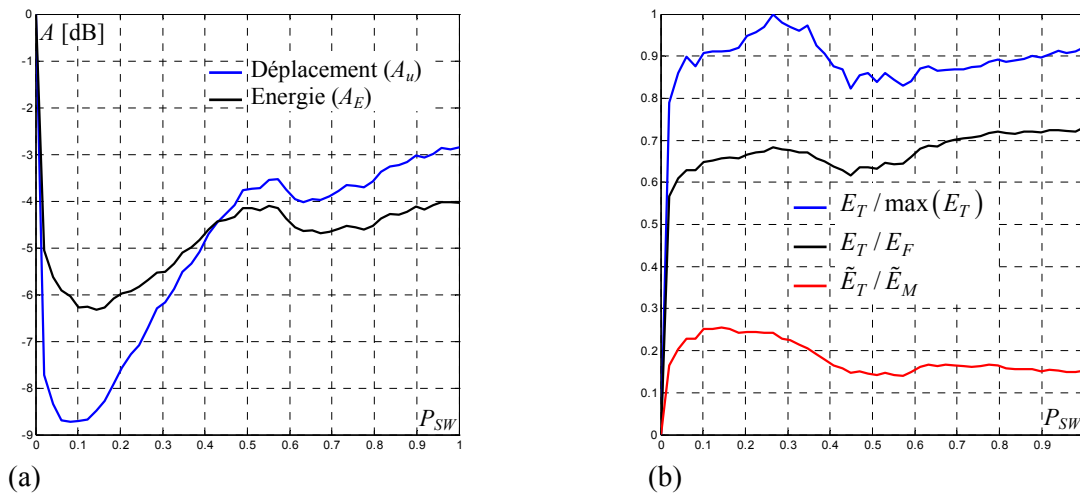


Figure 8-13 Sollicitation par un bruit blanc – LCP : (a)  $A_u$  et  $A_E$ , (b) Énergie transférée normalisée, rapport de l'énergie transférée sur l'énergie fournie et rapport moyen de l'énergie transférée pendant une période de la plus basse fréquence de résonance sur l'énergie mécanique dans la structure

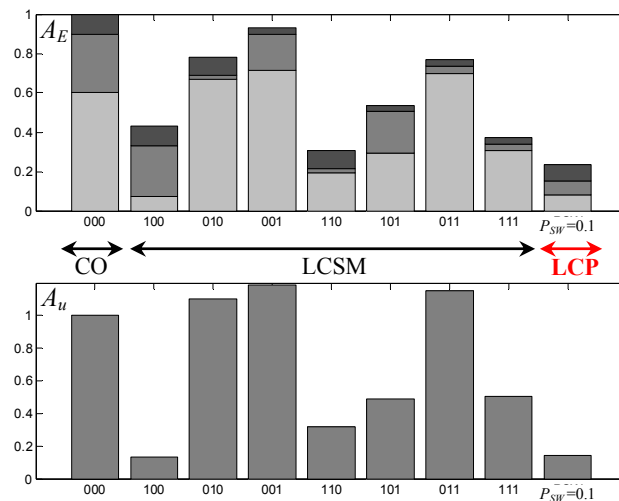


Figure 8-14 Sollicitation par un bruit blanc – amortissement énergétique et amortissement relatif au déplacement pour la LCSM et pour la LCP

Les formes d'ondes de la déformation normalisée et de la tension ainsi que celle du déplacement de l'extrémité libre de la poutre sont représentées respectivement sur la **Figure 8-15** et la **Figure 8-16**. Seul un petit intervalle de l'horizon temporel simulé est représenté sur ces figures. Les principaux résultats en dB sont résumés dans le **Tableau 8-9**.

La **Figure 8-17** représente le module en dB du spectre de la vitesse de l'extrémité libre de la poutre. Comme précédemment, on voit que la LCP permet l'amortissement simultané des trois modes de résonance et que cet amortissement est d'autant plus important que le niveau du pic de résonance en circuit ouvert est élevé.

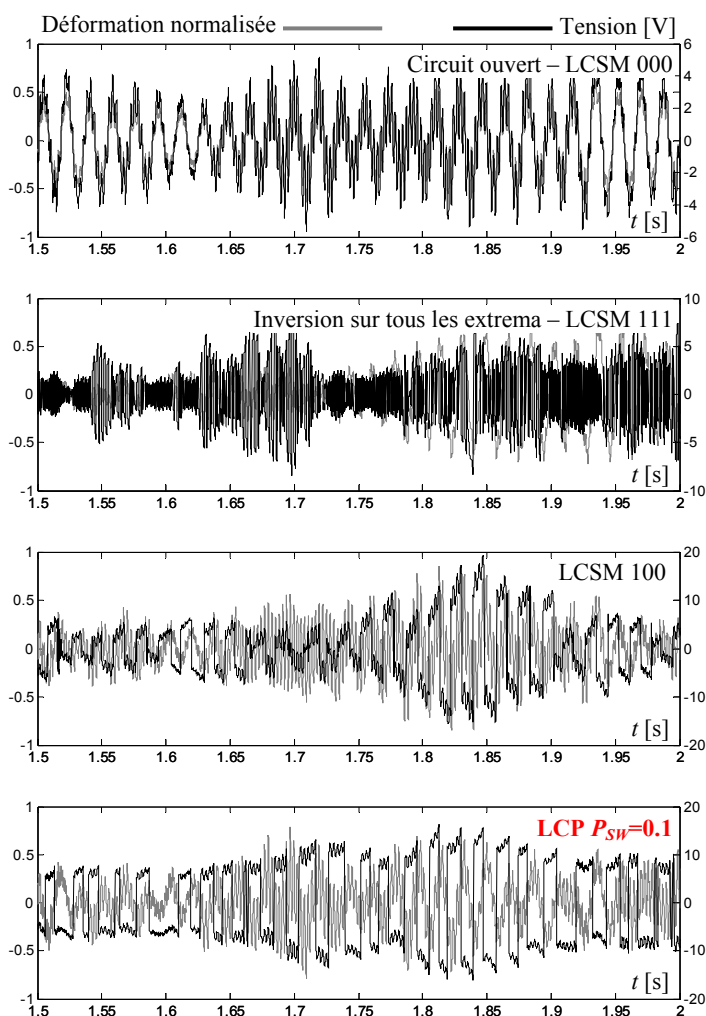


Figure 8-15 Sollicitation par un bruit blanc – Formes d'onde de la tension et de la déformation normalisée pour différentes lois de contrôle.

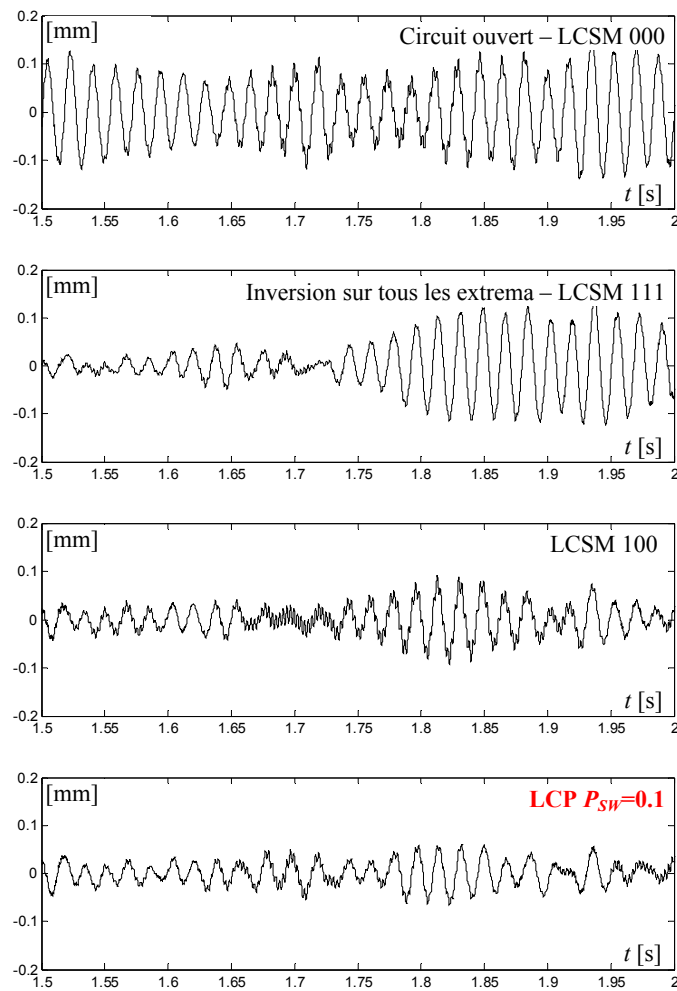


Figure 8-16 Sollicitation par un bruit blanc – Forme d’onde du déplacement de l’extrémité libre de la poutre pour différentes lois de contrôle

Loi de contrôle		$A_E$	$A_u$
Sélection des modes	000 – Sans contrôle	0	0
	100	-3.64	<b>-8.79</b>
	010	-1.08	0.42
	001	-0.31	0.74
	110	<b>-5.11</b>	-4.96
	101	-2.70	-3.08
	011	-1.14	0.62
	111 – Commut. sur tous les extrema	-4.27	-2.96
Probabiliste – $P_{SW}=0.1$		<b>-6.32</b>	<b>-8.49</b>

Tableau 8-9 Résultats de simulation pour une sollicitation par un bruit blanc

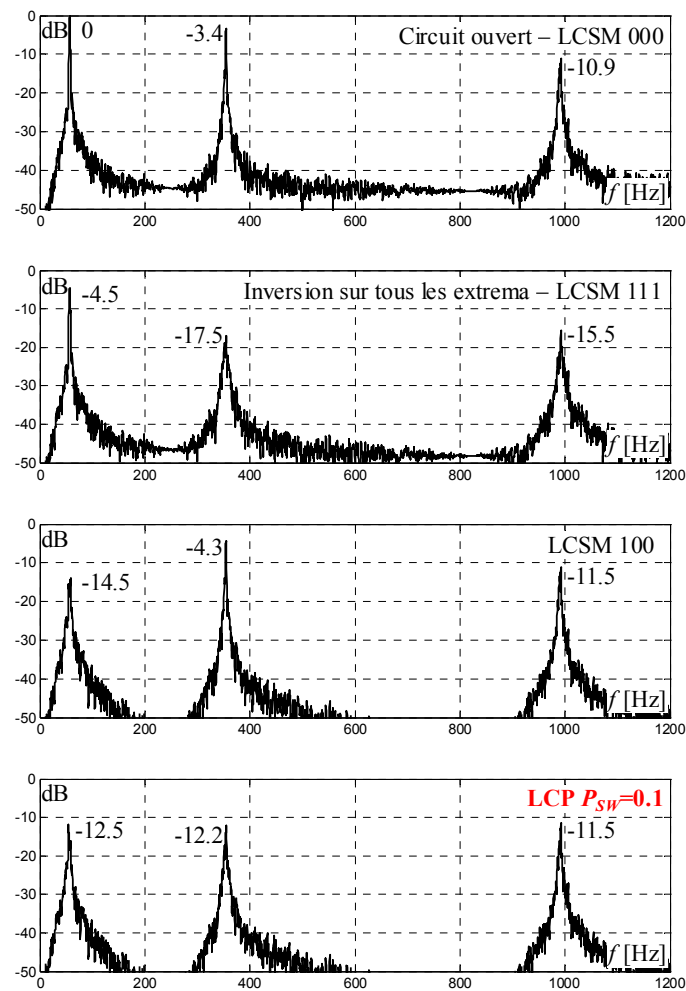


Figure 8-17 Sollicitation par un bruit blanc – Spectre de la vitesse de l’extrémité libre de la poutre pour différentes lois de contrôle

#### 8.5.4. Cas de la récupération d’énergie

Dans ce paragraphe, nous nous intéressons à la puissance et au rendement du micro-générateur constitué par la poutre modélisée précédemment lorsqu’une sollicitation très large bande (bruit blanc) est appliquée à son extrémité libre. Plusieurs techniques de récupération d’énergie sont envisagées : la technique la plus basique qui consiste à connecter directement une charge résistive sur les éléments piézoélectriques, la technique SSDS récupératif et la technique SSDI récupératif.

##### Technique classique

Les simulations sont réalisées dans les mêmes conditions que pour l’étude précédente concernant l’amortissement vibratoire. Aucun dispositif de contrôle non linéaire n’est utilisé, seule une résistance  $R$  est connectée aux éléments piézoélectriques. Cette technique n’a pas vraiment d’intérêt pratique puisque la tension n’est pas redressée, mais elle fournira une base de comparaison pour les techniques SSD récupératifs. La [Figure 8-18](#) représente la puissance



récupérée, le rendement, ainsi que les amortissements  $A_u$  et  $A_E$  en fonction de la résistance de charge et de la surface d'éléments piézoélectriques utilisés. Les couplages électromécaniques associés à chacun des modes ainsi que la capacité  $C_0$  sont supposés évoluer proportionnellement à cette surface.

La grandeur choisie pour caractériser la surface d'éléments piézoélectriques utilisés est le produit  $k^2Q_m$  associé au premier mode. Ce choix est arbitraire, mais il permet de faire une comparaison par rapport aux résultats obtenus en régime sinusoïdal permanent<sup>16</sup>, et se justifie en observant que le premier mode est le mode le plus couplé et le plus sollicité.

Pour chaque valeur de  $k^2Q_m$  simulée, la résistance  $R$  est normalisée par rapport à  $(C_0\omega_1)^{-1}$ , c'est-à-dire par rapport à la résistance adaptée en régime sinusoïdal autour de la première fréquence de résonance (de pulsation  $\omega_1$ ).

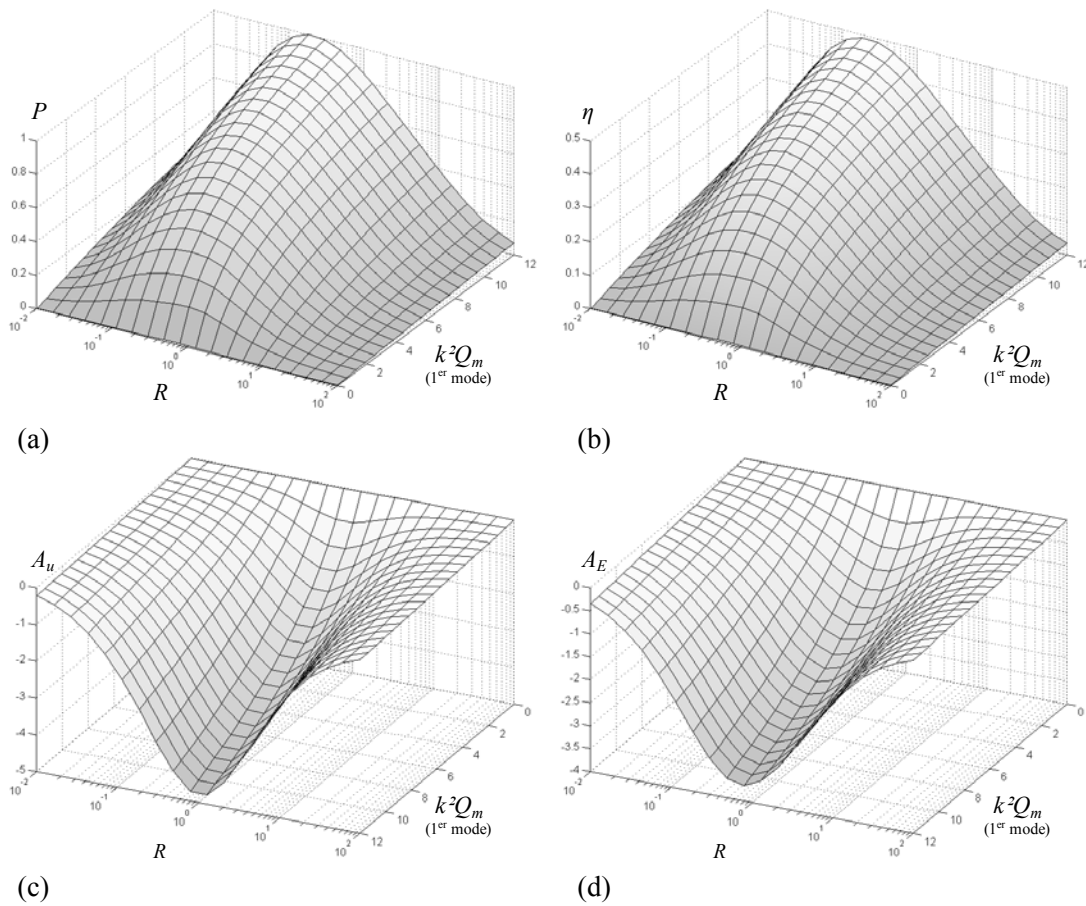


Figure 8-18 Technique classique pour un bruit blanc : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement  $A_u$ , (d) amortissement  $A_E$ , en fonction de la résistance normalisée et du produit  $k^2Q_m$  (1<sup>er</sup> mode)

<sup>16</sup> Résultats obtenus au Chapitre 4 et au Chapitre 6, en régime sinusoïdal permanent sur une fréquence de résonance.

La puissance et le rendement sont maximisés quasiment pour la même résistance de charge légèrement inférieure à la résistance adaptée au premier mode. La puissance récupérée et le rendement maximal sont des fonctions strictement croissantes de  $k^2Q_m$  mais ils augmentent beaucoup moins vite que dans le cas d'une sollicitation sinusoïdale. Ceci s'explique par l'étalement de la puissance fournie sur tout le spectre, et notamment hors résonances où la capacité de conversion électromécanique du micro-générateur est limitée.

### Technique SSDS récupératif

La technique SSDS récupératif est mise en œuvre en supposant que le rendement du dispositif d'extraction de charges électriques est égal à un et en utilisant la LCP. La Figure 8-19 représente la puissance récupérée, le rendement, ainsi que les amortissements  $A_u$  et  $A_E$  en fonction de la probabilité  $P_{SW}$  et du produit  $k^2Q_m$  correspondant au premier mode.

La puissance et le rendement maximaux sont plus grands que dans le cas de la technique classique, ce qui confirme l'intérêt de la technique SSDS récupératif. Le gain en puissance est d'autant plus important que  $k^2Q_m$  est faible. Il varie entre 1.8 lorsque  $k^2Q_m$  tend vers zéro et 1.4 lorsque  $k^2Q_m=12$ . Ces résultats sont similaires pour le rendement.

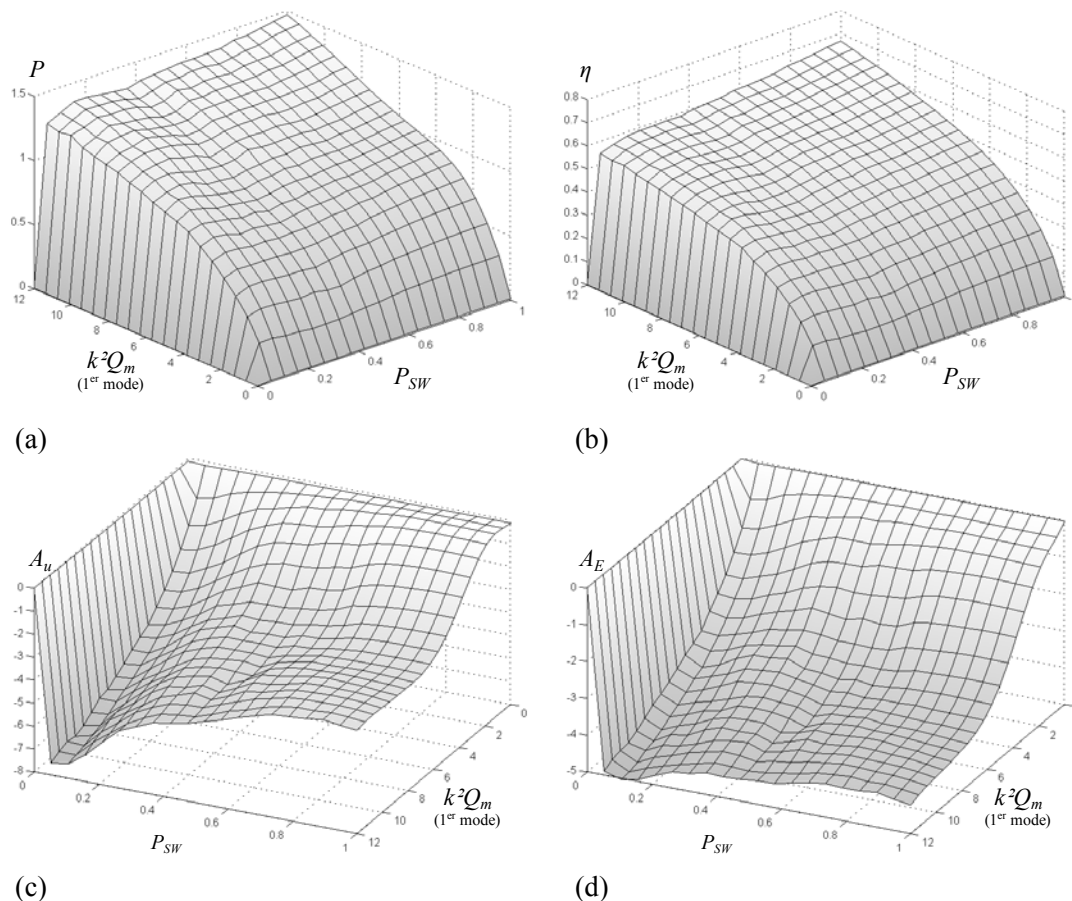


Figure 8-19 Technique SSDS récupératif avec la LCP pour un bruit blanc : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement  $A_u$ , (d) amortissement  $A_E$ , en fonction de  $P_{SW}$  et du produit  $k^2Q_m$  (1<sup>er</sup> mode)

Les surfaces correspondant aux amortissements  $A_u$  et  $A_E$  confirment que la LCP entraîne une maximisation de l'amortissement vibratoire pour  $P_{SW} \approx 0.1$ . Par contre, La puissance récupérée ainsi que le rendement sont quasiment constants quelque soit  $P_{SW} \geq 0.1$ .

La LCP permet d'optimiser la conversion électromécanique dans les éléments piézoélectriques, ce qui permet de minimiser l'énergie vibratoire dans la structure mais du même coup limite l'énergie potentiellement récupérable et donc la puissance débitée par le micro-générateur. Ainsi, la LCP ne permet pas d'augmenter significativement la puissance et le rendement de la technique SSDS récupératif. Par contre, elle permet de récupérer autant de puissance tout en amortissant les vibrations de la structure.

Quelque soit le produit  $k^2 Q_m$ , les fluctuations de la puissance et du rendement n'excèdent pas 10% quelque soit  $P_{SW} \geq 0.1$ . Une analyse précise indique cependant que pour les faibles valeurs de  $k^2 Q_m$ , les performances de la technique SSDS récupératif sont optimisées pour  $P_{SW} \approx 0.1$ , et que cet optimum se décale très vite vers  $P_{SW} = 1$  lorsque le produit  $k^2 Q_m$  augmente.

### Technique SSDI récupératif, lorsque $x=\gamma$

La technique SSDI récupératif est mise en œuvre en supposant que le rendement du dispositif d'extraction de charges électriques est égal à un, en utilisant la LCP et en prenant  $x=\gamma$ . Dans le cas d'une structure excitée en régime sinusoïdal et pour laquelle la récupération d'énergie n'induit pas d'amortissement vibratoire, nous rappelons que  $x=\gamma$  correspond à un optimum permettant de maximiser la puissance et le rendement de la technique SSDI récupératif. La valeur optimale de  $x$  tend ensuite vers zéro lorsque  $k^2 Q_m$  augmente, et la technique SSDI récupératif est alors identique à la technique SSDS récupératif. Ceci est détaillé dans le Chapitre 6. En bruit blanc et par analogie, on peut ainsi s'attendre à ce que les performances de la technique SSDI récupératif en prenant  $x=\gamma$  soient supérieures à celles de la technique SSDS récupératif pour les structures très faiblement couplées mais inférieures pour les structures plus couplées.

La **Figure 8-20** représente la puissance récupérée, le rendement, ainsi que les amortissements  $A_u$  et  $A_E$  en fonction de la probabilité  $P_{SW}$  et du produit  $k^2 Q_m$  correspondant au premier mode. Les résultats sont très similaires à ceux obtenus avec la technique SSDS récupératif et les commentaires précédents sont aussi valables ici.

L'amortissement vibratoire est toujours maximisé pour  $P_{SW} \approx 0.1$  et il est logiquement supérieur à celui obtenu avec la technique SSDS récupératif. La puissance et le rendement sont quasiment constants quelque soit  $P_{SW} \geq 0.1$ . Le gain en puissance par rapport à la technique classique varie entre 3 lorsque  $k^2 Q_m$  tend vers 0 et 1.2 pour  $k^2 Q_m = 12$ . Comme on pouvait s'y attendre la technique SSDI récupératif avec  $x=\gamma$  est plus efficace que la technique SSDS récupératif lorsque  $k^2 Q_m$  est faible et moins efficace lorsque  $k^2 Q_m$  est plus grand.

Pour  $P_{SW} \geq 0.1$ , les fluctuations de la puissance et du rendement sont légèrement plus importantes que dans le cas de la technique SSDS récupératif, mais elles n'excèdent cependant pas 15%.

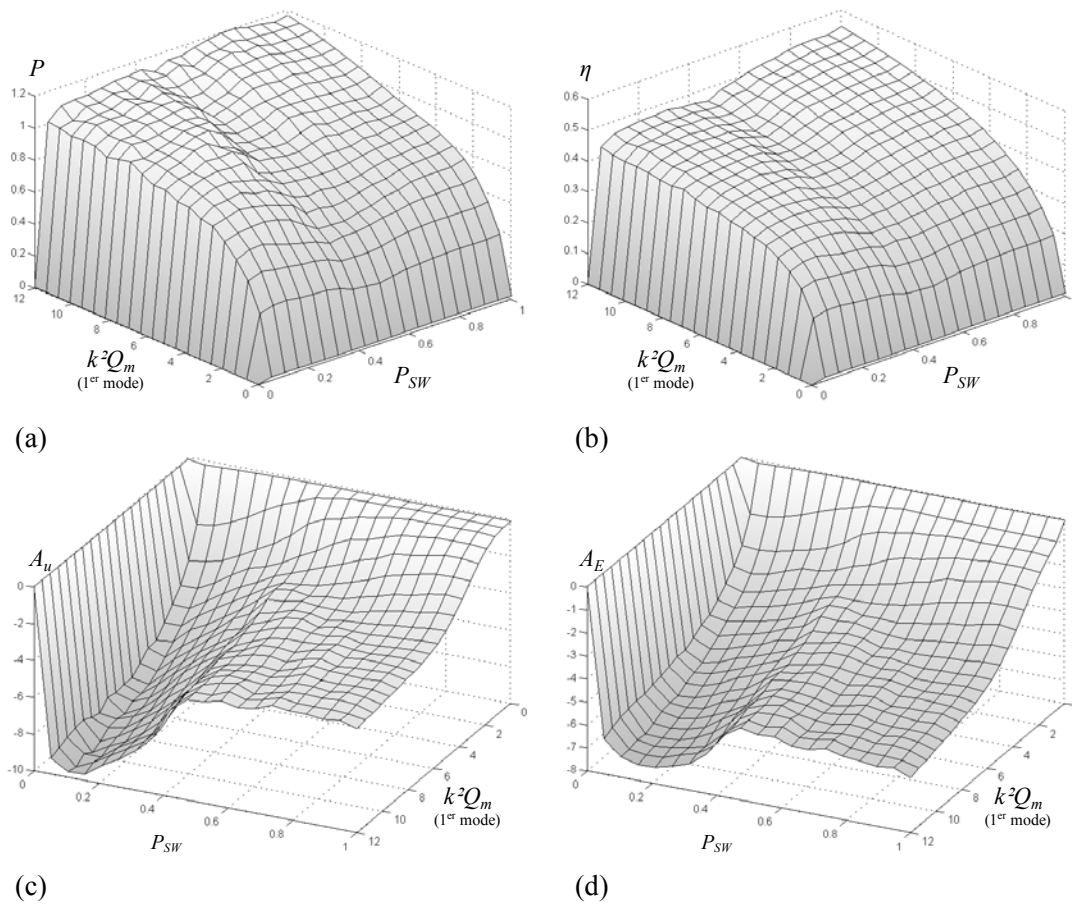


Figure 8-20 Technique SSDI récupératif avec la LCP pour un bruit blanc et pour  $x=\gamma$  : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement  $A_u$ , (d) amortissement  $A_E$ , en fonction de  $P_{SW}$  et du produit  $k^2 Q_m$  (1<sup>er</sup> mode)

### Comparaison des différentes techniques en fonction de $k^2 Q_m$

Pour chacune des trois techniques envisagées précédemment, on s'intéresse à la puissance maximale récupérée, au rendement maximal, ainsi qu'aux amortissements  $A_u$  et  $A_E$  maximaux en fonction de la quantité de matériau piézoélectrique utilisée. Ces grandeurs sont représentées sur la **Figure 8-21** en fonction du produit  $k^2 Q_m$  correspondant au premier mode.

Précisons que pour les techniques SSDI récupératifs, les résultats auraient été très proches si l'on avait tracé la puissance, le rendement et les amortissements correspondant à  $P_{SW}=0.1$ . Les résultats confirment que les techniques SSDI récupératifs sont toujours plus performantes que la technique classique. De plus, en prenant  $P_{SW}=0.1$ , on peut optimiser à la fois la puissance récupérée et l'amortissement vibratoire.

Pour  $k^2 Q_m \leq 2$ , la technique SSDI récupératif avec  $x=\gamma$  est plus intéressante que la technique SSDS récupératif. Ce rapport s'inverse pour  $k^2 Q_m \geq 2$ . En fait, pour un produit  $k^2 Q_m$  fixé et par analogie avec les résultats obtenus en régime sinusoïdal, il existe très vraisemblablement une valeur de  $x$  comprise entre 0 et  $\gamma$  qui optimise les performances de la technique SSDI récupératif. Cette étude n'a pas été réalisée ici, car elle nécessite de nombreuses simulations et

l'amélioration apportée ne sera probablement pas très importante. En effet les courbes que l'on obtiendrait en optimisant la valeur de  $x$  seraient logiquement tangentes aux courbes en rouge (SSDI récupératif pour  $x=\gamma$ ) et aux courbes en noir (SSDS récupératif), respectivement lorsque  $k^2 Q_m$  tend vers zéro et lorsque  $k^2 Q_m$  augmente.

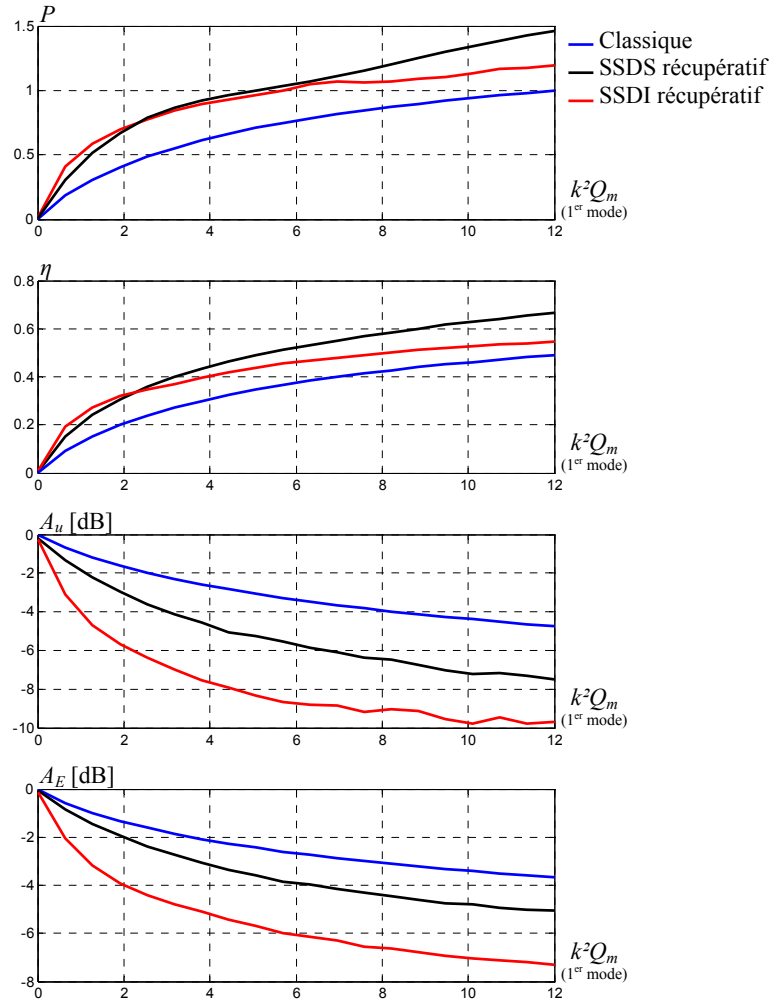


Figure 8-21 Puissance normalisée maximale, rendement maximal, amortissements  $A_u$  et  $A_E$  maximaux en fonction du produit  $k^2 Q_m$  (1<sup>er</sup> mode)

### 8.5.5. Conclusion

Contrairement aux résultats analytiques présentés dans les chapitres précédents, les résultats obtenus grâce à ces simulations n'ont pas de valeur universelle puisqu'ils sont fonction du modèle utilisé et correspondent ainsi à une structure électromécanique multimodale particulière. Cependant, ces résultats montrent au moins qualitativement l'intérêt que peut apporter la loi de contrôle probabiliste. Appliquée à l'amortissement vibratoire, la LCP permet d'augmenter les performances des techniques semi passives SSD. Appliquée à la récupération d'énergie en utilisant les techniques SSD récupératifs, la LCP ne permet pas de récupérer plus de puissance que la loi de contrôle consistant à opérer la tension à chaque extremum de déformation, par contre elle permet de récupérer autant de puissance tout en amortissant la structure.

# Conclusion

Les travaux présentés dans ce manuscrit permettent la réalisation de matériaux intelligents constitués d'un matériau piézoélectrique et d'une électronique associée pouvant être intégrée et oubliée. La modification des caractéristiques de conversion par des moyens électroniques situe ces travaux dans le domaine de la mécatronique, et l'optimisation du dispositif de commutation correspond au domaine de la microélectronique de puissance. Les techniques non linéaires proposées permettent d'augmenter l'efficacité de la conversion électromécanique des matériaux piézoélectriques. Initialement appliquée à l'amortissement vibratoire, nous avons adapté ces techniques à la récupération d'énergie, tout en poursuivant leur développement dans leur application première.

En ce qui concerne l'amortissement vibratoire, un modèle très simple à constantes localisées a été proposé pour modéliser une structure électromécanique autour d'une fréquence de résonance. Ce modèle a permis de mettre en évidence l'augmentation des cycles d'extraction de l'énergie mécanique due au traitement SSD. Il a été développé théoriquement de façon à pouvoir prédire analytiquement l'amortissement induit par les techniques semi passives SSDS et SSDI ainsi que par les techniques semi actives SSDV.

Les techniques SSD sont plus efficaces que les techniques passives classiques. Contrairement à ces dernières, elles sont peu sensibles aux variations des conditions extérieures et aux dérives des fréquences de résonance qui peuvent en découler. Le mécanisme d'extraction de l'énergie introduit par les techniques SSD s'apparente à un frottement sec, ce qui signifie que contrairement aux systèmes mettant en œuvre des matériaux viscoélastiques, les techniques SSD sont également efficaces à très basse fréquence. Les techniques d'amortissement semi passif ou semi actif SSD sont une alternative intéressante aux systèmes de contrôles actifs qui sont inadaptés dans beaucoup de domaines où les critères d'encombrement et de coût sont cruciaux. Les travaux futurs consisteront à effectuer une comparaison rigoureuse entre les performances des systèmes actifs et semi passifs. Il s'agira également d'étudier les couplages possibles entre les différentes techniques d'amortissement vibratoire. On pourra par exemple s'intéresser à des systèmes associant les techniques SSD à des matériaux viscoélastiques. Les matériaux viscoélastiques seront utilisés pour amortir les hautes fréquences, et les techniques SSD seront focalisées sur l'amortissement des basses fréquences pour lesquelles les matériaux viscoélastiques sont inefficaces. Cette association aura le double intérêt de l'efficacité en basse fréquence et de l'élimination des harmoniques générées par le traitement non linéaire.

La récupération d'énergie à partir de matériaux piézoélectriques profite logiquement des techniques de traitement non linéaires de la tension piézoélectrique, puisque celles-ci permettent d'augmenter les cycles de conversion électromécanique. Des techniques de récupération d'énergie ont ainsi été dérivées des techniques d'amortissement vibratoire SSD. Des versions autoalimentées de ces techniques ont été développées avec succès. Le processus de récupération d'énergie a été modélisé à partir du modèle à constantes localisées et plusieurs types de sollicitations mécaniques ont été considérés. Suivant les structures et le type de sollicitation, le gain apporté par les techniques non linéaires est plus ou moins important. La puissance peut quasiment être multipliée par 10 dans le cas de structures faiblement couplées. Pour des structures plus fortement couplées, le gain en puissance est moins important, mais les techniques non linéaires permettent de réduire très significativement la quantité de matériau piézoélectrique nécessaire, et on peut obtenir des dispositifs assurant simultanément des fonctions d'amortissement vibratoire et de récupération d'énergie.

Les micro-générateurs piézoélectriques sont susceptibles d'alimenter des systèmes allant des MEMS très faibles consommateurs d'énergie aux capteurs autonomes et à l'électronique nomade grand public plus gourmande en énergie. Plusieurs prototypes ont été réalisés qui démontrent la possibilité d'exploiter industriellement des micro-générateurs mettant en œuvre les techniques non linéaires proposées. Nous avons ainsi réalisé un micro-générateur permettant l'alimentation d'un appareil électroménager de faible puissance. Ce micro-générateur est excité en régime impulsif. A chaque impulsion, il délivre une énergie de 100mJ qui est stockée sur un condensateur sous une tension de 3V. L'utilisation des techniques non linéaires permet, pour cette application spécifique, de multiplier le rendement global de la conversion électromécanique par trois. Un dispositif de contrôle de santé a également été réalisé. Ce système utilise un dispositif de récupération d'énergie qui permet simultanément d'émettre une onde de Lamb dans la structure et d'envoyer la signature de l'émetteur par onde RF. L'énergie électrique nécessaire pour ces opérations n'est que de quelques mJ. L'utilisation des techniques non linéaires permet ici de baisser le niveau d'énergie vibratoire nécessaire au bon fonctionnement du dispositif. De tels développements permettent d'envisager le contrôle de santé de systèmes complexes par une « poussière intelligente » constituée d'une nuée de capteurs autonomes susceptibles de donner en permanence une information détaillée sur l'état de santé de la structure.

En utilisant des matériaux piézoélectriques à coefficients géants, tels que les monocristaux, et les techniques non linéaires, on peut obtenir des micro-générateurs miniatures ayant des performances encore plus extraordinaires. Nous avons ainsi réalisé un micro-générateur constitué d'une poutre de  $40 \times 7 \times 1.5 \text{ mm}^3$  sur laquelle est collé un patch de matériau piézoélectrique de  $10 \times 7 \times 1 \text{ mm}^3$ . Lorsque le matériau piézoélectrique utilisé est une céramique standard et qu'on met en œuvre une technique de récupération d'énergie classique, la puissance maximale récupérée est de  $25 \mu\text{W}$  pour une déflexion maximale de  $150 \mu\text{m}$ . Si l'on utilise un monocristal de même composition que la céramique, et qu'on applique la technique SSHI, la puissance maximale récupérée dans les mêmes conditions est multipliée par 160, pour atteindre 4.0mW !

Le paramètre crucial, qui limite les performances des techniques non linéaires en amortissement vibratoire comme en récupération d'énergie, est le coefficient d'inversion électrique  $\gamma$  qui traduit les pertes dans le dispositif de commutation. Ces pertes sont principalement localisées dans le circuit magnétique de l'inductance d'inversion. Les travaux futurs consisteront à optimiser la réalisation de cette inductance, ce qui devrait permettre d'augmenter plus encore les performances des micro-générateurs et des dispositifs de contrôle de vibration.

La loi de contrôle initiale des techniques non linéaires consiste à fermer brièvement l'interrupteur à chaque extremum de déformation dans les éléments piézoélectriques. Cette séquence de commutation est optimale dans le cas de sollicitations simples (mono-fréquence). Une loi de contrôle basée sur une description probabiliste de la tension générée par les éléments piézoélectriques a été développée afin d'optimiser la séquence de commutation dans le cas de sollicitations complexes (multi-fréquences, large bande). Dans le cas d'une sollicitation mono-fréquence, cette loi de contrôle est équivalente à la loi de contrôle initiale. Un modèle multimodal de la poutre avec ses éléments piézoélectriques a été développé afin de simuler cette nouvelle approche. Les résultats de simulations ont montré l'intérêt de cette approche probabiliste par rapport à la technique initiale. Des mesures sont en cours afin de valider expérimentalement cette approche.

Les techniques non linéaires présentées dans ce manuscrit fonctionnent toutes sur le même principe. Elles consistent à modifier brièvement les conditions électriques de façon à ce que l'énergie électrostatique sur les électrodes des éléments piézoélectriques soit toujours croissante, excepté pendant les phases de commutation. Plus l'accumulation des charges électriques sur les électrodes se fait à tension élevée, et plus la conversion électromécanique est efficace.

Ce principe d'optimisation de l'extraction d'énergie est très général. Il permet de maximiser les cycles de conversion énergétique dans n'importe quel système physique couplant de l'énergie mécanique à de l'énergie électrique. Dans le cas d'un système piézoélectrique, l'énergie élastique est couplée à l'énergie électrostatique. En accumulant l'énergie sous forme électrostatique, on diminue l'énergie mécanique de la structure. On peut obtenir un effet similaire avec un système électromagnétique. Dans ce cas, l'énergie élastique est couplée à de l'énergie magnétique. En agissant convenablement sur le courant généré par le système électromagnétique, on peut extraire l'énergie mécanique du système en la convertissant et en l'accumulant sous forme magnétique.

Ce type de mécanisme devrait pouvoir s'adapter à tout type de système présentant un couplage entre deux formes d'énergie. On pourrait par exemple appliquer ces techniques pour améliorer les performances de micro-générateurs exploitant les variations de la température ambiante, la chaleur constituant une source d'énergie renouvelable facilement accessible. Ce type de générateur peut être réalisé en utilisant des matériaux pyroélectriques qui assurent la conversion de l'énergie calorifique en énergie électrique. Le contrôle non linéaire permettrait alors d'accumuler les charges électriques générées par les variations de température sur les électrodes des éléments pyroélectriques, ce qui augmenterait leur capacité de conversion.





# Références

## Bibliographiques

- [1] J. A. Paradiso and T. Starner, "Energy Scavenging for Mobile and Wireless Electronics," *Pervasive Computing, IEEE*, vol. 4, pp. 18-27, 2005.
- [2] A. Lal and J. Blanchard, "Daintiest dynamos [nuclear microbatteries]," *Spectrum, IEEE*, vol. 41, pp. 36-41, 2004.
- [3] J. M. C. Stork, "Technology leverage for ultra-low power information systems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 83, pp. 607-618, 1995.
- [4] J. M. Kahn, R. H. Katz, and K. S. J. Pister, "Next Century Challenges: Mobile Networking for Smart Dust," *Proceedings of Mobicom*, pp. 483-492, 1999.
- [5] V. Raghunathan, C. Schurgers, S. Park, and M. B. Srivastava, "Energy-aware wireless microsensor networks," *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 19, pp. 40-50, 2002.
- [6] J. Rabaey, "Ultra-Low Cost and Power Communication and Computation Enables Ambient Intelligence," *Proceedings of the Smart Object Conference*, 2003.
- [7] T. E. Starner, "Powerful change part 1: batteries and possible alternatives for the mobile market," *Pervasive Computing, IEEE*, vol. 2, pp. 86-88, 2003.
- [8] S. Roundy, "Energy Scavenging for Wireless Sensor Nodes with a Focus on Vibration to Electricity Conversion," in *Mechanical Engineering*. Berkeley: The University of California, 2003.
- [9] E. M. Yeatman, "Advances in Power Sources for Wireless Sensor Nodes," *Proceedings of the International Workshop Wearable and Implantable Body Sensor Networks*, pp. 20-21, 2004.
- [10] Y. Hamakawa, "30 years trajectory of a solar photovoltaic research," presented at Photovoltaic Energy Conversion, 2003. Proceedings of 3rd World Conference on, 2003.
- [11] T. Toriyama, M. Yajima, and S. Sugiyama, "Thermoelectric micro power generator utilizing self-standing polysilicon-metal thermopile," presented at Micro Electro Mechanical Systems, 2001. MEMS 2001. The 14th IEEE International Conference on, 2001.
- [12] T. Douseki, Y. Yoshida, F. Utsunomiya, N. Itoh, and N. Hama, "A batteryless wireless system uses ambient heat with a reversible-power-source compatible CMOS/SOI DC-DC converter," presented at Solid-State Circuits Conference, 2003. Digest of Technical Papers. ISSCC. 2003 IEEE International, 2003.
- [13] S.-N. Suzuki, T. Katane, H. Saotome, and O. Saito, "A proposal of electric power generating system for implanted medical devices," *Magnetics, IEEE Transactions on*, vol. 35, pp. 3586-3588, 1999.

- [14] C. B. Williams, R. C. Woods, and R. B. Yates, "Feasibility study of a vibration powered micro-electric generator," presented at Compact Power Sources (Digest No. 96/107), IEE Colloquium on, 1996.
- [15] C. Shearwood and R. B. Yates, "Development of an electromagnetic microgenerator," *Electronics Letters*, vol. 33, pp. 1883-1884, 1997.
- [16] R. Amirtharajah and A. P. Chandrakasan, "Self-powered signal processing using vibration-based power generation," *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*, vol. 33, pp. 687-695, 1998.
- [17] W. J. Li, T. C. H. Ho, G. M. H. Chan, P. H. W. Leong, and H. Y. Wong, "Infrared signal transmission by a laser-micromachined, vibration-induced power generator," presented at Circuits and Systems, 2000. Proceedings of the 43rd IEEE Midwest Symposium on, 2000.
- [18] J. M. H. Lee, S. C. L. Yuen, W. J. Li, and P. H. W. Leong, "Development of an AA size energy transducer with micro resonators," presented at Circuits and Systems, 2003. ISCAS '03. Proceedings of the 2003 International Symposium on, 2003.
- [19] M. El-Hami, P. Glynne-Jones, N. M. White, M. Hill, S. Beeby, E. James, A. D. Brown, and J. N. Ross, "Design and Fabrication of a New Vibration-based Electromechanical Power Generator," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 92, pp. 335-342, 2001.
- [20] E. P. James, M. J. Tudor, S. P. Beeby, N. R. Harris, P. Glynne-Jones, J. N. Ross, and N. M. White, "An Investigation of Self-powered Systems for Condition Monitoring Applications," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 110, pp. 171-176, 2004.
- [21] S. Meninger, J. O. Mur-Miranda, R. Amirtharajah, A. Chandrakasan, and J. Lang, "Vibration-to-Electric Energy Conversion," *Very Large Scale Integration Systems, IEEE Transactions on*, vol. 9, pp. 64-76, 2001.
- [22] R. Amirtharajah and A. P. Chandrakasan, "A micropower programmable DSP using approximate signal processing based on distributed arithmetic," *Solid-State Circuits, IEEE Journal of*, vol. 39, pp. 337-347, 2004.
- [23] K. Najafi, "Low-power micromachined microsystems," presented at Low Power Electronics and Design, 2000. ISLPED '00. Proceedings of the 2000 International Symposium on, 2000.
- [24] S. Roundy, P. K. Wright, and K. S. J. Pister, "Micro-Electrostatic Vibration-To-Electricity Converters," presented at ASME International Mechanical Engineering Congress & Exposition, New Orleans, Louisiana, 2002.
- [25] T. Sterken, K. Baert, R. Puers, and S. Borghs, "Power Extraction from Ambient Vibration," presented at SeSens (Workshop on Semiconductor Sensors), Veldhoven, the Netherlands, 2002.
- [26] P. D. Mitcheson, T. C. Green, E. M. Yeatman, and A. S. Holmes, "Architectures for vibration-driven micropower generators," *Microelectromechanical Systems, Journal of*, vol. 13, pp. 429-440, 2004.
- [27] P. D. Mitcheson, P. Miao, B. H. Stark, E. M. Yeatman, A. S. Holmes, and T. C. Green, "MEMS Electrostatic Micropower Generator for Low Frequency Operation," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 115, pp. 523-529, 2004.
- [28] S. Roundy, P. K. Wright, and J. Rabaey, "A Study of Low Level Vibrations as a Power Source for Wireless Sensor Nodes," *Computer Communications*, vol. 26, pp. 1131-1144, 2003.
- [29] G. Poulin, E. Sarraute, and F. Costa, "Generation of Electrical Energy for Portable Devices Comparative Study of an Electromagnetic and a Piezoelectric System," *Sensors and Actuators A: Physical*, vol. 116, pp. 461-471, 2004.
- [30] S. Roundy, B. P. Otis, Y.-H. Chee, J. M. Rabaey, and P. Wright, "A 1.9GHz RF Transmit Beacon using Environmentally Scavenged Energy," presented at IEEE Int. Symp. on Low Power Elec. and Devices, Seoul, Korea, 2003.

- [31] S. Roundy and P. K. Wright, "A Piezoelectric Vibration Based Generator for Wireless Electronics," *Smart Materials and structures*, vol. 13, pp. 1131–1142, 2004.
- [32] N. G. Elvin, A. A. Elvin, and M. Spector, "A Self-Powered Mechanical Strain Energy Sensor," *Smart Materials and structures*, vol. 10, pp. 293-299, 2001.
- [33] N. Elvin, A. Elvin, and D. H. Choi, "A Self-Powered Damage Detection Sensor," *Journal of Strain Analysis*, vol. 38, pp. 115-124, 2003.
- [34] S. R. Platt, S. Farritor, and H. Haider, "On Low-Frequency Electric Power Generation With PZT Ceramics," *Mechatronics, IEEE/ASME Transactions on*, vol. 10, pp. 240-252, 2005.
- [35] T. Starner, "Human-Powered Wearable Computing," *IBM Systems Journal*, vol. 35, pp. 618-629, 1996.
- [36] S. Turri and G. Poulin, "Dispositifs Electromécaniques Permettant l'Exploitation de l'Energie des Mouvements Humains," presented at Journée Electrotechniques du Club EEA, Cachan, France, 2002.
- [37] P. Niu, P. Chapman, R. Riemer, and X. Zhang, "Evaluation of motions and actuation methods for biomechanical energy harvesting," presented at Power Electronics Specialists Conference, 2004. PESC 04. 2004 IEEE 35th Annual, 2004.
- [38] J. L. Gonzalez, A. Rubio, and F. Moll, "A prospect on the use of Piezoelectric Effect to Supply Power to Wearable Electronic Devices," *International Journal of the Society of Materials Engineering for Resources*, vol. 10, pp. 34-40, 2002.
- [39] J. Kymissis, C. Kendall, J. A. Paradiso, and N. Gershenfeld, "Parasitic Power Harvesting in Shoes," *Proceedings of the Second IEEE International Conference on Wearable Computing*, pp. 132-139, 1998.
- [40] N. S. Shenck and J. A. Paradiso, "Energy Scavenging with Shoe-Mounted Piezoelectrics," *IEEE micro*, vol. 21, pp. 30-42, 2001.
- [41] N. S. Shenck, "A Demonstration of Useful Electric Energy Generation from Piezoceramics in a Shoe," in *Electrical Engineering*: Massachusetts Institute of Technology, 1999.
- [42] C.-N. Xu, M. Akiyama, K. Nonaka, and T. Watanabe, "Electrical power generation characteristics of PZT piezoelectric ceramics," *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, vol. 45, pp. 1065-1070, 1998.
- [43] C. Keawboonchuay and T. G. Engel, "Electrical power generation characteristics of piezoelectric generator under quasi-static and dynamic stress conditions," *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, vol. 50, pp. 1377-1382, 2003.
- [44] J. A. Paradiso and M. Feldmeier, "A Compact, Wireless, Self-Powered Pushbutton Controller," *Proceedings of Ubicomp2001: Ubiquitous Computing*, pp. 299-304, 2001.
- [45] F. Lu, H. P. Lee, and S. P. Lim, "Modelling and Analysis of Micro Piezoelectric Power Generators for Micro-electromechanical-systems Applications," *Smart Materials and structures*, vol. 13, pp. 57-63, 2004.
- [46] C. D. Richards, M. J. Anderson, D. F. Bahr, and R. F. Richards, "Efficiency of Energy Conversion for Devices Containing a Piezoelectric Component," *Journal of Micromechanics and Microengineering*, vol. 14, pp. 717–721, 2004.
- [47] P. Glynn-Jones, S. P. Beeby, and N. M. White, "Towards a piezoelectric vibration-powered microgenerator," *Science, Measurement and Technology, IEE Proceedings*, vol. 148, pp. 68-72, 2001.
- [48] T. Egghorn, "Analytical Models to Predict Power Harvesting with Piezoelectric Materials," in *Mechanical Engineering*. Blacksburg, Virginia: Faculty of the Virginia Polytechnic Institute and State University, 2003.
- [49] S. Kim, "Low Power Energy Harvesting With Piezoelectric Generators," in *Mechanical Engineering*: University of Pittsburgh, 2002.

- [50] A. D. Danak, H.-S. Yoon, and G. N. Washington, "Optimization of Electrical Output in Response to Mechanical Input in Piezoceramic Laminated Shells," presented at ASME International Mechanical Engineering Congress, Washington, DC, USA, 2003.
- [51] J.-Y. Kang, H.-J. Kim, J.-S. Kim, and T.-S. Kim, "Optimal design of piezoelectric cantilever for a micro power generator with microbubble," presented at Microtechnologies in Medicine & Biology 2nd Annual International IEEE-EMB Special Topic Conference on, 2002.
- [52] S. Horowitz, A. Kasyap, F. Liu, D. Johnson, T. Nishida, K. Ngo, M. Sheplak, and L. Cattafesta, "Technology Development for Self-Powered Sensors," presented at the AIAA 1st Flow Control Conference, St. Louis, MO, USA, 2002.
- [53] A. Kasyap, J.-S. Lim, D. Johnson, S. Horowitz, T. Nishida, K. Ngo, M. Sheplak, and L. Cattafesta, "Energy Reclamation from a Vibrating Piezoceramic composite beam," presented at the 9th International Congress on Sound and Vibration, Orlando, FL, USA, 2002.
- [54] G. K. Ottman, H. F. Hofmann, A. C. Bhatt, and G. A. Lesieutre, "Adaptive Piezoelectric Energy Harvesting Circuit for Wireless Remote Power Supply," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 17, pp. 669-676, 2002.
- [55] G. K. Ottman, H. F. Hofmann, and G. A. Lesieutre, "Optimized Piezoelectric Energy Harvesting Circuit Using Step-down Converter in Discontinuous Conduction Mode," *Power Electronics, IEEE Transactions on*, vol. 18, pp. 696-703, 2003.
- [56] J. Han, A. Von-Jouanne, T. Le, K. Mayaram, and T. S. Fiez, "Novel power conditioning circuits for piezoelectric micro power generators.," presented at IEEE Applied Power Electronics Conference and Exposition APEC, 2004.
- [57] G. W. Taylor, J. R. Burns, S. A. Kammann, W. B. Powers, and T. R. Welsh, "The Energy Harvesting Eel: a small subsurface ocean/river power generator," *Oceanic Engineering, IEEE Journal of*, vol. 26, pp. 539-547, 2001.
- [58] C. Richard, D. Guyomar, D. Audigier, and G. Ching, "Semi Passive Damping Using Continuous Switching of a Piezoelectric Device," *Proceedings of SPIE International Symposium on Smart Structures and Materials: Damping and Isolation*, vol. 3672, pp. 104-111, 1998.
- [59] C. Richard, D. Guyomar, D. Audigier, and H. Bassaler, "Enhanced Semi Passive Damping Using Continuous Switching of a Piezoelectric Device on an Inductor," *Proceedings of SPIE International Symposium on Smart Structures and Materials: Damping and Isolation*, vol. 3989, pp. 288-299, 2000.
- [60] A. Badel, M. Lagache, D. Guyomar, C. Richard, and E. Lefeuvre, "Finite Element and Simple Lumped Modeling for Flexural Nonlinear Semi-Passive Damping," *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, soumis en avril 2005.
- [61] A. Badel, G. Sebald, D. Guyomar, M. Lallart, E. Lefeuvre, C. Richard, and J. Qiu, "Wide Band Semi-Active Piezoelectric Vibration Control by Synchronized Switching on Adaptive Continuous Voltage Sources," *Journal of the American Society of Acoustic*, soumis en Mai 2005.
- [62] J. Qiu, J. Tani, M. Haraguchi, and M. Yoshida, "Vibration Control of a Plate Using Self-Sensing Actuator," *Proceedings of JSME Mechanical Engineering Congress*, vol. 6, pp. 63-64, 2003.
- [63] A. Badel, D. Guyomar, E. Lefeuvre, and C. Richard, "Piezoelectric Energy Harvesting Using a Synchronized Switch Technique," *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, accepté en Mars 2005.
- [64] D. Guyomar, A. Badel, E. Lefeuvre, and C. Richard, "Towards Energy harvesting using active materials and conversion improvement by nonlinear processing," *Ultrasonics Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, vol. 52, pp. 584-595, 2005.

- [65] G. A. Lesieutre, G. K. Ottman, and H. F. Hofmann, "Damping as a Result of Piezoelectric Energy Harvesting," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 269, pp. 991-1001, 2004.
- [66] A. Badel, D. Guyomar, E. Lefeuvre, and C. Richard, "Efficiency Enhancement of a Piezoelectric Energy Harvesting Device in Pulsed Operation by Synchronous Charge Inversion," *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, vol. 16, pp. 889-901, 2005.
- [67] D. Guyomar and A. Badel, "Nonlinear Semi-Passive Multi-Modal Vibration Damping: An Efficient Probabilistic Approach," *Journal of Sound and Vibrations*, soumis en avril 2005.
- [68] L. R. Corr and W. W. Clark, "A Novel Semi-Active Multi-Modal Vibration Control Law for a Piezoceramic Actuator," *ASME Transactions: Journal of Vibration and Acoustics*, vol. 125, pp. 214-222, 2003.



# Liste des publications

## Brevets

- [1] E. Lefeuvre, **A. Badel**, C. Richard, D. Guyomar, “Générateur d’énergie électrique à partir d’éléments piézoélectriques soumis à une vibration mécanique comprenant un convertisseur statique d’optimisation de l’énergie produite”, Demande de brevet français N 0304886, 18 avril 2003.

## Revue internationale

- [2] **A. Badel**, D. Guyomar, E. Lefeuvre, C. Richard, “Piezoelectric energy harvesting using a synchronized switch technique”, *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, soumis en juillet 2003 – accepté en mars 2005.
- [3] E. Lefeuvre, **A. Badel**, L. Petit, C. Richard, D. Guyomar. “Semi passive piezoelectric damping by synchronized switching on voltage sources”, *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, soumis en juillet 2003 – accepté en janvier 2005.
- [4] **A. Badel**, D. Guyomar, E. Lefeuvre, C. Richard, “Efficiency enhancement of a piezoelectric energy harvesting device in pulsed operation by synchronous charge inversion”, *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, Vol. 16, pp. 889-901, octobre 2005.
- [5] E. Lefeuvre, **A. Badel**, C. Richard, D. Guyomar, “Piezoelectric energy harvesting device optimization by synchronous electric charge extraction”, *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, Vol. 16, pp. 865-876, octobre 2005.
- [6] E. Lefeuvre, **A. Badel**, C. Richard, D. Guyomar, “A comparison between several approaches of piezoelectric energy harvesting”, *Journal de Physique IV*, Vol. 128, pp. 177-186, 2005.
- [7] D. Guyomar, **A. Badel**, E. Lefeuvre, C. Richard, “Towards energy harvesting using active materials and conversion improvement by nonlinear processing”, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, Vol. 52, N°4, pp. 584-595, avril 2005.
- **A. Badel**, G. Sebald, D. Guyomar, M. Lallart, E. Lefeuvre, C. Richard, J. Qiu, “Wide band semi-active piezoelectric vibration control by synchronized switching on adaptive continuous voltage sources”, *Journal of the American Society of Acoustic*, soumis en mai 2005.
- **A. Badel**, M. Lagache, D. Guyomar, C. Richard, E. Lefeuvre, “Finite element and simple lumped modeling for flexural nonlinear semi-passive damping”, *Journal of Intelligent Materials Systems and Structures*, soumis en avril 2005.
- D. Guyomar, **A. Badel**. “Nonlinear semi-passive multi-modal vibration damping: an efficient probabilistic approach”, *Journal of Sound and Vibrations*, soumis en avril 2005.



- E. Lefeuvre, **A. Badel**, C. Richard, L. Petit, D. Guyomar, "A comparison between several vibration-powered generators for standalone systems", *Sensors & Actuators, A Physical*, soumis en avril 2005.

#### Conférences internationales avec actes

- [8] **A. Badel**, A. Faiz, C. Buttay, D. Guyomar, "Piezoelectric energy conversion enhancement for random vibrations: A probabilistic approach applied to vibration control, wave control and energy harvesting", International joint conference JFSIMS & SMEBA, octobre 2005, Tokyo, Japon.
- [9] M. Lallart, **A. Badel**, D. Guyomar, "Nonlinear semi-passive damping using constant or adaptive voltage sources : A stability analysis", 16th International Conference on Adaptive Structures and Technologies, octobre 2005, Paris, France.
- [10] D. Guyomar, **A. Badel**, C. Richard, E. Lefeuvre, "Vibration control based on a probabilistic nonlinear processing of the piezoelement output voltage", ASME Biennial Conference on Mechanical Vibration and Noise, septembre 2005, Long Beach, California, USA.
- [11] E. Lefeuvre, **A. Badel**, C. Richard, L. Petit, D. Guyomar, "High efficiency piezoelectric vibration energy reclamation", *Proc. of SPIE 11<sup>th</sup> International Symposium on Smart Structures and Materials*, Vol. 5390, pp. 379-387, mars 2004, San Diego, California, USA.

#### Conférences internationales sans acte

- [12] D. Guyomar, **A. Badel**, C. Richard, "A new non-linear processing of piezoelement: application to vibration control, wave control and energy harvesting", US-Navy Workshop on Acoustic Transduction Materials and Devices, mai 2005, PennState University, USA.
- [13] **A. Badel**, E. Lefeuvre, C. Richard, D. Guyomar, "Energy harvesting using piezoelectric elements associated with a synchronized switch technique", US-Navy Workshop on Acoustic Transduction Materials and Devices, avril 2003, PennState University, USA.

#### Conférences nationales avec actes

- [14] G. Sebald, **A. Badel**, J. Qiu, D. Guyomar, "Semi-active damping using piezoelectric device : Application to wide band signals", Mechanical Engineering Congress, septembre 2005, Tokyo, Japon.
- [15] E. Salaün, R. Corcolle, F. Bouillault, Y. Bernard, C. Richard, **A. Badel**, D. Guyomar, "Modélisation de structures de type plaque contenant des matériaux piézo-électriques", Electronique du Futur, septembre 2005, LEG/ENSIEG, Grenoble, France.
- [16] **A. Badel**, E. Lefeuvre, C. Richard, D. Guyomar, "Récupération d'énergie à partir de matériaux actifs et amélioration de la conversion par traitement non linéaire", Electronique du Futur, décembre 2003, Supélec, France.

# Liste des Figures

Figure 1-1 Amélioration des ordinateurs portables entre 1990 et 2003 [1] .....	16
Figure 1-2 Un micro-générateur nucléaire [rectangle gris] alimente un calculateur [carré bleu] et une photodiode [plus petit carré]. Présenté sur une puce, ce capteur de lumière autoalimenté est utilisé pour des communications optiques [2].....	16
Figure 1-3 Densité de puissance en fonction de la durée de vie, pour des batteries, des cellules solaires et des dispositifs de récupération de l'énergie vibratoire ambiante [8].....	17
Figure 1-4 Thermopile développée par Toriyama et al [11] .....	19
Figure 1-5 Montre Thermique Seiko : (a) le produit ; (b) coupe transversale ; (c) modules thermoélectriques ; (d) schéma d'un module thermoélectrique. Copyright Seiko Instruments [1].....	19
Figure 1-6 Lampe torche utilisant un générateur électromagnétique [1] .....	20
Figure 1-7 Générateur électrostatique de 2cm <sup>2</sup> [1] .....	22
Figure 1-8 Chaussure dotée d'un générateur électrostatique : (a) prototype implémenté dans une chaussure, (b) détail du générateur montrant le soufflet (dessous) et le cadre maintenant le diélectrique (dessus) [1].....	23
Figure 1-9 Générateurs piézoélectriques : (a) conversion par l'intermédiaire d'un oscillateur mécanique, (b) conversion directe .....	23
Figure 1-10 Chaussures piézoélectriques développées au MIT, utilisant soit du PVDF stratifié placé sous la plante du pied, soit un bimorphe réalisé à partir de céramiques piézoélectriques (PZT) placé sous le talon [1].....	26
Figure 1-11 Conversion directe : (a) principe, (b) sollicitation quasi-statique, (c) sollicitation dynamique .....	27
Figure 1-12 Dispositif d'étude classique : (a) schéma du dispositif, (b) sollicitation sinusoïdale .....	28
Figure 1-13 coefficient de couplage en fonction de l'épaisseur des inserts : (a) énergie élastique dans la structure pour trois épaisseur différente, (b) évolution typique du coefficient de couplage .....	30
Figure 1-14 Mise en forme de la tension générée par les inserts piézoélectriques : (a) alimentation d'une charge résistive, (b) alimentation d'une charge quelconque via un convertisseur DC-DC.....	31
Figure 1-15 Anguille récupératrice d'énergie [57] .....	32
Figure 2-1 Techniques SSD, dispositifs de commutation et formes d'ondes typiques associées : (a) SSDS, (b) SSDI .....	38
Figure 2-2 Poutre vibrante comportant des éléments piézoélectriques .....	38
Figure 2-3 Maillage de la structure .....	40

Figure 2-4 Comparaison des déformées statiques (calcul analytique) et dynamiques (simulations ANSYS®) .....	46
Figure 2-5 Modèle à constantes localisées .....	47
Figure 2-6 Numérotation des tronçons de la poutre .....	47
Figure 2-7 Circuit ouvert – Tension et déplacement .....	52
Figure 2-8 Circuit ouvert – Evolution des énergies .....	52
Figure 2-9 Circuit ouvert – Contraintes et déformations – cycles énergétiques.....	52
Figure 2-10 Circuit ouvert – Flux du vecteur de Poynting.....	52
Figure 2-11 Résistance adaptée – Tension et déplacement .....	53
Figure 2-12 Résistance adaptée – Evolution des énergies.....	53
Figure 2-13 Résistance adaptée – Contraintes et déformations – cycles énergétiques.....	53
Figure 2-14 Résistance adaptée – Flux du vecteur de Poynting.....	53
Figure 2-15 SSDI – Tension et déplacement.....	53
Figure 2-16 SSDI – Evolution des énergies .....	53
Figure 2-17 SSDI – Contraintes et déformations – cycles énergétiques .....	54
Figure 2-18 SSDI – Flux du vecteur de Poynting .....	54
Figure 2-19 Spectre du déplacement de l'extrémité libre de la poutre en SSDI – comparaison entre le modèle ANSYS® et le modèle à constantes localisées.....	55
Figure 2-20 Modèle à constantes localisées simplifié.....	56
Figure 2-21 Décomposition de la tension SSDI.....	60
Figure 2-22 Fonctions de transferts pour les différentes techniques d'amortissement : (a) modules en dB normalisés par rapport au circuit ouvert, (b) phase en radian .....	62
Figure 2-23 Cycles énergétiques normalisés pour les différentes techniques d'amortissement : (a) cycles $\alpha V(u_3)$ , (b) cycles $V(Q)$ .....	62
Figure 3-1 Technique SSDV classique : (a) circuit électrique, (b) formes d'ondes.....	66
Figure 3-2 Fonctions de transferts en circuit ouvert, en SSDI et en SSDV : (a) modules en dB normalisés par rapport au circuit ouvert, (b) phase en radian.....	69
Figure 3-3 Fonctions de transferts pour la technique SSDV pour différents couples $(\nu, \gamma)$ : (a) modules en dB normalisés par rapport au circuit ouvert, (b) phase en radian.....	69
Figure 3-4 Amortissement engendré par la technique SSDV pour différents couples $(\nu, \gamma)$ .....	70
Figure 3-5 Circuit électrique de la technique SSDV adaptée.....	71
Figure 3-6 Fonctions de transferts en circuit ouvert, en SSDI, en SSDV classique avec $\nu=0.27$ et en SSDV adapté avec $\beta=0.95$ : (a) modules en dB normalisés par rapport au circuit ouvert, (b) phase en radian ....	73
Figure 3-7 Dispositif expérimental : (a) vue réelle, (b) schéma.....	73
Figure 3-8 Réponse harmoniques expérimentales des différentes techniques .....	75

Figure 3-9 Amortissement des techniques SSDV et limite de stabilité : (a) Amortissement pour les techniques SSDI, SSDV classique et SSDV adaptée en fonction de l'amplitude de la force appliquée, (b) Amortissement pour la technique SSDV adaptée en fonction de $\beta$ .....	76
Figure 3-10 Dispositif expérimental .....	77
Figure 3-11 Résultats expérimentaux : (a) Spectre de la dérivée temporelle de la tension $V_S$ en circuit ouvert, en SSDI et en SSDV adapté, (b) Tension $V$ et $V_S$ en fonction du temps .....	79
Figure 3-12 Répartition entre l'utilisation judicieuse des techniques semi passives et semi actives. La ligne de démarcation correspond à un amortissement de -6dB en SSDI à la résonance .....	80
Figure 4-1 Technique classique alternative : (a) dispositif, (b) formes d'ondes associées en régime sinusoïdal permanent .....	82
Figure 4-2 Technique classique continue : (a) dispositif, (b) formes d'ondes associées en régime sinusoïdal permanent .....	83
Figure 4-3 Technique SSHI alternative : (a) dispositif, (b) formes d'ondes associées en régime sinusoïdal permanent .....	83
Figure 4-4 Technique SSHI continue : (a) dispositif, (b) formes d'ondes associées en régime sinusoïdal permanent .....	84
Figure 4-5 Cycles énergétiques normalisés. $\alpha V$ est normé par rapport à $\alpha V_{DC}$ avec la technique classique continue et $u$ est normé par rapport à $u_M$ : (a) technique classique alternative, (b) technique classique continue .....	87
Figure 4-6 Cycles énergétiques normalisés. $\alpha V$ est normé par rapport à $\alpha V_{DC}$ avec la technique classique continue et $u$ est normé par rapport à $u_M$ : (a) technique SSHI alternative, (b) technique SSHI continue .	91
Figure 4-7 Comparaison des différentes techniques à amplitude de vibration constante : (a) puissances récupérées normalisées en fonction de la résistance de charge normalisée, (b) Cycles énergétiques optimaux normalisés .....	92
Figure 4-8 Technique classique alternative : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement, en fonction de la résistance normalisée et du produit $k^2 Q_m$ .....	96
Figure 4-9 Technique classique continue : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement, en fonction de la résistance normalisée et du produit $k^2 Q_m$ .....	99
Figure 4-10 Technique SSHI alternative : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement, en fonction de la résistance normalisée et du produit $k^2 Q_m$ .....	101
Figure 4-11 Technique SSHI continue : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement, en fonction de la résistance normalisée et du produit $k^2 Q_m$ .....	103
Figure 4-12 Evolution de la puissance normalisée, du rendement et de l'amortissement en fonction de $k^2 Q_m$ pour les techniques continues : (a) lorsqu'on maximise la puissance, (b) lorsqu'on maximise le rendement .....	104
Figure 4-13 Rapport de la puissance et du rendement maximal des techniques SSH sur la puissance et le rendement maximal de la technique classique .....	105
Figure 4-14 Evolution de la puissance et du rendement en fonction du coefficient d'inversion électrique $\gamma$ .....	105

Figure 4-15 Allure de la tension en SSDI pour un déphasage positif et négatif de l'instant de commutation .....	106
Figure 4-16 Puissance normalisée dans le cas de la technique SSHI alternative en fonction de la résistance de charge et du déphasage $\varphi$ : (a) $k^2Q_m=0.5$ , (b) $k^2Q_m=5$ .....	107
Figure 4-17 Puissance normalisée dans le cas de la technique SSHI continue en fonction de la résistance de charge et du déphasage $\varphi$ : (a) $k^2Q_m=0.5$ , (b) $k^2Q_m=5$ .....	108
Figure 4-18 Dispositif expérimental .....	109
Figure 4-19 Puissances récupérées normalisées en fonction de la résistance de charge normalisée – Comparaison entre les mesures expérimentales et les résultats théoriques .....	111
Figure 4-20 Puissances récupérées normalisées en fonction de la résistance de charge normalisée – Comparaison entre les mesures expérimentales (points) et les résultats théoriques (lignes) pour différents couplages : (a) technique classique continue, (b) technique SSHI continue .....	112
Figure 5-1 Dispositif classique de récupération d'énergie .....	114
Figure 5-2 Forme d'onde de la tension piézoélectrique $V$ , de la tension $V_C$ sur le condensateur et du déplacement $u$ dans le cas de la technique classique – Simulation par intégration numérique – $C_R=15\mu F$ , $E_F=14mJ$ .....	115
Figure 5-3 Evolution temporelle des énergies normalisées par rapport à l'énergie fournie $E_F$ – Simulation par intégration numérique – $C_R=15\mu F$ .....	116
Figure 5-4 Technique classique – Energies normalisées par rapport à $E_F$ en fonction de la capacité $C_R$ normalisée par rapport à $C_0$ : (a) différentes énergies pour $k^2Q_m=2.3$ , (b) énergie récupérée en fonction de $k^2Q_m$ .....	118
Figure 5-5 Dispositif non linéaire de récupération d'énergie .....	118
Figure 5-6 Forme d'onde de la tension piézoélectrique $V$ , de la tension $V_C$ sur le condensateur et du déplacement $u$ dans le cas de la technique SSHI – Simulation par intégration numérique – $\gamma=0.9$ , $C_R=3.2\mu F$ , $E_F=14mJ$ .....	119
Figure 5-7 Evolution temporelle des énergies normalisées par rapport à l'énergie fournie $E_F$ – Simulation par intégration numérique – $\gamma=0.9$ , $C_R=3.2\mu F$ .....	120
Figure 5-8 Technique SSHI avec $\gamma=0.9$ – Energies normalisées par rapport à $E_F$ en fonction de la capacité $C_R$ normalisée par rapport à $C_0$ : (a) différentes énergies pour $k^2Q_m=2.3$ , (b) énergie récupérée en fonction de $k^2Q_m$ .....	121
Figure 5-9 Energie maximum récupérée pour les différentes techniques et rapport de l'énergie récupérée avec les techniques SSH sur l'énergie récupérée avec la technique classique .....	122
Figure 5-10 Forme d'onde expérimentale de la tension piézoélectrique $V$ , de la tension $V_C$ sur le condensateur et du déplacement $u$ dans le cas de la technique classique .....	124
Figure 5-11 Forme d'onde expérimentale de la tension piézoélectrique $V$ , de la tension $V_C$ sur le condensateur et du déplacement $u$ dans le cas de la technique SSHI .....	124
Figure 5-12 Energie récupérée normalisée par rapport à l'énergie fournie en fonction de la capacité $C_R$ normalisée par rapport à $C_0$ – Comparaison entre les mesures expérimentales (points) et les résultats théoriques (lignes) pour différents couplages : (a) technique classique, (b) technique SSHI .....	125

Figure 5-13 Comparaison théorique (points) et expérimentale (ligne) du rapport de l'énergie récupérée avec la technique SSHI sur l'énergie récupérée avec la technique classique en fonction de $k^2Q_m$ .....	126
Figure 6-1 Technique SSHI série : (a) dispositif, (b) formes d'ondes associées en régime sinusoïdal permanent .....	128
Figure 6-2 Comparaison des techniques SSH série et parallèle à amplitude de vibration constante : (a) puissances récupérées normalisées en fonction de la résistance de charge normalisée, (b) Cycles énergétiques optimaux normalisés .....	130
Figure 6-3 Technique SSHI série : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement, en fonction de la résistance normalisée et du produit $k^2Q_m$ .....	132
Figure 6-4 Evolution de la puissance normalisée, du rendement et de l'amortissement en fonction de $k^2Q_m$ pour les techniques SSH séries, SSH parallèles et classiques : (a) lorsqu'on maximise la puissance, (b) lorsqu'on maximise le rendement .....	133
Figure 6-5 Technique SSDI récupératif : (a) dispositif, (b) formes d'ondes associées en régime sinusoïdal permanent .....	134
Figure 6-6 Comparaison des techniques SSD récupératifs et SSH parallèle à amplitude de vibration constante : (a) puissances récupérées normalisées en fonction de la résistance de charge normalisée, (b) Cycles énergétiques optimaux normalisés .....	136
Figure 6-7 Technique SSDI récupératif : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement, en fonction de la résistance normalisée et du produit $k^2Q_m$ .....	139
Figure 6-8 Evolution de la puissance normalisée, du rendement et de l'amortissement en fonction de $k^2Q_m$ pour les techniques SSD récupératifs, SSH parallèles et classiques : (a) lorsqu'on maximise la puissance, (b) lorsqu'on maximise le rendement .....	140
Figure 6-9 Puissances en fonction de la résistance de charge pour les techniques SSH séries et parallèles, pour différentes valeurs de $\gamma$ : (a) résultats théoriques, (b) résultats expérimentaux. ....	141
Figure 6-10 Schéma électrique du dispositif SSDS récupératif .....	142
Figure 6-11 Tension et courants expérimentaux correspondant à la technique SSDS récupératif : (a) Formes d'ondes globales, (b) Formes d'ondes pendant l'extraction de charges .....	143
Figure 6-12 Puissance récupérée avec la technique SSDS récupératif : (a) à amplitude de vibration constante, (b) à la résonance, en fonction de $k^2Q_m$ .....	144
Figure 7-1 Structure étudiée .....	146
Figure 7-2 modèle de la structure .....	146
Figure 7-3 Evolution du coefficient de couplage en fonction de $r_L$ et $r_I$ – La courbe en rouge correspond à la valeur maximale du coefficient de couplage en fonction de $r_L$ .....	148
Figure 7-4 Evolution du coefficient de couplage de la structure étudiée au Chapitre 2 en fonction de l'épaisseur des patches piézoélectriques .....	149
Figure 7-5 Allure de la contrainte et de la déformation : (a) en circuit ouvert, (b) en SSDI .....	149
Figure 7-6 Récupération d'énergie sur une batterie .....	155
Figure 7-7 Récupération d'énergie et stockage basse tension .....	156

Figure 7-8 Circuit SSHI et schéma des interrupteurs électroniques $S_{W1}$ et $S_{W2}$ .....	156
Figure 7-9 Photographie du circuit électronique de commutation .....	157
Figure 7-10 Convertisseur AC-DC abaisseur.....	158
Figure 8-1 Deux stratégies de contrôle différentes : (a) stratégie originale, (b) stratégie <i>a priori</i> plus efficace.....	162
Figure 8-2 Modèle multimodal .....	163
Figure 8-3 Détermination de $v_{\min}$ .....	168
Figure 8-4 Estimation de la tension après un instant de commutation .....	169
Figure 8-5 Approche probabiliste en régime sinusoïdal.....	170
Figure 8-6 Poutre vibrante équipée de patchs piézoélectriques .....	172
Figure 8-7 Déformée de la structure .....	174
Figure 8-8 Sollicitation pulsée – LCP : (a) $A_u$ et $A_E$ , (b) Energie transférée normalisée, rapport de l'énergie transférée $E_T$ sur l'énergie fournie $E_F$ et rapport de l'énergie moyenne transférée pendant une période de la plus basse fréquence de résonance $\tilde{E}_T$ sur l'énergie mécanique moyenne dans la structure $\tilde{E}_M$ .....	176
Figure 8-9 Sollicitation pulsée – amortissement énergétique et amortissement relatif au déplacement pour la LCSM et pour la LCP .....	176
Figure 8-10 Sollicitation pulsée – Formes d'onde de la tension et de la déformation normalisée pour différentes lois de contrôle.....	177
Figure 8-11 Sollicitation pulsée – Forme d'onde du déplacement de l'extrémité libre de la poutre pour différentes lois de contrôle .....	178
Figure 8-12 Sollicitation pulsée – Spectre de la vitesse de l'extrémité libre de la poutre pour différentes lois de contrôle .....	179
Figure 8-13 Sollicitation par un bruit blanc – LCP : (a) $A_u$ et $A_E$ , (b) Energie transférée normalisée, rapport de l'énergie transférée sur l'énergie fournie et rapport moyen de l'énergie transférée pendant une période de la plus basse fréquence de résonance sur l'énergie mécanique dans la structure. ....	180
Figure 8-14 Sollicitation par un bruit blanc – amortissement énergétique et amortissement relatif au déplacement pour la LCSM et pour la LCP .....	180
Figure 8-15 Sollicitation par un bruit blanc – Formes d'onde de la tension et de la déformation normalisée pour différentes lois de contrôle.....	181
Figure 8-16 Sollicitation par un bruit blanc – Forme d'onde du déplacement de l'extrémité libre de la poutre pour différentes lois de contrôle.....	182
Figure 8-17 Sollicitation par un bruit blanc pulsée – Spectre de la vitesse de l'extrémité libre de la poutre pour différentes lois de contrôle.....	183
Figure 8-18 Technique classique pour un bruit blanc : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement $A_u$ , (d) amortissement $A_E$ , en fonction de la résistance normalisée et du produit $k^2 Q_m$ (1 <sup>er</sup> mode) .....	184

Figure 8-19 Technique SSDS récupératif avec la LCP pour un bruit blanc : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement $A_u$ , (d) amortissement $A_E$ , en fonction de $P_{SW}$ et du produit $k^2Q_m$ (1 <sup>er</sup> mode) .....	185
Figure 8-20 Technique SSDI récupératif avec la LCP pour un bruit blanc et pour $x=\gamma$ : (a) puissance normalisée, (b) rendement, (c) amortissement $A_u$ , (d) amortissement $A_E$ , en fonction de $P_{SW}$ et du produit $k^2Q_m$ (1 <sup>er</sup> mode) .....	187
Figure 8-21 Puissance normalisée maximale, rendement maximal, amortissements $A_u$ et $A_E$ maximaux en fonction du produit $k^2Q_m$ (1 <sup>er</sup> mode) .....	188





# Liste des Tableaux

Tableau 1-1 Puissance électrique maximale disponible en utilisant un générateur piézoélectrique permettant de récupérer une partie de l'énergie de mouvements humains .....	25
Tableau 1-2 Rendement maximal en conversion directe pour différents types de matériaux piézoélectriques .....	27
Tableau 2-1 Caractéristiques de la poutre.....	41
Tableau 2-2 Caractéristiques des éléments piézoélectriques (P189).....	41
Tableau 2-3 Principaux résultats des simulations ANSYS® .....	44
Tableau 2-4 Valeur des paramètres du modèle à constantes localisées .....	51
Tableau 2-5 Comparaison des fréquences de résonances et du coefficient de couplage pour le modèle ANSYS® et le modèle à constantes localisées .....	51
Tableau 2-6 Expression des énergies en fonction des paramètres du modèle.....	52
Tableau 2-7 Valeur des paramètres du modèle simplifié.....	56
Tableau 2-8 Termes énergétiques .....	57
Tableau 2-9 Principaux résultats pour les trois types d'analyse .....	63
Tableau 2-10 Mesures nécessaire à l'identification du modèle .....	63
Tableau 3-1 Avantages et inconvénients des techniques SSDV classiques et adaptées .....	72
Tableau 3-2 Géométrie de la poutre en acier .....	74
Tableau 3-3 Géométrie des patchs piézoélectriques de céramique P189.....	74
Tableau 3-4 Mesures et paramètres du modèle.....	74
Tableau 3-5 Paramètres liés à l'inversion électrique et aux techniques SSDV.....	75
Tableau 3-6 Caractéristique du premier mode de vibration.....	77
Tableau 4-1 Géométrie des patchs piézoélectriques .....	109
Tableau 4-2 Mesures et paramètres du modèle.....	110
Tableau 5-1 Valeur des paramètres du modèle .....	114
Tableau 5-2 Définition des énergies .....	114
Tableau 5-3 Mesures et paramètres du modèle.....	123
Tableau 6-1 Mesures et paramètres du modèle.....	141
Tableau 7-1 Flèches et puissances limites pour les techniques classiques et SSHI .....	153
Tableau 7-2 Gains en puissance de la technique SSHI par rapport à la technique classique .....	153

Tableau 8-1 Mesures nécessaire à l'identification du modèle pour le $j^{\text{ème}}$ mode .....	164
Tableau 8-2 Termes énergétiques .....	166
Tableau 8-3 Energies absorbées par le dispositif de commutation et énergies récupérées pour les différentes techniques .....	167
Tableau 8-4 Caractéristiques de la structure .....	172
Tableau 8-5 Expression des paramètres du modèle multimodale dans le cas d'une poutre .....	173
Tableau 8-6 Caractéristiques de la structure .....	174
Tableau 8-7 Paramètres du modèle .....	174
Tableau 8-8 Résultats de simulation pour une sollicitation pulsée .....	178
Tableau 8-9 Résultats de simulation pour une sollicitation par un bruit blanc.....	182

## Annexe A

# Conversion Directe

### A.1 Principe général

Dans cette approche, on considère le cas d'une conversion électromécanique directe, c'est à dire sans stockage intermédiaire d'énergie sous forme mécanique (le stockage intermédiaire en question pourrait être, par exemple, une masse en mouvement ou une structure vibrante). Ce type de conversion directe est notamment utilisé dans le cas de briquets et d'allume-gaz piézoélectriques.

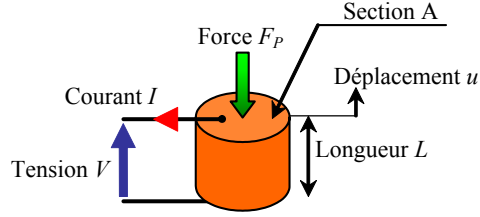
L'axe préférentiel de compression est l'axe de polarisation (d'indice 33) car il permet d'exploiter au mieux l'efficacité de conversion du matériau piézoélectrique. Les équations (A.1) décrivent le comportement local du matériau. Les coefficients piézoélectriques utilisés sont définis dans le [Tableau A-1](#).

$$\begin{cases} S = s_{33}^E T + d_{33} E \\ D = d_{33} T + \varepsilon_{33}^T E \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

On considère un barreau piézoélectrique cylindrique de section  $A$  et de longueur  $L$ , soumis à une force  $F_P$  colinéaire à son axe de polarisation. Ce dispositif est représenté dans la [Figure A-1](#). Le terme  $u$  désigne le déplacement de la face supérieure du cylindre sous l'effet de la force  $F_P$ , c'est à dire la variation de sa longueur  $L$ .  $V$  est la tension générée sur l'élément piézoélectrique et  $I$  est le courant extrait. Ces grandeurs macroscopiques sont reliées aux grandeurs locales par les [Eqs. \(A.2\)](#). Le comportement macroscopique du système est alors décrit par les [Eqs. \(A.3\)](#).

$$F_P = -AT, \quad V = \frac{E}{L}, \quad I = -A \frac{dD}{dt}, \quad u = SL \quad (\text{A.2})$$

$$\begin{cases} u = -\frac{s_{33}^E L}{A} F + d_{33} V \\ I = d_{33} \frac{dF}{dt} - \frac{\varepsilon_{33}^T A}{L} \frac{dV}{dt} \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Figure A-1 Cylindre piézoélectrique soumis à une force  $F_p$ 

$s_{33}^E$	Souplesse, électrodes en court-circuit ( $\text{m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$ )
$s_{33}^D$	Souplesse, électrodes en circuit ouvert ( $\text{m}^2 \cdot \text{N}^{-1}$ )
$\varepsilon_{33}^T$	Permittivité à contrainte constante ( $\text{F/m}$ )
$d_{33}$	Coefficient piézoélectrique ( $\text{m} \cdot \text{V}^{-1}$ )

Tableau A-1 Coefficients piézoélectriques

## A.2 Cycles de conversion

Les cycles de conversion qui maximisent l'énergie électrique extraite lors d'une conversion directe sont du type décharge électrique à contrainte constante. Nous détaillerons les deux cycles associés à ce type de conversion.

### A.2.1. Cycle avec une phase d'extraction d'énergie

Pour décrire ce cycle, on considère un état initial dans lequel la céramique n'est chargée ni électriquement ni mécaniquement. En circuit ouvert, le matériau est soumis à une contrainte maximale par l'intermédiaire d'une force  $F_{p\max}$  appliquée sur le cylindre. Sous l'effet de la contrainte, des charges électriques sont créées et un champ électrique interne apparaît. On procède alors à l'extraction de l'énergie électrique du cylindre piézoélectrique, tout en maintenant la contrainte mécanique à sa valeur maximale.

Les étapes de conversion d'énergie représentées par les cycles  $T(S)$  et  $D(E)$  représentés sur la Figure A-2 sont les suivantes :

- Départ du cycle (en O) : en circuit ouvert, la céramique est mise en contrainte jusqu'à la valeur  $T_{\max}$ . Le champ électrique atteint alors  $E_{\max}$  :

$$E_{\max} = -\frac{d_{33}}{\varepsilon_{33}^T} T_{\max} \quad (\text{A.4})$$

- La décharge électrique est effectuée en faisant transiter l'énergie accumulée sur la capacité propre de la céramique vers un réservoir d'énergie annexe. Cette séquence est supposée suffisamment lente pour que la contrainte reste constante. De ce fait, on passe du circuit ouvert (en A) à l'état déchargé (en B) sur la droite  $T=T_{\max}$ .
- Le cycle se termine (en O) lorsque le cylindre est déchargé mécaniquement, la céramique étant court-circuitée.

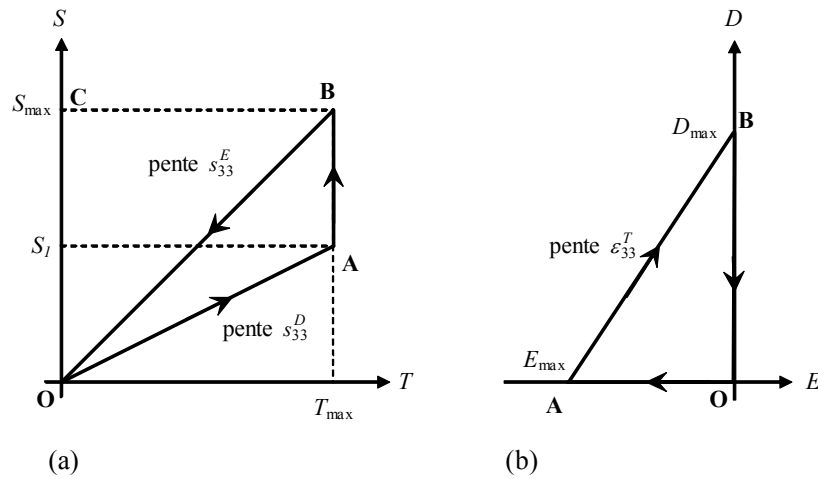


Figure A-2 Premier cycle de type décharge à contrainte constante : (a) Diagramme  $S(T)$ , (b) diagramme  $D(E)$

L'énergie volumique mécanique  $W_M$  (J/m<sup>3</sup>) reçue par le matériau piézoélectrique est définie par l'aire (OABC) du diagramme  $S(T)$  :

$$W_M = \int_0^{S_{\max}} T dS = S_{\max} T_{\max} - \frac{1}{2} S_I T_{\max} = \left( s_{33}^E - \frac{1}{2} s_{33}^D \right) T_{\max}^2 \quad (\text{A.5})$$

L'énergie volumique électrique  $W_E$  (J/m<sup>3</sup>) délivrée par le matériau piézoélectrique est définie par l'aire (OAB) du diagramme  $D(E)$  ou du diagramme  $S(T)$  :

$$W_E = \int_0^{D_{\max}} E dD = \frac{1}{2} \frac{d_{33}^2}{\epsilon_{33}^T s_{33}^E} T_{\max}^2 = \frac{1}{2} (s_{33}^E - s_{33}^D) T_{\max}^2 \quad (\text{A.6})$$

D'après cette équation, l'énergie volumique dépend, d'une part, des paramètres piézoélectriques du matériau considéré et, d'autre part, de la contrainte maximale admissible par ce matériau.

La part d'énergie non convertie sous forme électrique pendant la phase de compression est stockée sous forme mécanique dans le cylindre piézoélectrique (déformation élastique). Cette énergie est restituée à l'environnement mécanique lors de la décompression du cylindre. Elle est ici considérée comme perdue. Suivant cette hypothèse, le rendement de conversion du matériau est donné par (A.7).

$$\eta^T = \frac{W_E}{W_M} = \frac{d_{33}^2}{\epsilon_{33}^T s_{33}^E + d_{33}^2} = \frac{k_{33}^2}{1 + k_{33}^2} \quad (\text{A.7})$$

Où  $k_{33}$  est le coefficient de couplage électromécanique du matériau :

$$k_{33}^2 = \frac{d_{33}^2}{\epsilon_{33}^T s_{33}^E} \quad (\text{A.8})$$

Le rendement maximum d'un générateur à conversion directe utilisant ce cycle de conversion est donc strictement inférieur au carré de son coefficient de couplage et ne peut excéder  $\frac{1}{2}$ .

### A.2.2. Cycle avec deux phases d'extraction d'énergie

La différence avec le cycle décrit au paragraphe A.2.1 est la mise à profit de la décompression du matériau pour récupérer de l'énergie. Les étapes du cycle décrit ci-dessous sont illustrées par les diagrammes  $T(S)$  et  $D(E)$  de la **Figure A-3**:

- Départ du cycle (en O) : en circuit ouvert, la céramique est mise en contrainte jusqu'à la valeur  $T_{\max}$ . Le champ électrique atteint alors  $E_{\max}$ .
- La décharge électrique est effectuée en faisant transiter l'énergie accumulée sur la capacité propre de la céramique vers un réservoir d'énergie annexe. Comme pour le cycle précédent, cette séquence est supposée suffisamment lente pour que la contrainte reste constante. On passe ainsi du circuit ouvert (en A) à l'état déchargé (en B) sur la droite  $T=T_{\max}$ .
- En circuit ouvert, la contrainte appliquée sur la céramique passe de  $T_{\max}$  à 0 lorsque la contrainte est annulée. Le champ électrique passe alors de 0 à  $-E_{\max}$  (en F).
- Une opération de décharge de l'énergie électrique accumulée dans la céramique piézoélectrique est alors effectuée, donnant lieu à un deuxième transfert vers le réservoir d'énergie annexe. Le cycle se termine lorsque le champ électrique s'annule (en O).

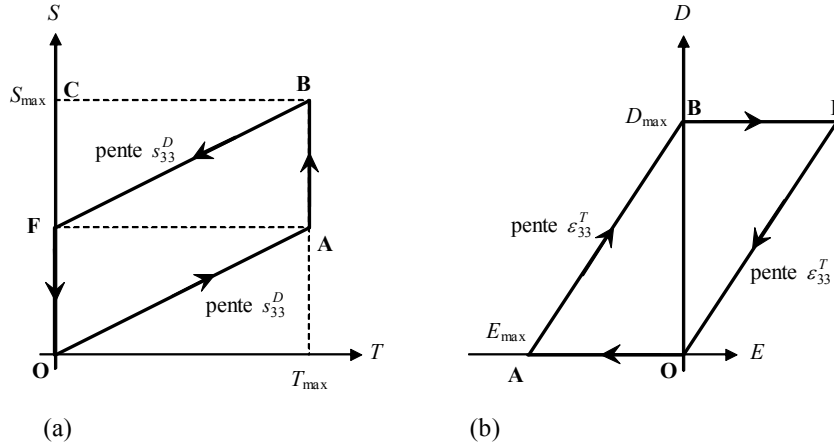


Figure A-3 Deuxième cycle de type décharge à contrainte constante : (a) Diagramme  $S(T)$ , (b) diagramme  $D(E)$

L'énergie volumique électrique  $W_E$  ( $\text{J/m}^3$ ) délivrée par le matériau piézoélectrique est deux fois plus grande que pour le cycle précédent. Elle est donnée par l'aire (OABF) du diagramme  $D(E)$  ou du diagramme  $S(T)$  :

$$W_E = \int_0^{D_{\max}} E dD = \frac{d_{33}^2}{\epsilon_{33}^T} T_{\max}^2 = (s_{33}^E - s_{33}^D) T_{\max}^2 \quad (\text{A.9})$$

L'énergie mécanique fournie au matériau étant identique au cas précédent, le rendement de conversion du matériau est donné par (A.10). Il est deux fois plus grand que pour le cycle précédent, mais reste strictement inférieur au carré du coefficient de couplage du matériau.

$$\eta^T = \frac{W_E}{W_M} = \frac{2d_{33}^2}{\epsilon_{33}^T s_{33}^E + d_{33}^2} = \frac{2k_{33}^2}{1 + k_{33}^2} \quad (\text{A.10})$$

## Annexe B

# Techniques SSD pour un système électromagnétique

### B.1 Modélisation

On considère une structure électromécanique vibrante, dont le couplage entre les grandeurs électriques et mécaniques est assuré par un dispositif électromagnétique basé, par exemple, sur le mouvement relatif entre un aimant permanent et une bobine. Autour d'une fréquence de résonance, cette structure peut être modélisée par le système représenté sur la [Figure B-1](#).

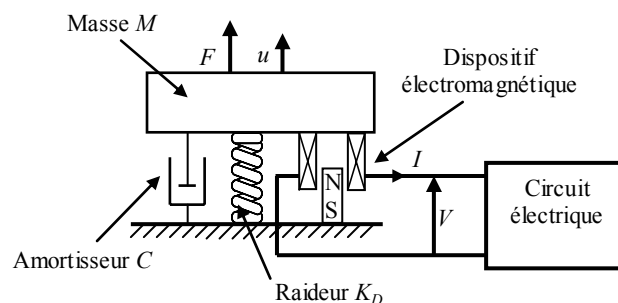


Figure B-1 Modélisation de la structure électromécanique



En circuit ouvert, la tension aux bornes de la bobine est proportionnelle à la vitesse de la vibration et la force exercée par la bobine sur la masse  $M$  est nulle. En court-circuit, la bobine exerce une force proportionnelle à l'intensité électrique dans le court-circuit. Les équations constitutives du modèle sont données par (B.1) et (B.2).  $\mathcal{G}$  est le coefficient électromagnétique global de la structure. Il correspond au coefficient de proportionnalité entre la tension et la vitesse en circuit ouvert et au coefficient de proportionnalité entre la force et le courant en court-circuit.

$$V = -L_0 \dot{I} + \mathcal{G} \dot{u} \quad (\text{B.1})$$

$$F = M \ddot{u} + C \dot{u} + K_D u + \mathcal{G} I \quad (\text{B.2})$$

$K_D$  correspond à la raideur de la structure en circuit ouvert ( $I=0$ ). La raideur équivalente de la structure en court-circuit est  $K_E$ , dont l'expression est donnée par (B.3). Contrairement aux structures équipées d'inserts piézoélectriques, la raideur en court-circuit est ici supérieure à la raideur en circuit ouvert. Le coefficient de couplage est défini comme le rapport de l'énergie magnétique stockée dans la bobine court-circuitée sur l'énergie élastique dans la structure. Il peut être exprimé en fonction de  $\mathcal{G}$ ,  $K_E$  et  $L_0$  ou en fonction de  $K_D$  et  $K_E$ , comme le montre (B.4).

$$K_E = K_D + \frac{\mathcal{G}^2}{L_0} \quad (\text{B.3})$$

$$k^2 = \frac{\frac{1}{2} L_0 I^2}{\frac{1}{2} K_E u^2} = \frac{\mathcal{G}^2}{K_E L_0} = \frac{K_E}{K_E - K_D} \quad (\text{B.4})$$

L'expression de la plus haute pulsation de résonance (en court-circuit) est donnée par (B.5), et l'expression du facteur de qualité mécanique par (B.6).

$$\omega_E = \sqrt{\frac{K_E}{M}} \quad (\text{B.5})$$

$$Q_m = \frac{K_E}{C \omega_E} \quad (\text{B.6})$$

On s'intéresse maintenant au bilan énergétique (B.7) de la structure. L'énergie fournie à la structure est égale à la somme de l'énergie cinétique, de l'énergie élastique, de l'énergie perdue dans l'amortisseur et de l'énergie transférée. L'énergie transférée  $E_T$  correspond à la part d'énergie mécanique convertie en énergie électrique. Son expression est donnée par (B.8).

$$\int F \dot{u} dt = \frac{1}{2} M \dot{u}^2 + \frac{1}{2} K_D u^2 + \int C \dot{u}^2 dt + \mathcal{G} \int I \dot{u} dt \quad (\text{B.7})$$

$$E_T = \mathcal{G} \int I \dot{u} dt \quad (\text{B.8})$$

L'optimisation de la conversion électromécanique dans une structure équipée d'un système électromagnétique passe ainsi par la maximisation de l'énergie transférée  $E_T$ .

Toutes les expressions précédentes montrent la parfaite dualité entre les systèmes piézoélectriques et électromagnétiques. Cette dualité est synthétisée dans le **Tableau B-1**.

Piézoélectricité	Electromagnétisme
$\alpha$	$\mathcal{G}$
$C_0$	$L_0$
$K_E$	$K_D$
$K_D$	$K_E$
$V$	$I$
Circuit ouvert	Court-circuit
$E_T = \alpha \int V \dot{u} dt$	$E_T = \mathcal{G} \int I \dot{u} dt$

Tableau B-1 Dualité piézoélectricité – électromagnétisme

## B.2 Application des techniques SSD

Les dispositifs de commutations SSD dans le cas de structures équipées de systèmes électromagnétiques se déduisent des dispositifs SSD correspondant à des structures équipées d'éléments piézoélectriques en exploitant la dualité courant – tension, inductance– capacité et circuit ouvert – court-circuit.

Dans le cas de la technique SSDS le dispositif de commutation est constitué par un simple interrupteur électronique normalement fermé. Dans le cas de la technique SSDI, un condensateur  $C_l$  est connecté en parallèle avec l'interrupteur. L'interrupteur est pratiquement toujours fermé, sauf quand un extremum de déplacement est détecté. L'interrupteur est alors ouvert. Dans le cas de la technique SSDS, le courant est alors brièvement ramené à zéro. Dans le cas de la technique SSDI, l'inductance propre  $L_0$  du système électromagnétique et le condensateur  $C_l$  forment un circuit oscillant. L'interrupteur est maintenu ouvert jusqu'à ce que le courant sur les éléments piézoélectriques soit inversé, c'est-à-dire au bout d'un temps  $t_i$  correspondant à une demi pseudo période du circuit oscillant. Lorsque l'interrupteur est fermé, la tension aux bornes du système électromagnétique est nulle et le courant évolue comme le déplacement. Les dispositifs de commutation correspondant aux techniques SSD ainsi que les formes d'ondes associées sont représentés sur la Figure B-2.

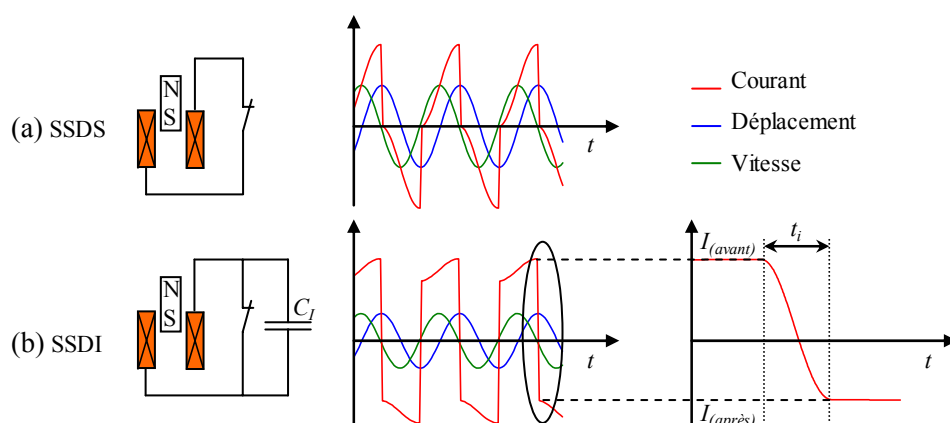


Figure B-2 Techniques SSD, dispositifs de commutation et formes d'ondes typiques pour une structure équipée d'un système électromagnétique : (a) SSDS, (b) SSDI

Les expressions des amortissements induits par les techniques SSDS et SSDI dans le cas de structures équipées d'un système électromagnétique se déduisent facilement des expressions obtenues dans le cas de structures équipées d'éléments piézoélectriques. Ces expressions sont respectivement données par (B.9) et (B.10).

$$A_{SSDS} = 20 \log \left( \frac{C \omega_E}{C \omega_E + \frac{4g^2}{\pi L_0}} \right) = 20 \log \left( \frac{1}{1 + \frac{4}{\pi} k^2 Q_m} \right) \quad (\text{B.9})$$

$$A_{SSDI} = 20 \log \left( \frac{C \omega_E}{C \omega_E + \frac{4g^2}{\pi L_0} \frac{1+\gamma}{1-\gamma}} \right) = 20 \log \left( \frac{1}{1 + k^2 Q_m \frac{4}{\pi} \frac{1+\gamma}{1-\gamma}} \right) \quad (\text{B.10})$$

L'expression des amortissements en fonction du couplage électromécanique et du facteur de qualité mécanique est indépendante du type de couplage électromécanique utilisé (piézoélectricité ou électromagnétisme).

### B.3 Limites

La parfaite dualité entre les systèmes électromagnétiques et piézoélectriques est une vision très théorique. En réalité, les systèmes électromagnétiques sont moins performants car les pertes y sont plus importantes que dans les systèmes piézoélectriques.

Il est en effet possible de stocker de l'énergie sur la capacité propre d'un élément piézoélectrique en circuit ouvert car les pertes diélectriques (modélisée par une résistance en parallèle avec  $C_0$ ) sont très faibles<sup>i</sup>. Il est par contre pratiquement impossible de stocker de l'énergie dans l'inductance propre d'un système électromagnétique court-circuité, car l'énergie sera très vite dissipée dans la résistance constituée par l'enroulement de la bobine (modélisée par une résistance en série avec  $L_0$ ).

---

<sup>i</sup> Ces pertes ont toujours été négligées dans ce manuscrit